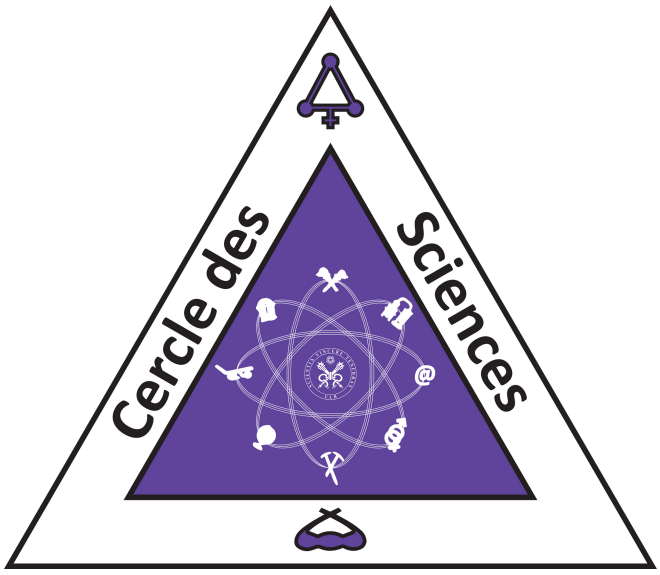
Cercle des Sciences

Année académique 2022-2023

Recueil d'examens

Bio-Ingénieurs



UNIVERSITÉ LIBRE DE BRUXELLES

Introduction

Hellooo nouveaux.elle bioingénieur.e.s! Je me présente moi c'est Cams votre représentante Bio(ingé) de la Team SectionS 2022-2023.
Dans ce petit recueil, tu pourras trouver une compilation d'anciens examens corrigés mais fais attention quelques fautes peuvent s'y être faufilées!
D'ailleurs premier conseil, essaye d'abord de les faire sans la correction ;)
Tu y trouveras aussi des introductions pour chacun de tes cours avec des p'tits conseils et des descriptions de ce qui t'attend woupwoup !
Si y a bien quelque chose que tu dois savoir avant de commencer c'est que la clé de la réussite c'est le travail régulier!
Essaye d'aller à un maximum de tes cours/séminaires mais n'oublie pas non plus d'avoir un certain équilibre et de t'amuser!
Va prendre un verre, fais du sport, prends des cours d'Aqua-poney n'importe mais change toi les idées car l'unif c'est pas QUE étudier <33
Enfin mes derniers conseils sont de ne pas prendre à la légère les exams de Novembre! Ils sont plus simples que ceux de Janvier/Juin et te donneront des bonus non négligeables!
Et surtout de s'entraîner sur le plus d'anciens examens possibles!
Bon courage!!!

Camille Lamon, cooptée Bioingé 2022-2023

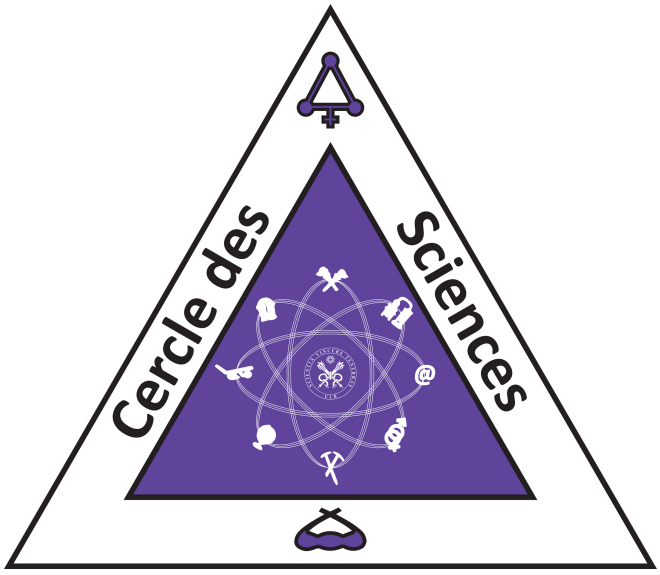


Table des matières

Chim-f101 ..... p4

Math-f112 + Math-f115..... p227

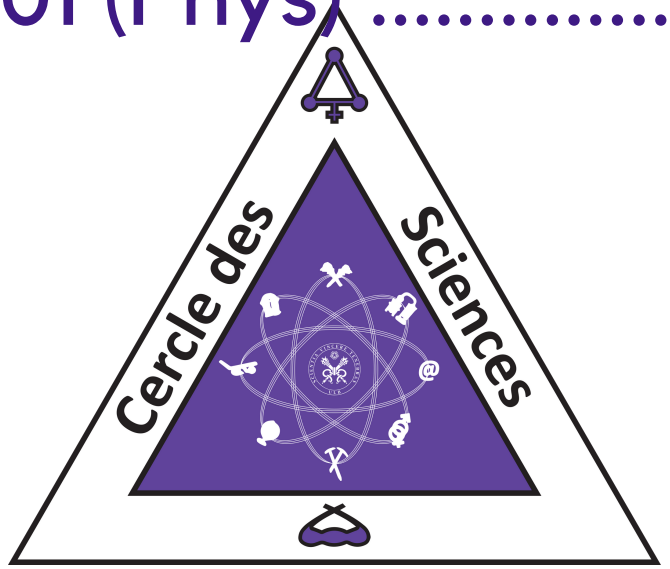
Biol-f105 ..... p355

Chim-f102 ..... p407

Bing-f1001 ..... p412

Phys-h101 (Cofo)..... p432

Phys-h101 (Phys) p491



Chim-f101

Q1+Q2: 15 crédits
75% Exams + 25% Labos

CHIM-F101 est un cours donné à tous les bacheliers en sciences même si certain.e.s iront plus loin que d'autres!
Vous commencerez l'année en reprenant les bases donc même quelqu'un qui n'a jamais fait de chimie peut totalement réussir (c'était mon cas hihi).
En novembre vous aurez un examen facultatif qui pourra valoir 25% de votre note de Q1 + 1 point bonus si vous réussissez la première question, en gros PASSEZ LE !!
Le cours en lui-même est un cours très conséquent avec 4h de théorie + 2h d'exos + 4h de labos par semaine!
Un conseil, vous pouvez louper les cours théoriques (même si c'est pas la meilleure idée) mais surtout ALLEZ AUX SÉMINAIRES!!! C'est vraiment super important parce que c'est là que vous pourrez poser toutes vos questions et souvent les profs font des mini résumés avant de commencer :)
D'ailleurs si votre prof de séminaire ne vous convient pas, n'hésitez pas à changer et aller dans une autre classe.
L'année commencera avec des laboratoires plutôt simple mais ça va vite monter de niveau! Vous devez absolument au moins lire le labo avant d'y aller et si besoin vous pouvez aller poser des questions en guidance!
Essayez de marquer le plus de points avec vos rapports et à l'exam de laboratoire!
Enfin, concernant les examens en eux-même je conseille de refaire tous les séminaires puis de faire le plus d'anciens exams possible sans regarder la correction tout de suite :) C'est vraiment un super bon entraînement mais il faudra s'y prendre à l'avance si vous voulez avoir le temps de faire au moins 3/4 exams. Donc travaillez régulièrement et profitez des semaines sans labos pour taffer vos séminaires

Questionnaire n°400

ULB

Faculté des Sciences

Année académique 2014/2015

PREMIERE ANNEE DE BACHELIER EN SCIENCES BIOLOGIQUES, CHIMIQUES, GEOGRAPHIQUES, GEOLOGIQUES, PHYSIQUES, EN SCIENCES DE L'INGENIEUR (ORIENTATION BIOINGENIEUR), MATHEMATIQUES (ORIENTATION BIOLOGIE), PREMIERE ANNEE POLYVALENTE EN SCIENCES

INTERROGATION DE CHIMIE du 5 janvier 2015

Première partie - Théorie

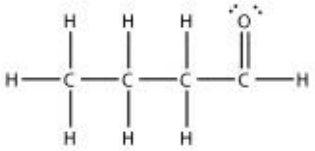
NOM, Prénom: .....

Section et numéro de matricule : 1

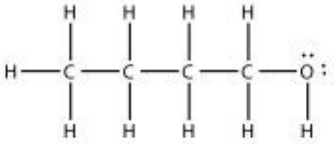
QUESTION 1 *(15 points).*

Considérez trois corps purs :

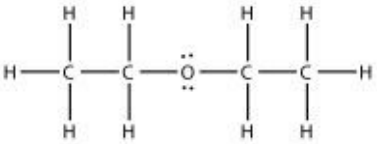
- le butanal (CH_3-CH_2-CH_2-CHO)



- le butan-1-ol (CH_3-CH_2-CH_2-CH_2-OH)



- l'éthoxyéthane (CH_3-CH_2-O-CH_2-CH_3)



a) Classez ces composés dans l'ordre croissant de leur température d'ébullition.

b) Justifiez ce choix sur base des interactions existant entre les molécules de ces composés.

Questionnaire n°400

Interrogation de chimie – CHIM-F-101 – 05 janvier 2015 – Théorie

NOM, Prénom: ..... _____

Section et numéro de matricule : 2

QUESTION 2 *(20 points)*

- Définissez le terme « adiabatique ».

- Expliquez comment évoluera la vitesse moyenne des particules d'un gaz si l'on augmente le volume de manière adiabatique.

- Quel sera l'effet de cette opération sur la température du gaz ?

Considérez la détente isotherme d'un gaz.

- Existe-t-il un transfert de chaleur entre l'environnement et le système ? Justifiez.

- La vitesse moyenne des molécules est-elle modifiée ? Justifiez.

Considérez la détente isotherme de deux récipients de volume identique. L'un contient de l'argon et l'autre du diazote. Existe-t-il une éventuelle variation de l'entropie de l'environnement suite à l'opération ? Si oui, pour quel récipient cette variation serait-elle la plus forte et quel serait le signe de celle-ci ? Justifiez votre réponse.

Deux récipients de 2,241 L sont portés à la température de 0°C. L'un contient 1,000 mol d'argon et l'autre 1,000 mol d'ammoniac.

- Expliquez à quel gaz l'équation d'état des gaz parfaits s'applique le mieux.

- Pour quel récipient la pression mesurée est-elle la plus élevée ? Justifiez et estimez la valeur de celle-ci (sans machine).

Questionnaire n°400

Interrogation de chimie – CHIM-F-101 – 05 janvier 2015 – Théorie

NOM, Prénom: ..... _____

Section et numéro de matricule : 3

QUESTION 3 *(20 points)*

Face à l'évolution des cours et des réserves de pétrole, certains acteurs de la pétrochimie ont développé des unités de production de carburant liquide synthétisé à partir d'un mélange de $CO(g) + H_2(g)$ en présence d'un catalyseur.

1) Ecrivez l'équation chimique équilibrée de la réaction qui produit de l'octane (C_8H_{18}) et de la vapeur d'eau.
2) Prédisez le signe de la variation d'entropie de la réaction. Justifiez.
3) La réaction étant spontanée dans les conditions de la synthèse, quelle conclusion pouvez-vous tirer sur le signe de $\Delta_r H$? Justifiez votre réponse.
4) Existe-t-il une température d'inversion pour cette réaction ? Justifiez.

Questionnaire n°400

Interrogation de chimie – CHIM-F-101 – 05 janvier 2015 – Théorie

NOM, Prénom: .....

Section et numéro de matricule : 4

QUESTION 4 *(10 points)*

Soit la configuration électronique complète d'une molécule à l'état fondamental :

$$(\sigma_{1s})^2\,(\sigma_{1s}^*)^2\,(\sigma_{2s})^2\,(\sigma_{2s}^*)^2\,(\pi_{2p})^2\,(\pi_{2p})^2\,(\sigma_{2p})^2\,(\pi_{2p}^*)^1$$

a) A quelle molécule – CO, O_2, N_2, NO ou F_2 – correspond-elle ?
b) Comparez les longueurs de liaison de cette molécule avec celles de son cation monovalent et justifiez votre réponse.
c) Cette molécule est-elle para- ou diamagnétique? Expliquez.

(Les symboles des éléments de la deuxième période sont dans l'ordre Li, Be, B, C, N, O, F, Ne.)

Questionnaire n°400

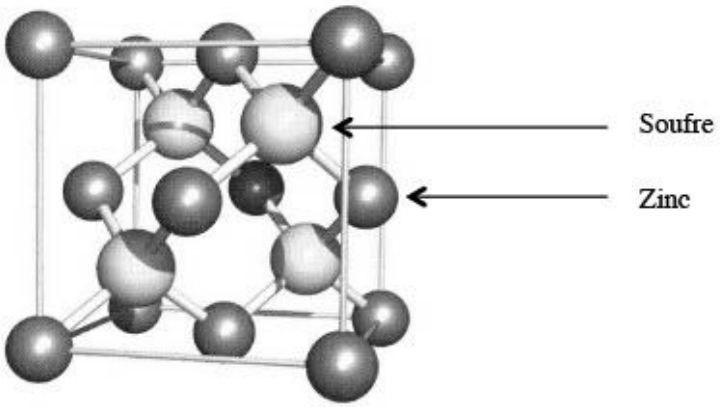
Interrogation de chimie – CHIM-F-101 – 05 janvier 2015 – Théorie

NOM, Prénom: ..... _____

Section et numéro de matricule : 5

QUESTION 5 *(15 points)*

La figure ci-dessous représente la maille cristalline d'un minéral constitué d'atomes de zinc et de soufre.



a) Sur base d'un décompte d'atomes, identifiez la formule brute de ce composé.

b) Le soufre et le zinc appartiennent à la 3ème et à la 4ème période, respectivement. Expliquez pourquoi on a représenté les atomes de soufre plus volumineux que les atomes de zinc.

Questionnaire n°400

ULB

Faculté des Sciences

Année académique 2014/2015

PREMIERE ANNEE DE BACHELIER EN SCIENCES BIOLOGIQUES, CHIMIQUES, GEOGRAPHIQUES, GEOLOGIQUES, PHYSIQUES, EN SCIENCES DE L'INGENIEUR (ORIENTATION BIOINGENIEUR), MATHEMATIQUES (ORIENTATION BIOLOGIE), PREMIERE ANNEE POLYVALENTE EN SCIENCES

INTERROGATION DE CHIMIE du 5 janvier 2015

Seconde partie - Exercices

NOM, Prénom: .....

Section et numéro de matricule : 1

QUESTION 1 *(25 points). La réussite de cette question validera, le cas échéant, les travaux personnels des étudiants en sciences physiques.*

L'alliage Sn/Pb est souvent utilisé en soudure car ce mélange fond à basse température (183°C). Quand 5,00 g de cet alliage sont plongés dans une solution aqueuse de chlorure d'hydrogène en excès, un gaz se dégage et il y a apparition d'un précipité blanc de masse 2,55 g.
Les états d'oxydation des deux métaux sont de +2 en fin de réaction.

a) Ecrivez les équations ioniques nettes des processus chimiques observés lorsque l'alliage est plongé dans la solution de chlorure d'hydrogène.
b) Quelle est la fraction massique de l'étain dans cet alliage ?
c) Quel est le volume du gaz dégagé à température et pression normales ?

Questionnaire n°400

Interrogation de chimie – CHIM-F-101 – 05 janvier 2015 – Exercices

NOM, Prénom: ..... _____

Section et numéro de matricule : 2

QUESTION 2 *(25 points)*

La vélocité d'un électron éjecté d'une surface métallique par un photon est de $6{,}201.10^2$ km/s.

a) Quelle est la longueur d'onde associée au mouvement de l'électron éjecté ?

b) Que vaut le travail d'extraction si la fréquence du rayonnement pour éjecter un électron est de $1{,}100.10^{15}$ Hz ?

c) Dans quelle partie du spectre électromagnétique se situe l'énergie utilisée pour arracher l'électron ?

d) Quelle est l'incertitude minimale sur la position de l'électron sachant que sa vitesse est connue à ± 0,1 km/s ?

Interrogation de chimie – CHIM-F-101 – 05 janvier 2015 – Exercices

NOM, Prénom: ..... _____

Section et numéro de matricule : 3

QUESTION 3 *(25 points)*

L'indium est un métal gris brillant à bas point de fusion (156 °C). Sa récente utilisation massive, notamment dans les écrans plats, a fait passer son prix de 80 €/kg à 800 €/kg entre 2001 et 2005. La pénurie actuelle en fait une matière première minérale d'un enjeu socio-économique majeur.
Un industriel veut faire fondre 1,000 kg d'indium pur pour en faire un lingot. Pour cela, il utilise un dispositif qui permet la combustion complète d'un mélange gazeux de méthane et d'éthane. À la fin de la réaction, 5,342 g de dioxyde de carbone et d'eau (liquide) ont été produits. La température initiale de l'indium est de 25°C ; son enthalpie de fusion est de 3,270 $kJ.mol^{-1}$ et sa capacité calorifique est de 26,75 $J.mol^{-1}.K^{-1}$.

a) Ecrivez les réactions de combustion des deux gaz.

b) Quel volume du mélange de gaz à 25 °C sous 1,000 atm est nécessaire pour réaliser cette opération ?

(*Considérez l'absence de toute perte calorifique et la capacité calorifique constante dans la plage de température mentionnée. Négligez la variation de l'enthalpie molaire de réaction avec la température.*)

Questionnaire n°400

Interrogation de chimie – CHIM-F-101 – 05 janvier 2015 – Exercices

NOM, Prénom: ..... _____

Section et numéro de matricule : 4

QUESTION 4 *(25 points)*

Une expérience de diffraction des rayons X ($\lambda = 0{,}1541$ nm) d'un cristal donne un angle de diffraction de premier ordre de 29,32° pour le plan (002). La substance a une masse volumique de 10,22 g/cm^3 et ses atomes adoptent une structure cristalline de type cubique centré.

a) Représentez en trois dimensions une maille élémentaire du cristal et indiquez-y les axes et le plan (002).

Au moyen des données, répondez aux questions suivantes :

b) Quelle est la masse molaire de cet élément ?
c) Combien d'atomes un plan (001) d'une surface de 1,000 cm^2 traverse-t-il ?

Questionnaire n°001

ULB

Faculté des Sciences

Année académique 2014/2015

PREMIERE ANNEE DE BACHELIER EN SCIENCES BIOLOGIQUES, CHIMIQUES, GEOGRAPHIQUES, GEOLOGIQUES, PHYSIQUES, EN SCIENCES DE L'INGENIEUR (ORIENTATION BIOINGENIEUR), PREMIERE ANNEE POLYVALENTE EN SCIENCES

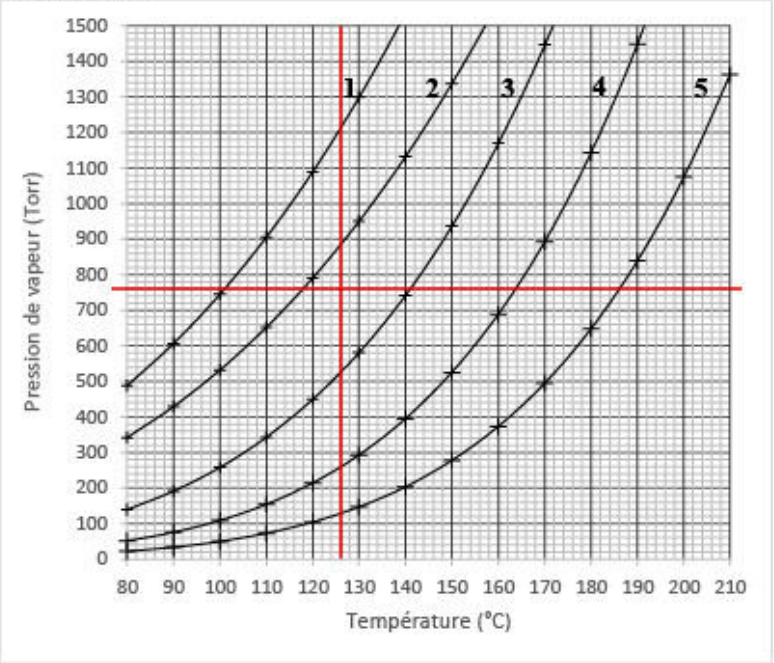
EXAMEN DE CHIMIE du 26 mai 2015

NOM, Prénom: ..... _____

Section et numéro de matricule : 1

QUESTION 1 *(20 points). Une feuille supplémentaire est fournie pour répondre à cette question*

Les pressions de vapeur de différents acides carboxyliques ont été mesurées en fonction de la température :



1) HCOOH
2) CH_3COOH
3) CH_3CH_2COOH
4) $CH_3(CH_2)_2COOH$
5) $CH_3(CH_2)_3COOH$

a) Complétez le tableau ci-dessous. Détaillez vos calculs sur la feuille supplémentaire fournie.

	Acide propanoïque	Acide pentanoïque
Formule chimique	CH_3CH_2COOH	$CH_3(CH_2)_3COOH$
$T_{ébul}$ (°C) (à P atmosphérique)	141	186
ΔH^0_{vap} (kJ/mol)	33.8	45.9

b) À 126°C, l'acide propanoïque et l'acide pentanoïque forment un mélange idéal. On considère un mélange au-dessus duquel la pression totale au-dessus du mélange est égale à 330 Torr. Calculer les fractions molaires des deux acides dans la phase liquide et la phase gazeuse.

c) Dessinez, en utilisant les valeurs calculées, l'isotherme du mélange à 126 °C sur le graphique situé au bas de la feuille fournie.

Questionnaire n°001

NOM, Prénom: ..... _____

.....

Section et numéro de matricule : 1

a) Exemple de données sur le graphique

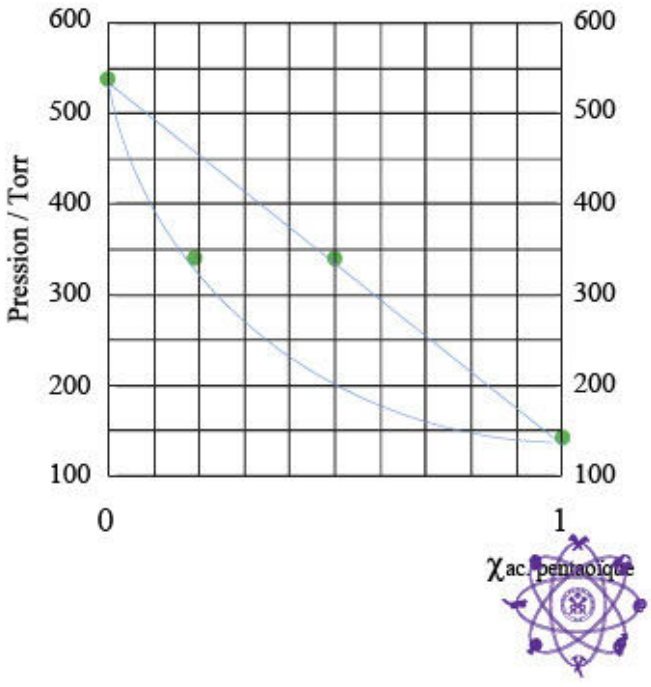
	T/°C	T/K	P/Torr
Acide propanoïque	170 100	443,15 373,15	1450 260
Acide pentanoïque	210 120	483,15 393,15	1360 100

Acide propanoïque : $\Delta H^0_{vap} = +\ 33{,}8$ kJ.mol^{-1}
Acide pentanoïque : $\Delta H^0_{vap} = +\ 45{,}8$ kJ.mol^{-1}

b) Acide propanoïque seul : $P^0_{126°C} = 530$ Torr
Acide pentanoïque seul : $P^0_{126°C} = 130$ Torr

c)

$\chi^L_{Ac.propanoïque} = \frac{200}{400} = 0{,}500 \rightarrow \chi^L_{Ac.pentanoïque} = 1 - 0{,}500 = 0{,}500$
$\chi^V_{Ac.propanoïque} = \frac{0{,}500.530}{330} = 0{,}803 \rightarrow \chi^V_{Ac.pentanoïque} = 1 - 0{,}0803 = 0{,}197$



Questionnaire n°001

Examen de chimie – CHIM-F-101 – 26 mai 2015

NOM, Prénom: .....

Section et numéro de matricule : 2

QUESTION 2 *(20 points)*

a) Des ions sulfures sont progressivement ajoutés à une solution contenant des ions cadmium, ferreux et ferrique. La concentration de chaque ion est égale à 10^{-6} mol.L^{-1}. Déterminez et justifiez la séquence d'apparition des précipités.

b) Calculez la solubilité du sulfure de cadmium dans une solution aqueuse saturée de H_2S à 0,1 mol.L^{-1} ajustée à pH = 2,0 à 25°C.

a)

La séquence d'apparition des précipités suit l'ordre croissant des concentrations en ions sulfures calculées :

$Fe_2S_3(s)$ puis CdS(s) puis FeS(s)
1 2 3

b)

$[Cd^{2+}] = 1{,}4.10^{-13}$ mol.L^{-1}

a) $S^{2-} + Fe^{3+} \rightleftharpoons Fe_2S_3(s)$; $K_S = \frac{1}{[Fe^{3+}][S^{2-}]}$ $\Leftrightarrow$ $[S^{2-}] = \frac{1}{[Fe^{3+}]K_S} = 1.10^{91}$

Pareil pour CdS : $[S^{2-}] = 7{,}14\ 10^{34}$
FeS : $[S^{2-}] = 6{,}29.10^{24}$

} Celui qui a besoin d'une concentration plus petite précipite d'abord.

Questionnaire n°001

Examen de chimie – CHIM-F-101 – 26 mai 2015

NOM, Prénom: ..... _____

Section et numéro de matricule : 3

QUESTION 3 *(20 points)*

Soit la pile à 298K :

Fe (s)	Fe^{3+} (aq) = 0,600 mol.L^{-1}; V= 1,00 L	$[CuCl_4]^{2-}$ (aq) = 0,600 mol.L^{-1} $[CuCl_2]^-$ (aq) = 0,300 mol.L^{-1} Cl^- (aq) = 3,00 mol.L^{-1}; V= 1,00 L	Pt (s)

a) Ecrivez les équations des demi-réactions qui se produisent à la cathode et à l'anode, ainsi que l'équation de la réaction globale.

b) A l'aide des constantes de complexation des ions Cu(I) et Cu(II) et de la table des potentiels standard en solution aqueuse acide, calculez le potentiel standard de la cathode.

c) Calculez la force électromotrice de cette pile.

d) Quelle masse fer sera déposée sur l'électrode de fer si ce système est soumis à une électrolyse opérée avec un courant de 3,00 A pendant 90,0 minutes ? Que vaudra la force électromotrice après l'électrolyse ?

a)

anode : $Fe(s) \rightleftharpoons Fe^{3+}(aq) + 3\ e^-$

cathode : $[CuCl_4]^{2-}(aq) + 1\ e^- \rightleftharpoons [CuCl_2]^-(aq) + 2\ Cl^-(aq)$

équation globale : $Fe(s) + 3\ [CuCl_4]^{2-}(aq) \rightleftharpoons Fe^{3+}(aq) + 3\ [CuCl_2]^-(aq) + 6\ Cl^-(aq)$

b) $\rightarrow E° = 0{,}726V$

c) $E_{pile} = E_{cathode} - E_{anode} = +0{,}729\ V$

d) $\Delta E = +0{,}763\ V$

Questionnaire n°001

Examen de chimie – CHIM-F-101 – 26 mai 2015

NOM, Prénom: .....

Section et numéro de matricule : 4

QUESTION 4 *(20 points)*

a) On dispose de deux solutions aqueuses :
- de l'acide maléique HOOC-CH=CH-COOH à 0,300 mol.L^{-1}
- de l'hydroxyde de sodium à 0,200 mol.L^{-1}. Calculez le pH du deuxième point d'équivalence du titrage de 20,0 mL de la solution acide par la base forte. Écrivez les deux équations de neutralisation de ce diacide. Mentionnez un indicateur approprié.

b) On dispose des deux solutions suivantes :
- une solution aqueuse de maléate de sodium à 0,100 mol.L^{-1}
- une solution aqueuse de chlorure d'hydrogène à 0,100 mol.L^{-1}.

Quels volumes des deux solutions faut-il mélanger pour obtenir 1,00 litre d'une solution tampon de pH égal à 6,00. Ecrivez la réaction chimique qui se produit lors du mélange.

c) Quel sera le pH après avoir rajouté à la solution tampon 1,00 litre de solution de NaCl à 0,100 mol.L^{-1} ?

posons HOOC-CH = CH-COOH(aq) = H_2A(aq)

a)

→ pOH = 4,529 pH= 9,47

b)

→ Acide chlorhydrique : 0,350L
→ Maléate de sodium : 0, 650L

c) Le NaCl (aq) n'a aucune activité acido-basique. On dilue un mélange tampon, ce qui n'affecte pas le pH de celui-ci.

a) $HOOC-CH=CH-COOH + OH^{(-)} \rightleftharpoons HOOC-CH=CH-COO^{(-)} + H_2O$

$HOOC-CH=CH-COO^{(-)} + OH^{(-)} \rightleftharpoons {}^{(-)}OOC-CH=CH-COO^{(-)} + H_2O$

$20\,ml = 6.10^{-3}$ mol -> on a besoin 2 fois de 6.10^{-3} mol d'acide forte -> 0,03L x 2

$V_{TOT} = 0,08\,L$

$OH = \sqrt{K_{b_2} \cdot M} = \sqrt{\frac{10^{-14}}{Ka_2} \cdot \frac{6.10^{-3}}{0,08}} = 3,1 \cdot 10^{-5}$ => pOH = 4,5

b) $^{(-)}OOC-COOH + H^+ \rightleftharpoons HOOC-COOH$ (maleate simplifié)

	n_a	n_b	–
	$n_a - x$	$n_b - x$	x

n : nre de moles
V : volume

1) $V_a + V_b = 1$

$\frac{n_a}{0,100} + \frac{n_b}{0,100} = 1$

① $n_a + n_b = 0,100$

2) $pH = 6 \leftrightarrow [H^+] = 10^{-6} = n_b - x$ ②

$\frac{1}{Ka_2} = \frac{[HOOC-COOH]}{[H^+][^{(-)}OOC-COOH]}$

$Ka_2 = \frac{[H^+][^{(-)}OOC-COOH]}{[HOOC-COOH]}$

$Ka_2 = \frac{(10^{-6})(n_a - x)}{x}$

$8,57.10^{-7}\, x = 10^{-6} n_a - 10^{-6} x$

$1,857.10^{-6}\, x = 10^{-6} n_a$

$x = \frac{n_a}{1,857}$ ③

3) ③ en ②

$10^{-6} = n_b - \frac{n_a}{1,857}$

$1,857.10^{-6} = 1,857\, n_b - n_a$ ④

4) ④ et ①

$1,857.10^{-6} = 1,857\, n_b - (0,100 - n_b)$

$1,857.10^{-6} = 1,857\, n_b - 0,100 + n_b$

$0,1 = 2,857\, n_b$

$n_b = 0,035$ mol $\rightarrow V_b = \frac{n_b}{0,100} =$ **0,350 L** et $V_a = 0,650$ L

Questionnaire n°001

Examen de chimie – CHIM-F-101 – 26 mai 2015

NOM, Prénom: .....

Section et numéro de matricule : 5

QUESTION 5 *(20 points)*

Dans le corps humain (37°C) l'éthanol est dégradé en éthanal dans le foie par le biais d'une enzyme (alcooldéhydrogénase, ADH):

$$CH_3CH_2OH(aq) + NAD^+(aq) \xrightarrow{ADH} CH_3CHO(aq) + NADH(aq) + H^+(aq)$$

Dans son laboratoire, un scientifique étudie cette réaction en mesurant la variation du pH au cours du temps à partir d'une solution à pH = 3,00 contenant $4{,}37.10^{-2}$ mol.L^{-1} d'éthanol.

t (h)	0,0	2,00	5,50	9,00	13,0	15,0	18,0
pH	3,00	2,12	1,72	1,52	1,35	1,35	1,35

a) Déterminez graphiquement l'ordre partiel de réaction par rapport à l'éthanol ainsi que la valeur de la constante cinétique.
b) Combien de temps faut-il pour décomposer 50% d'éthanol à partir d'une solution contenant 3,00 g.L^{-1} d'éthanol.

a)

t (h)	0,0	2,00	5,50	9,00	13,0	16,5	19,0
pH	3,00	2,12	1,72	1,52	1,35	1,35	1,35
$[H^+]$	1.10^{-3}	$7{,}586.10^{-3}$	$1{,}905.10^{-2}$	$3{,}020.10^{-2}$	$4{,}467.10^{-2}$	$4{,}467.10^{-2}$	$4{,}467.10^{-2}$
$[H^+]$ formé	0	$6{,}586.10^{-3}$	$1{,}805.10^{-2}$	$2{,}920.10^{-2}$	$4{,}367.10^{-2}$	$4{,}367.10^{-2}$	$4{,}367.10^{-2}$
[EtOH]	$4{,}37.10^{-2}$	$3{,}71.10^{-2}$	$2{,}56.10^{-2}$	$1{,}45.10^{-2}$	$3{,}16.10^{-5}$	$3{,}16.10^{-5}$	$3{,}16.10^{-5}$

Ordre 0

b) $t_{1/2}$ = 10,0 heures

On trouve la constante graphiquement et le temps avec $t_{1/2} = \frac{1}{2}\frac{A_0}{k}$

MVN

Chimie : Mai 2015

①

Q2

a) $S^{2-}_{(aq)} + Cd^{2+}_{(aq)} \longrightarrow CdS_{(s)}$ $\quad \frac{1}{K_S} = \sim 10^{29} = K_1$

$S^{2-}_{(aq)} + Fe^{2+}_{(aq)} \longrightarrow FeS_{(s)}$ $\quad \frac{1}{K_S} = \sim 10^{19} = K_2$

$S^{2-}_{(aq)} + Fe^{3+}_{(aq)} \longrightarrow Fe_2S_{3(s)}$ $\quad \frac{1}{K_S} = 10^{85} = K_3$

On voit ici que le Fe_2S_3 va précipiter le plus rapidement puis le CdS puis le FeS car la constante de précipitation, est plus grande du Fe_2S_3 que les autres.

$K_3 > K_1 > K_2 \rightarrow Fe_2S_3 > CdS > FeS$

b) $H_2S_{(aq)} \rightleftharpoons HS^-_{(aq)} + H^+_{(aq)}$ $\quad K_{A1} = 9,1 \cdot 10^{-8}$

$HS^-_{(aq)} \rightleftharpoons S^{2-}_{(aq)} + H^+_{(aq)}$ $\quad K_{A2} = 1,1 \cdot 10^{-12}$

$\rightarrow H_2S_{(aq)} \rightleftharpoons S^{2-}_{(aq)} + 2H^+_{(aq)}$ $\quad K_T = K_{A1} \cdot K_{A2} = 1,001 \cdot 10^{-19}$

$K_T = \frac{[H^+]^2 \cdot [S^{2-}]}{[H_2S]} \rightarrow [S^{2-}] = \frac{K_T \cdot [H_2S]}{[H^+]^2} = \frac{1,001 \cdot 10^{-19} \cdot 0,1 \text{ mol/L}}{(10^{-2})^2}$

$\rightarrow [S^{2-}] = 1,001 \cdot 10^{-16}$ mol/L

$K_S = [Cd^{2+}][S^{2-}] \rightarrow [Cd^{2+}] = \frac{K_S}{[S^{2-}]} = \frac{1,40 \cdot 10^{-29}}{1,001 \cdot 10^{-16}} = 1,40 \cdot 10^{-3}$ mol/L

Q3

$Fe_{(s)} \left| \begin{matrix} Fe^{3+}_{(aq)} = 0{,}6\ mol/L \\ V = 1\ L \end{matrix} \right\| \begin{matrix} [CuCl_4^{2-}]_{(aq)} = 0{,}6\ mol/L \\ [CuCl_4^{-}]_{(aq)} = 0{,}3\ mol/L \\ Cl^-_{(aq)} = 3\ mol/L \\ V = 1\ L \end{matrix} \left| \right. \uparrow_{E\ (s)}$

a) $Fe_{(s)} \rightleftharpoons Fe^{3+}_{(aq)} + 3\,e^-$

$[CuCl_4]^{2-} + 1\,e^- \rightleftharpoons [CuCl_2]^- + 2\,Cl^-_{(aq)} \quad \times 3$

Équation globale :

$Fe_{(s)} + 3[CuCl_4]^{2-}_{(aq)} \rightleftharpoons Fe^{3+}_{(aq)} + 3[CuCl_2]^-_{(aq)} + 6\,Cl^-_{(aq)}$

b) $Cu^+_{(aq)} + 2\,Cl^-_{(aq)} \rightleftharpoons [CuCl_2]^-_{(aq)} \quad K_1 = 5.10^4$

$Cu^{2+}_{(aq)} + 4\,Cl^-_{(aq)} \rightleftharpoons [CuCl_4]^{2-}_{(aq)} \quad K_2 = 1.10^5$

$Cu^{2+}_{(aq)} + 1\,e^- \rightleftharpoons Cu^+_{(aq)} \quad K_3 = e^{\frac{nF\Delta E^\circ}{RT}}$

$[CuCl_4]^{2-}_{(aq)} + 1\,e^- \rightleftharpoons [CuCl_2]^-_{(aq)} \quad K_T = K_2 \cdot \frac{1}{K_2} \cdot K_3$

$= 193{,}48$

on sait que : $K_T = K = e^{\frac{nF\Delta E^\circ}{RT}}$ $\rightarrow \Delta E^\circ_{complexe} = \frac{\ln K \cdot RT}{nF} = 0{,}135\ V$

c) $\Delta E = \Delta E_{cath} - \Delta E_{Anode}$

$= 0{,}137\ V$

$\Delta E_{cath} = \frac{0{,}135 - 8{,}314 \cdot 298}{96485} \cdot \ln\left(\frac{[Cl^-]^2 \cdot [CuCl_2^-]}{[CuCl_4^{2-}]}\right)$

$= 0{,}096\ V$

$\Delta E_{Anode} = \frac{-0{,}037 - 8{,}314 \cdot 298}{3 \cdot 96485} \cdot \ln\left(\frac{1}{[Fe^{3+}]}\right)$

$= -0{,}041\ V$

d) $n_{e^-} = \frac{Q}{F} = \frac{it}{F} \rightarrow n_{e^-} = \frac{3 \cdot 5400}{96485} = 0{,}168\ mol$

	$Fe^{3+}_{(aq)}$	$+\ 3\,e^-$	$\rightleftharpoons$	$Fe_{(s)}$
i	$n = 0{,}6$	$0{,}168$		0
f	$n = 0{,}6 - \frac{0{,}168}{3}$	0		$\frac{0{,}168}{3} = 0{,}056\ mol$
	$= 0{,}544\ mol$			

$m_{Fe} = (0{,}056 \cdot 55{,}845)\ g$

$= 3{,}13\ g$

1 MVM

Chimie Mai 2015

(1 5:5)

1

$$[CuCl_2]^-_{(aq)} + 2\,Cl^-_{(aq)} \rightarrow [CuCl_4]^{2-}$$

	$[CuCl_2]^-_{(aq)}$	$2\,Cl^-_{(aq)}$	$[CuCl_4]^{2-}$
i	0,3 mol	3 mol	0,6
$\rightleftharpoons$	0,3 − 0,168 = 0,132 mol	3 − (2 · 0,168) = 2,664 mol	0,6 + 0,168 = 0,768 mol

$$\Delta E = E_{Cath} - E'_{Anode} = 0,172\ V$$

$$E'_{Cath} = 0,135 - \frac{8,314 \cdot 298}{1 \cdot 96485} \cdot \ln\left|\frac{[Cl^-]^2_{\rightleftharpoons} \cdot [CuCl_4]^-_{\rightleftharpoons}}{[CuCl_4]^{2-}_{\rightleftharpoons}}\right| = 0,130\ V$$

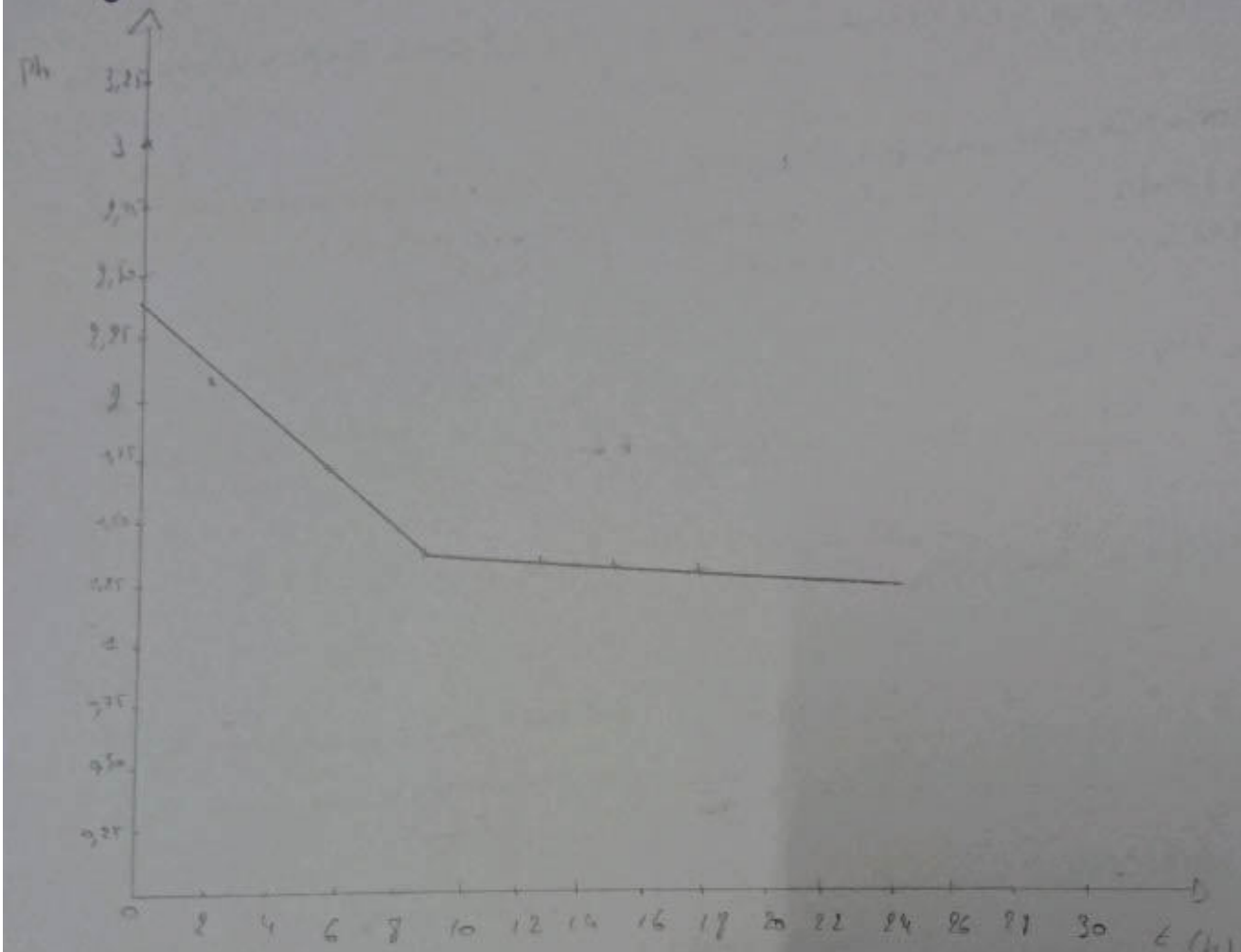
$$E'_{Anode} = -0,037 - \frac{8,314 \cdot 298}{3 \cdot 96485} \cdot \ln\left(\frac{1}{[Fe^{3+}]_{\rightleftharpoons}}\right) = -0,042\ V$$

MVM

Chimie : Mai 2015

②

Q5



a) la courbe décline puis se stagne. Ce type de graphique correspond à l'ordre 0

b) 50% éthanol = $t_{1/2}$

Par graphique je trouve $k = \frac{[Eth] - [Eth]}{18h - 0h} = 1,95 \cdot 10^{-3}$ mol/L.h | $k_1 = \frac{[Eth] - [Eth]}{9h - 0h} = 3,24 \cdot 10^{-3}$ mol/L.h

$[Eth]_0 = \frac{c}{MM} = \frac{3 g/L}{46 g/mol} = 0,065$ mol/L

$t_{1/2} = \frac{[Eth]_0}{k_1} \cdot \frac{1}{2} = 10,02$ h

1 Q4

a) $HOOC-CH=CH-COOH_{(aq)} + NaOH_{(aq)} \rightleftharpoons HOOC-CH=CH-COONa_{(aq)} + H_2O_{(aq)}$

$HOOC-CH=CH-COONa_{(aq)} + NaOH_{(aq)} \rightleftharpoons OOC-CH=CH-COONa_2 + H_2O$

$\rightarrow HOOC-CH=CH-COOH_{(aq)} + 2\,NaOH_{(aq)} \rightleftharpoons OOC-CH=CH-COONa_{2(aq)} + 2H_2O$

$C = 0,3$ mol/L
$V = 0,02$ L

$C = 0,2$ mol/L
$V = 0,06$ L

$n = C.V$ (de l'acide) $= 6.10^{-3}$ mol

$V_t = (0,06 + 0,02)$ L $= 0,08$ L

$C_1 . V_1 = C_2 . V_2$

$\rightarrow \frac{V_2}{2} = \frac{C_1 . V_1}{C_2} = 0,03$ L $\rightarrow V_2 = 0,06$ L

$\therefore C = \frac{6.10^{-3}\,mol}{0,08\,L} = 0,075$ mol

$pH = 14 + \log\sqrt{K_{b_2} . C_b}$
$= 9,47$

b) $pH = 6 \rightarrow [H^+] = 10^{-6}$ on sait aussi que $[H^+] = K_{A_2} \frac{C_a}{C_b}$

$\rightarrow \frac{[H^+]}{K_{A_2}} = \frac{C_a}{C_b} \rightarrow 1,167 = \frac{n_a}{n_b}$ (on peut ramener C_a à n_a car le V_t est le même)

ON SAIT : $n_a = 0,1 . V_A$ et que $n_b = 0,1 V_b - 0,1 V_A$

$- V_b + V_A = 1 \Rightarrow V_b = -V_A + 1$

$\Rightarrow 1,167 = \frac{0,1 . V_A}{0,1 - 0,1 V_A - 0,1 V_A}$

$\Rightarrow 0,117 = 0,333 V_A$

$\Rightarrow V_A = 0,350$ L

$V_b = 1 - V_A = 0,650$ L

B → maléate de Sodium
A → HCl

c) Ça n'aura aucun effet car NaCl est un élément inactif car Na^+ acide inactif et Cl^- base inactif.

MVN

Chimie : Mai 2015

③

Q1

a)

	Acide propanoïque	acide pentanoïque
formule	CH_3CH_2COOH	$CH_3(CH_2)_3COOH$
$T_{éb}$	141°C	186°C
ΔH_{VAP}	33,8	45,9

① Formule Clapeyron : $\ln\left(\frac{P_1}{P_2}\right) = \frac{-\Delta H_{VAP}}{R}\left(\frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_2}\right)$

b) à 126°C → mélange idéal

$P_T = P_A^\circ \cdot \chi_A^L + P_B^\circ \cdot \chi_B^L$ ⇒ $330 = 520x + 130(1-x)$

→ $x = \frac{330-130}{390} = 0,513$

où $P_T = 330$ torr

$x = \chi_A^L$

$Y = \chi_B^L$

$1 = x + y$

$1 - x = y$

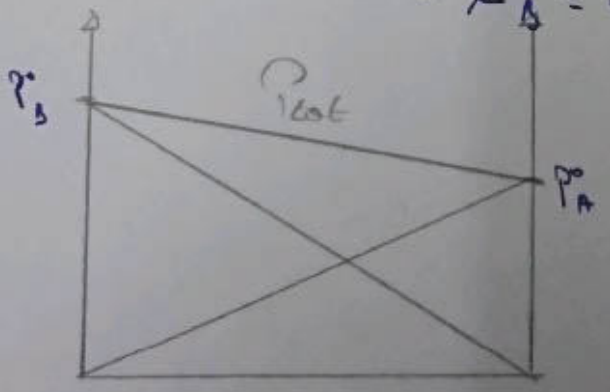
→ $\chi_A^L = 0,513$ et $\chi_B^L = 0,487$

$\chi_A^V = \frac{P_A^\circ \cdot \chi_A^L}{P_A^\circ \cdot \chi_A^L + P_B^\circ \cdot \chi_B^L} = 0,808$

$1 - \chi_A^V = \chi_B^V$

→ $\chi_B^V = 0,192$

c)



ULB

Faculté des Sciences

Année académique 2015/2016

PREMIERE ANNEE DE BACHELIER EN SCIENCES BIOLOGIQUES, CHIMIQUES, GEOGRAPHIQUES, GEOLOGIQUES, PHYSIQUES, EN SCIENCES DE L'INGENIEUR (ORIENTATION BIOINGENIEUR), MATHEMATIQUES (ORIENTATION BIOLOGIE), PREMIERE ANNEE POLYVALENTE EN SCIENCES

INTERROGATION DE CHIMIE du 4 janvier 2016

I. Théorie

NOM, Prénom: ..... _____

Section et numéro de matricule : 1

QUESTION 1 *(10 points)*

Voici différentes propositions de configuration électronique pour des atomes.

1) Identifiez, à l'aide d'une croix, celles qui sont correctes.
2) Parmi les configurations correctes, identifiez de la même manière si la configuration est celle de l'état fondamental ou celle d'un état excité de l'atome.
3) Donnez la position dans le tableau périodique (numéro ou nom de la famille, numéro de la période) des configurations correctes.

	Correcte	État fondamental	État excité	Famille	Période
$1s^2\ 2s^2\ 2p^6\ 3s^2\ 3p^6\ 3d^{10}\ 4s^2\ 4p^4$					
$1s^2\ 2s^2\ 2p^6\ 3s^2\ 3p^6\ 4s^2\ 3d^{10}\ 4p^5\ 5s^1$					
$1s^2\ 2s^2\ 2p^6\ 3s^2\ 3p^6\ 4s^1$					
$1s^2\ 2s^2\ 2p^6\ 3s^2\ 3p^6\ 4s^2$					
$1s^2\ 2s^2\ 2p^6\ 3s^2\ 3p^7\ 4s^2$					

Interrogation de chimie - janvier 2016 - Théorie

NOM, Prénom: ..... _____

Section et numéro de matricule : 2

QUESTION 2 *(25 points)*

Remplissez le tableau suivant, qui liste un ensemble de propriétés moléculaires. L'oxygène et le soufre appartiennent tous deux à la 6e famille des groupes principaux, tandis que l'iode et le chlore sont des halogènes (famille VIIa).

	HIO_3	SCl_2
Nomenclature		
Structure(s) de Lewis		
Charges formelles		
Géométrie		
Types d'interactions intermoléculaires possibles		

À votre avis, laquelle de ces deux molécules a l'enthalpie de vaporisation standard ($\Delta_{vap}H°$) la plus élevée ? Justifiez sur base des réponses apportées dans le tableau ci-dessus.

Interrogation de chimie - janvier 2016 - Théorie

NOM, Prénom: ..... _____

Section et numéro de matricule : 3

QUESTION 3 *(20 points)*

La molécule de difluor (nombre atomique Z=9) est diamagnétique, alors que celle de dioxygène (Z=8) est paramagnétique. Justifiez cette différence en faisant appel à la structure électronique fondamentale de ces deux molécules, telle que donnée par la théorie des orbitales moléculaires. Sur la base de ces mêmes configurations, déterminez à laquelle de ces deux molécules est associée l'énergie de liaison la plus élevée.

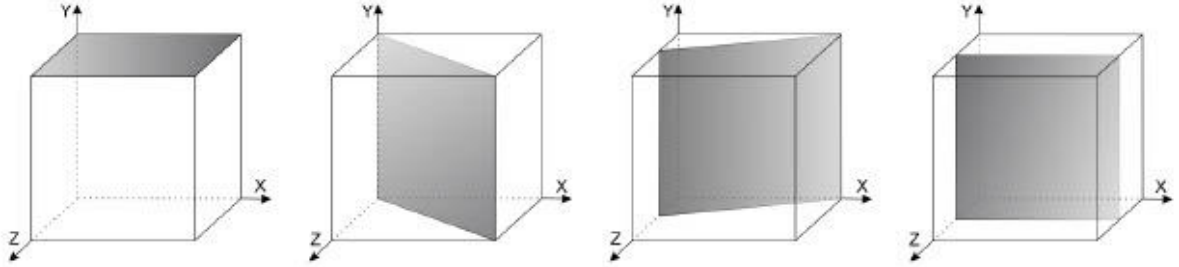
Interrogation de chimie - janvier 2016 - Théorie

NOM, Prénom: ..... _____

Section et numéro de matricule : 4

QUESTION 4 *(8 points)*

Déterminez les indices de Miller (h,k,l) des plans suivants, faisant partie d'un réseau cubique :



QUESTION 5 *(7 points)*

On observe souvent qu'un gaz réel suit l'équation des gaz parfaits pour une certaine température T_B, appelée la « température de Boyle ». Obtenez une expression pour cette température en fonction des paramètres a et b de l'équation de van der Waals

$$P = \frac{RT}{V_m - b} + \frac{a}{V_m^2},$$

dans laquelle V_m est le volume molaire du gaz, maintenu constant. Notez qu'avec cette notation, l'équation des gaz parfaits est donnée par $P = RT/V_m$.

Interrogation de chimie - janvier 2016 - Théorie

NOM, Prénom: ..... _____

Section et numéro de matricule : 5

QUESTION 6 *(15 points)*

La formation d'acide acétique à partir de ses éléments dans leur état de référence est un processus exothermique dans les conditions standard, que cet acide soit sous forme liquide ou gazeuse :

$$2\ C(s,gr) + 2\ H_2\ (g) + O_2\ (g) \rightarrow CH_3COOH\ (g) \quad \Delta_f H° = -\ 432\ kJ/mol$$

$$2\ C(s,gr) + 2\ H_2\ (g) + O_2\ (g) \rightarrow CH_3COOH\ (l) \quad \Delta_f H° = -\ 484\ kJ/mol$$

a) Quel est le signe de la variation d'entropie pour chacune de ces réactions ? Justifiez.
b) Calculez l'enthalpie de vaporisation de l'acide acétique.
c) Existe-t-il une température d'inversion pour la vaporisation de l'acide acétique ? Justifiez.

Interrogation de chimie - janvier 2016 - Théorie

NOM, Prénom: ..... _____

Section et numéro de matricule : 6

QUESTION 7 *(15 points)*

Vous trouverez ci-dessous une série de questions à choix multiples. Indiquez la seule réponse correcte en noircissant la case correspondante et justifiez votre choix en une ligne maximum.
Pondération : réponse valide et justifiée : 3 points ; réponse valide non justifiée : 1 point ; pas de réponse : 0 point ; réponse incorrecte : - 1 point !

a) Soit deux gaz parfaits de masse molaire M_1 et M_2, respectivement aux températures T_1 et T_2. Laquelle de ces affirmations concernant la vitesse moyenne des particules, v_1 et v_2, est correcte ?

- ○ Si $M_1 > M_2$ et $T_1 < T_2$, alors $v_1 > v_2$
- ○ Si $M_1 < M_2$ et T_1 x= T_2, alors $v_1 = v_2$
- ○ Si $M_1 > M_2$ et $T_1 = T_2$, alors $v_1 < v_2$
- ○ Si $M_1 = M_2$ et $T_1 > T_2$, alors $v_1 < v_2$

Justification :

b) Dans le diagramme des phases d'un corps pur, la variance de Gibbs le long de la courbe correspondant à l'équilibre solide-gaz vaut

- ○ -1
- ○ 0
- ○ 1
- ○ 2

Justification :

c) La capacité calorifique molaire à pression constante d'un certain gaz diatomique à TPN vaut $(7/2)\,R$. Cette valeur peut être attribuée aux degrés de liberté de

- ○ translation et vibration
- ○ rotation et translation
- ○ vibration, translation et rotation
- ○ rotation et vibration

Justification :

d) Une orbitale moléculaire anti-liante

- ○ ne peut jamais contenir d'électrons.
- ○ est caractérisée par une probabilité de présence négative.
- ○ est énergétiquement moins stable que l'orbitale liante correspondante.
- ○ ne joue aucun rôle dans le calcul de l'ordre de liaison d'une molécule diatomique.

Justification :

e) Selon les lois de la thermodynamique, durant toute transformation spontanée

- ○ l'entropie de l'univers augmente.
- ○ l'énergie de l'univers diminue.
- ○ l'enthalpie du système reste constante.
- ○ l'énergie libre de Gibbs du système augmente.

Justification :

ULB

Faculté des Sciences

Année académique 2015/2016

PREMIERE ANNEE DE BACHELIER EN SCIENCES BIOLOGIQUES, CHIMIQUES, GEOGRAPHIQUES, GEOLOGIQUES, PHYSIQUES, EN SCIENCES DE L'INGENIEUR (ORIENTATION BIOINGENIEUR), MATHEMATIQUES (ORIENTATION BIOLOGIE), PREMIERE ANNEE POLYVALENTE EN SCIENCES

INTERROGATION DE CHIMIE du 4 janvier 2016

II. Exercices

NOM, Prénom: ..... _____

Section et numéro de matricule : 1

QUESTION 1 *(25 points). La réussite de cette question validera, le cas échéant, les travaux personnels des étudiants en sciences physiques.*

Le zinc est le quatrième métal le plus utilisé sur terre. Il est extrait d'un minerai contenant du sulfure de zinc. La première étape de la purification du zinc est l'oxydation du sulfure de zinc contenu dans le minerai par le dioxygène de l'air. Cette réaction mène à la formation à 910 °C d'oxyde de zinc solide et de dioxyde de soufre gazeux. Dans un second temps, on effectue une réduction de l'oxyde de zinc à 1300 °C en le faisant réagir avec du monoxyde de carbone. Cette deuxième réaction conduit à la formation de dioxyde de carbone et de zinc métallique gazeux.

a) Écrivez les équations moléculaires des deux réactions mentionnées.
b) Calculez la fraction massique du zinc dans un minerai dont la purification d'un échantillon de 0,500 kg a nécessité 3000 L d'air à 910 °C et à pression atmosphérique.

Les fractions molaires des différents constituants présents dans l'air utilisé sont :
21,0 % d'O_2, 77,8 % de N_2 et 1,20 % de gaz inertes.

Interrogation de chimie - janvier 2016 - Exercices

NOM, Prénom: ..... _____

Section et numéro de matricule : 2

QUESTION 2 *(25 points)*

Dans l'eau la pression augmente d'une atmosphère tous les 10 m, au fur et à mesure que l'on descend en profondeur. Les plongeurs en scaphandre autonome doivent respirer le contenu de leur bouteille de plongée à la pression ambiante, c'est-à-dire à la pression qui règne là où ils se trouvent à un moment donné de la descente. Considérons le cas d'un plongeur ayant rempli une bouteille de 10 litres d'air à 25 °C et à une pression de 180 atm. Combien de temps cette bouteille lui permettrait-elle de respirer à une profondeur de 35 mètres et une température de 10 °C, sachant qu'il respire 12 fois par minute et que chaque respiration consomme 0,50 L d'air ?

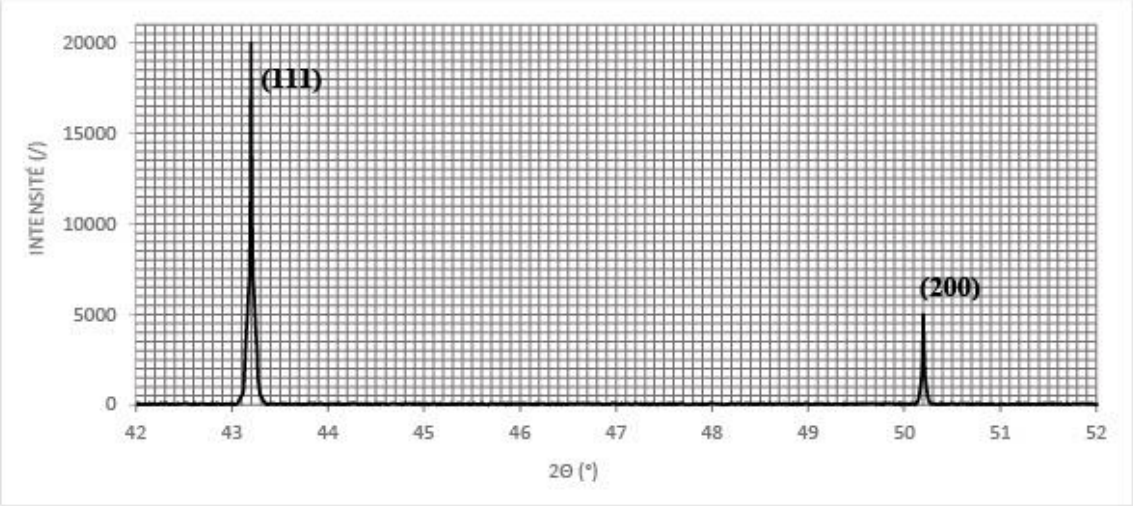
Interrogation de chimie - janvier 2016 - Exercices

NOM, Prénom: ..... _____

Section et numéro de matricule : 3

QUESTION 3 *(25 points)*

Soit le graphe de la diffraction de rayons X du cuivre pur (cubique à faces centrées) :



À partir des données tirées de ce graphique, dans lequel les indices de Miller des plans concernés sont indiqués, on vous demande :
a) de calculer le paramètre de maille du cuivre, sachant que la longueur d'onde des rayons X incidents vaut 0,154 nm.
b) de déterminer la valeur de la distance minimale entre deux atomes de cuivre et d'en déduire la valeur du rayon cristallographique d'un atome de cuivre.

NOM, Prénom: .....

Section et numéro de matricule : 4

QUESTION 4 *(25 points)*

L'énergie libérée par la combustion d'une bougie de 35,68 g, constituée de pentacosane ($C_{25}H_{52}$), est utilisée pour chauffer une canette en aluminium contenant 330 g d'eau. La combustion de la bougie a lieu sous une pression de 1 bar et la canette vide pèse 13,2 g. La température de l'eau et de la canette est initialement de 20,0 °C et atteint 60,0 °C après chauffage. La bougie est éteinte à ce moment et sa masse finale est alors de 34,49 g.

a) Ecrivez l'équation de combustion du pentacosane.
b) On considère que les pertes calorifiques sont négligeables et que les différentes capacités calorifiques impliquées restent constantes. Dans ces conditions, calculez la valeur de l'enthalpie de formation du pentacosane dans les conditions standard.

Faculté des Sciences

Année académique 2015/2016

PREMIERE ANNEE DE BACHELIER EN SCIENCES BIOLOGIQUES, CHIMIQUES, GEOGRAPHIQUES, GEOLOGIQUES, PHYSIQUES, EN SCIENCES DE L'INGENIEUR (ORIENTATION BIOINGENIEUR), MATHEMATIQUES (ORIENTATION BIOLOGIE), PREMIERE ANNEE POLYVALENTE EN SCIENCES

EXAMEN DE CHIMIE du 23 mai 2016

NOM, Prénom: ..... _____

Section et numéro de matricule : 1

QUESTION 1 *(15 points).*

L'éthanol et le méthanol sont 2 alcools dont les températures d'ébullition normales valent 79 °C et 65 °C respectivement.

a) Que vaut leur tension de vapeur à 75 °C ?
b) Si une solution contient 35,0 g de méthanol et que la pression de la vapeur en équilibre avec cette solution vaut 1,00 atm à 75 °C, quelle masse d'éthanol contient-elle ?
c) Quelles sont les fractions molaires des deux constituants dans la phase vapeur surmontant la solution ?

Examen de chimie - mai 2016

NOM, Prénom: ..... _____

Section et numéro de matricule : 2

QUESTION 2 *(20 points)*

L'activité des protéines, comme par exemple les enzymes, n'est efficace que dans des domaines de pH limités, qui stabilisent les conformations actives des macromolécules biologiques et optimisent les vitesses de réactions biochimiques. Ainsi, le pH du sang fœtal humain à 37 °C doit être maintenu à 7,3.

Cela est possible grâce, entre autres, au couple acide-base $CO_2(aq)/HCO_3^-(aq)$ qui fait du sang un milieu tamponné. Nous désirons recréer ces conditions en laboratoire.

a) Que vaut le pK_{a1} de l'acide carbonique à 37 °C ?
b) De quel volume d'une solution de $CO_2(aq)$ à 0,20 M avons-nous besoin pour préparer, à partir de 120 mg de NaOH(s), une solution tampon au pH désiré à 37 °C ?

Examen de chimie - mai 2016

NOM, Prénom: ..... _____

Section et numéro de matricule : 3

QUESTION 3 *(25 points)*

Le chlorure de chromyle, CrO_2Cl_2, est un oxydant puissant qui permet, par exemple, d'oxyder le toluène en benzaldéhyde. Un chercheur veut synthétiser cette molécule via l'oxydation d'ions Cr^{2+} par du dioxygène : $Cr^{2+}(aq) + O_2(aq) \rightleftharpoons CrO_2^{2+}(aq)$. Pour caractériser la cinétique de cette réaction, il étudie dans une première expérience (menée à 25 °C) la vitesse de décomposition de l'ion chromyle :

$$CrO_2^{2+}(aq) \xrightarrow{k_1} Cr^{2+}(aq) + O_2(aq)$$

La réaction a pour constante de vitesse $k_1 = 2{,}5\times10^{-4}\ s^{-1}$. Après 16 minutes et 40 secondes, la concentration en ions CrO_2^{2+} vaut $1{,}5\times10^{-4}\ mol\cdot L^{-1}$.

a) Quel est l'ordre en CrO_2^{2+} de cette réaction ? Que vaut le temps de demi-réaction ?
b) Calculez la concentration initiale en CrO_2^{2+}.

Dans un deuxième temps, il mesure la vitesse initiale, v_0, de la réaction de formation de l'ion chromyle :

$$Cr^{2+}(aq) + O_2(aq) \xrightarrow{k_2} CrO_2^{2+}(aq)$$

Les conditions initiales utilisées sont les suivantes :

	$[Cr^{2+}]$ $(mol\cdot L^{-1})$	$[O_2]$ $(mol\cdot L^{-1})$	v_0 $(mol\cdot L^{-1}\cdot s^{-1})$
Expérience 1	$1{,}5\times10^{-4}$	$1{,}5\times10^{-4}$	3,6
Expérience 2	$6{,}0\times10^{-4}$	$1{,}5\times10^{-4}$	14,4
Expérience 3	$1{,}5\times10^{-4}$	$3{,}0\times10^{-4}$	7,2

c) Déterminez l'ordre global et les ordres partiels de cette deuxième réaction.
d) Déterminez le temps de demi-réaction pour l'Expérience 1 dans le tableau ci-dessus.

Examen de chimie - mai 2016

NOM, Prénom: ..... _____

Section et numéro de matricule : 4

QUESTION 3 *(suite)*

Examen de chimie - mai 2016

NOM, Prénom: ..... _____

Section et numéro de matricule : 5

QUESTION 4 *(20 points)*

On réalise la synthèse du thiosulfate de sodium, $Na_2S_2O_3(aq)$, en faisant réagir, à 25 °C et en milieu acide, 50 mL d'une solution aqueuse de sulfite de sodium de concentration $5{,}03\times10^{-1}$ mol·L^{-1} avec 1,46 g de soufre solide rhomboédrique, S(s).

a) Calculez le degré d'oxydation du soufre dans les trois composés mentionnés.
b) Ecrivez les demi-équations redox correspondant aux couples impliqués et la réaction globale, correspondant à la synthèse du thiosulfate de sodium.
c) Sur base des informations thermodynamiques suivantes (prises à 25 °C), calculez la valeur de la constante d'équilibre dans les conditions de l'expérience :

	$\Delta_f H^0$ (kJ·mol^{-1})	S^0 (J·mol^{-1}·K^{-1})
$S_2O_3^{2-}(aq)$	-652,3	67,0
$SO_3^{2-}(aq)$	-635,5	-29,0

d) Quelle est la composition finale du mélange ?

Examen de chimie - mai 2016

NOM, Prénom: .....

Section et numéro de matricule : 6

QUESTION 5 *(20 points)*

Au cours d'une manipulation de démonstration, un enseignant étudie la dissolution d'un sel dans l'eau pure à différentes températures. Il note ses conclusions dans le tableau ci-dessous :

Température (°C)	0	20	40	60	80
K_s	$1{,}49\times10^{-5}$	$2{,}11\times10^{-5}$	$2{,}87\times10^{-5}$	$3{,}77\times10^{-5}$	$4{,}81\times10^{-5}$

a) Déterminez graphiquement l'enthalpie de dissolution de ce sel.

b) Calculez la variation d'entropie et la variation d'énergie libre pour cette dissolution à 20 °C.

c) L'enseignant a préparé 500 mL (à 0,100 $mol \cdot kg^{-1}$) de solution aqueuse du sel, qu'il divise en deux parties. Dans la première moitié il ajoute du nitrate d'argent : on observe la formation d'un précipité. Il congèle la seconde moitié de solution : on observe que sa température de solidification est de -0,38 °C. Sachant que la constante cryoscopique de l'eau vaut 1,86 $K \cdot kg \cdot mol^{-1}$, déterminez si le sel étudié est MgI_2, AlI_3, NH_4I ou NH_4F.

HVM

Chimie Examen Mai 2016

(1)

Q_1 a)

$T_{éb\ méth} = 65°C$; $T_{éb\ éth} = 79°C$

$\Delta H_{VAP_{éth}} : \Delta_f H_{(g)} - \Delta_f H_{(l)} = 42,59\ kJ/mol$

$\Delta H_{VAP\ méth} = \Delta_f H_{(g)} - \Delta_f H_{(l)} = 38\ kJ/mol$

$P^\circ_{méth} : \ln\left(\frac{P_{VAP}}{P^\circ}\right) = \frac{-\Delta H_{VAP}}{R} \cdot \left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T^\circ}\right)$

$P_{VAP} = e^{0,389} \cdot 1\ atm \rightarrow P_{VAP} = 1,48\ atm$

$P^\circ_{éth} : \ln\left(\frac{P_{VAP}}{P^\circ}\right) = \frac{-\Delta H_{VAP}}{R} \cdot \left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T^\circ}\right)$

$P_{VAP} = e^{(-0,162)} \cdot 1\ atm \rightarrow 0,85\ atm = P_{VAP}$

$P^\circ = 1\ atm$

b) $P_t = P^\circ_{éth} + P^\circ_{méth}$ et on sait que $1 = \chi^L_{méth} + \chi^L_{éth}$

$\Rightarrow 1 - \chi^L_{méth} = \chi^L_{éth}$

$\Rightarrow P_t = P^\circ_{éth}\left(1 - \chi^L_{méth}\right) + P^\circ_{méth} \cdot \chi^L_{méth}$

$\Rightarrow 1 = 0,85\left(1 - \chi^L_{méth}\right) + 1,48 \cdot \chi^L_{méth}$

on sait que $\chi^L_{méth} = \frac{n_{méth}}{n_{méth} + n_{éth}}$ et $n_{méth} = \frac{35\,g}{32,04\,g/mol} = 1,09\,mol$

$\Rightarrow 0,24 = \chi^L_{méth} \Rightarrow 0,24 = \frac{1,09}{1,09 + n_{éth}}$ $\Rightarrow n_{éth} = \frac{1,09}{0,262} = 4,17\,mol$

$m_{éth} = n_{éth} \cdot m_{éth} = 191,96\,g$

c) $\chi^G_{éth} = \frac{P_{éth}}{P_{éth} + P_{méth}} = \frac{\chi^L_{éth} \cdot P^\circ_{éth}}{\chi^L_{éth} \cdot P^\circ_{éth} + \chi^L_{méth} \cdot P^\circ_{méth}}$

$= \frac{0,85 \cdot 0,79}{0,85 \cdot 0,79 + 1,48 \cdot 0,21} = 0,68$

$1 = \chi^G_{éth} + \chi^G_{méth} \Rightarrow \chi^G_{méth} = 1 - 0,68 = 0,32$

Q2

a) $K_A = K$ ici $K = e^{\left(\frac{-\Delta G^\circ}{RT}\right)} = e^{\left(\frac{-\Delta H}{RT}\right)} \cdot e^{\left(\frac{\Delta S}{R}\right)}$

$H_2CO_{3(aq)} \rightarrow H^+_{(aq)} + HCO_3^-{}_{(aq)}$ K_A

$\Delta_r H^\circ = \Delta_f H_{HCO_3^-} + \Delta_f H_{H^+} - \Delta_f H_{H_2CO_3} = 7,66$ kJ/mol

$\Delta_r S^\circ = \Delta_f S_{HCO_3^-} + \Delta_f S_{H^+} - \Delta_f S_{H_2CO_3} = 96,2$ J/mol K

$\Delta G^\circ = \Delta H^\circ - T\Delta S^\circ = (7,66 \cdot 10^3 - (310 \cdot 96,2))$ kJ/mol

$\Delta G^\circ = -22,16$ kJ/mol

$K = e^{\frac{+22,16 \cdot 10^3}{8,314 \cdot 310}} = 5425,08$

$pK_A = -\log K_A \Rightarrow pK_A = -3,73$

b) $pH = 7,3 \rightarrow [OH^-] = 10^{-6,7}$ mol/L

$= 1,995 \cdot 10^{-7}$ mol/L

$\rightarrow [OH^-] = K_b \frac{C_b}{C_a} \Rightarrow \frac{[OH^-]}{K_b} = \frac{C_b}{C_a}$ Volume total identique

$\Rightarrow \frac{[OH^-]}{K_b} = \frac{n_b}{n_a} \Rightarrow 8,97 = \frac{n_{NaOH}}{n_A - n_{NaOH}} \Rightarrow 8,87 = \frac{3 \cdot 10^{-3}}{0,2 \cdot V_A - 3 \cdot 10^{-3}}$

$\rightarrow 1,774 V_A = 3 \cdot 10^{-3} + 0,02661$

$\rightarrow V_A = \frac{0,02961}{1,774} = 0,017$ L

$V_A = 17$ mL

MVH

Chimie Examen Mai 2016

(2)

Q3

a) $CrO_2^{2+}(aq) \xrightarrow{k_1} Cr^{2+}(aq) + O_2(aq)$

$k_1 = 2,5 \cdot 10^{-4}\ s^{-1}$; $[A_t] = 1,5 \cdot 10^{-4}$ mol/L

L'ordre est de 1 car comme on peut le voir à partir du k_1 son unité est s^{-1} et il y a que l'ordre 1 où la constante cinétique possède comme unité s^{-1}

$t_{1/2} = \frac{\ln 2}{k_1} = 2772,59\ s$

d)

⚠ Ici l'ordre est de 2 car on prend l'équation globale donc l'ordre global. Ici ici l'ordre global est 2

$v_0 = k_2 \cdot [Cr^{2+}][O_2] \rightarrow k_2 = \frac{v_0}{[Cr^{2+}][O_2]} = 1,6 \cdot 10^8$ L/mol.s

$t_{1/2} = \frac{1}{k_2 \cdot [A_0]} = \frac{1}{k_2 \cdot [Cr^{2+}]} = 4,17 \cdot 10^{-5}\ s$

b) $\ln[A_t] = \ln[A_0] - kt \rightarrow \ln[A_0] = \ln[A_t] + kt$

$\ln[A_0] = -8,56$

$[A_0] = 1,91 \cdot 10^{-4}$ mol/L

c) l'ordre partiel : ordre 1 pour Cr^{2+}

ordre 1 pour O_2

l'ordre global = Σ ordre partiel = $1 + 1 = 2$

Q4

a) $Na_2S_2O_3$: $S = +2$

$S_{(s)}$: $S = 0$

$NaSO_3$: $S = +4$

b) $S_2O_{3(aq)}^{2-} + 4e^- + 6H_{(aq)}^+ \rightleftharpoons 2S_{(s)} + 3H_2O_{(l)}$

$S_2O_{3(aq)}^{2-} + 3H_2O \rightleftharpoons 6H_{(aq)}^+ + 2SO_{3(aq)}^{2-} + 4e^-$

$2S_{(s)} + 2SO_{3(aq)}^{2-} \rightleftharpoons 2S_2O_{3(aq)}^{2-}$

$\Rightarrow S_{(s)} + SO_{3(aq)}^{2-} \rightleftharpoons S_2O_{3(aq)}^{2-}$

$\Rightarrow S_{(s)} + Na_2SO_{3(aq)} \rightleftharpoons Na_2S_2O_{3(aq)}$

c) $\Delta_r H = \Delta_f H_{Na_2S_2O_3} - \Delta_f H_{Na_2SO_3} - \Delta_f H_S$

$= (-652,3 + 635,5 + 0)\ kJ/mol = -16,8\ kJ/mol$

$\Delta_r S = \Delta_f S_{Na_2S_2O_3} - \Delta_f S_{Na_2SO_3} - \Delta_f S_S$

$= (67,0 + 29,0 - 31,80)\ J/mol\,K = 64,2\ J/mol\,K$

$\Delta G = \Delta H - T\Delta S = -35,93\ kJ/mol$

$K = e^{\frac{-\Delta G}{RT}} = 2.10^6$

MVM

Chimie Examen MA: 2016

③

Q4 d)

	$S_{(s)}$	+ $Na_2SO_{3(aq)}$	→ $Na_2S_2O_{3(aq)}$
n_i	$n = \frac{m}{M}$ = 0,0455 mol	$n = C \cdot V$ = 0,025 mol	0 mol
	excès	limitant	
$n_{\rightleftharpoons}$	0,0455 − x	0,025 − x	+ x

$V_E = 0,05\ L$

On sait que $K = K_C \rightarrow K = \frac{[Na_2S_2O_3]}{[Na_2SO_3]}$

$$\Rightarrow K = \frac{\frac{x}{0,05}}{\frac{0,025-x}{0,05}} = 1.10^6 = \frac{2x.10^6}{0,05} = \frac{x}{0,05}$$

$$\Rightarrow x = \frac{1.10^6 . 0,05}{2.10^6} = 0,025$$

$n_{\rightleftharpoons}$ pour le $S_{(s)}$ = 0,025 mol, Na_2SO_3 = 0 mol et pour le $Na_2S_2O_3$ = 0,025 mol

Q5

a) $$\frac{\ln(4,81.10^{-5}) - \ln(1,49.10^{5})}{\left(\frac{1}{353} - \frac{1}{273}\right)} = \frac{\Delta H_{diss}}{R}$$

$\Rightarrow -1411,71\ K^{-1} = \frac{\Delta H_{diss}}{R} \Rightarrow \Delta H_{diss} = 11,74\ kJ/mol$

Par graphique on trouvera ± la même valeur

b) $K_S = K = e^{-\Delta H/RT} \cdot e^{\Delta S/R}$

→ $\left(\ln K_S + \frac{\Delta H}{RT}\right) \cdot R = \Delta S \rightarrow \Delta S = 141,99 \text{ J/mol k}$

ici j'ai utilisé $K_S = 2,11 \cdot 10^5$ et $T = 293K$

*

c) $\Delta T = i \cdot K_{éb} \cdot b$

$i = \frac{\Delta T}{K_{éb} \cdot b} = -2 \rightarrow i = 2$

- i de $HgI_2 = 3$ car $Hg^{2+} + 2I^-$ du coup $\neq 2$
- i de $AlI_3 = 4$ car $Al^{3+} + 3I^-$ du coup $\neq 2$

il reste plus que NH_4I et NH_4F qui ont tous les 2 un $i = 2$.

Mais on nous dit que la molécule peut précipiter or quand on voit les tables, on remarque NH_4F ne précipite pas du coup le composé utilisé est le NH_4I.

*

$\Delta G = \Delta H - T\Delta S$

$= 11,74 \text{ kJ/mol} - (293K \cdot 0,142 \text{ kJ/mol k})$

$= -29,87 \text{ kJ/mol}$

Faculté des Sciences

Année académique 2017/2018

PREMIERE ANNEE DE BACHELIER EN SCIENCES BIOLOGIQUES, CHIMIQUES, GEOGRAPHIQUES, GEOLOGIQUES, MATHEMATIQUES, EN SCIENCES DE L'INGENIEUR (ORIENTATION BIOINGENIEUR), PREMIERE ANNEE POLYVALENTE EN SCIENCES

INTERROGATION DE CHIMIE du 30 octobre 2017

NOM, Prénom : .....

Section et numéro de matricule : 1

ATTENTION : Pour toutes les questions, soignez votre écriture ET votre orthographe

QUESTION 1 *(15 points) La réussite de cette question validera, le cas échéant, les travaux personnels.*

Le phosphate d'hydrogène (acide phosphorique) est un composé utilisé dans la fabrication des engrais. Il est également présent en faibles quantités dans les boissons communément appelées « soft ». L'acide peut être préparé en 2 étapes successives :

1) Oxydation du tétraphosphore blanc (P_4) en présence de dioxygène pour former du pentoxyde de diphosphore (P_4O_{10})
2) Réaction du pentoxyde de diphosphore avec l'eau pour former le produit final recherché qu'est l'acide phosphorique.

204 g d'un mélange de tétraphosphore et d'impuretés réagissent avec un excès de dioxygène pour former le pentoxyde de diphosphore. Dans la seconde étape, 550 g d'acide phosphorique (phosphate d'hydrogène) sont récoltés.

a) Écrire les équations de ces réactions.
b) Calculer le pourcentage d'impuretés dans le mélange d'origine.

Informations utiles : masse atomique du phosphore : 30,9738 u ;
masse atomique de l'oxygène : 15,9994 u ; masse atomique de l'hydrogène : 1,0079 u

$$P_4(s) + 5O_2(g) \rightarrow P_4O_{10}(s)$$

$$P_4O_{10}(s) + 6\,H_2O(l) \rightarrow 4\,H_3PO_4\,(l)$$

$$nH_3PO_4/4 = nP_4O_{10} = nP_4$$

$$mP_4 = mH_3PO_4 \,.\, MP_4/4.\, MH_3PO_4 = 174\ g$$

$$\%impuretés = (204-174)/204 = 14{,}8\ \%$$

Interro. Chimie – 30 octobre 2017

NOM, Prénom: .....

Section et numéro de matricule : 2

QUESTION 2 *(15 points)*

Le phosphore-33 ($^{33}_{15}P$) est utilisé en laboratoire notamment pour marquer les nucléotides de l'ADN et l'ARN. Il se désintègre en ^{33}S en émettant une particule β^-. Sa demi-vie est de 25,5 jours.

a) Écrire l'équation de désintégration correspondante
b) Donner le nombre de neutrons et protons présents dans le phosphore-33.
c) À partir d'une masse initiale de 5,00 g, quelle sera la masse résiduelle de phosphore-33 après 31 jours ? après 200 jours ?

a)

$$^{33}_{15}P \rightarrow {}^{33}_{16}S + {}^{0}_{-1}e$$

b) ***nombre de neutrons = 33-15 = 18***
nombre de protons = 15

c) $m(t) = m(t=0)e^{-kt}$

$t_{1/2} = ln2/k$

$m(t) = 5{,}00\ e^{-ln2.t/t1/2}$

31 j = 2,15 g
$200\ j = 2{,}18 \cdot 10^{-2}\ g$

Interro. Chimie – 30 octobre 2017

NOM, Prénom: .....

Section et numéro de matricule : 3

QUESTION 3 *(15 points)*

3.1. Le formaldéhyde (méthanal, CH_2O) est un composé organique produit lors de combustions incomplètes. Il se forme également lorsque le dioxygène réagit avec le méthane sous l'action des rayons solaires dans l'atmosphère. C'est encore un contaminant prouvé de l'air confiné dans les habitations.

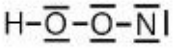
a) Compléter le tableau ci-après concernant les trois éléments présents dans la molécule.
b) Représenter cette molécule en structure de Lewis, et justifier le schéma dessiné.

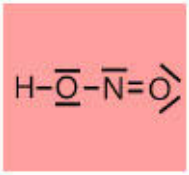
c) Quelle est la structure géométrique de cette molécule ?

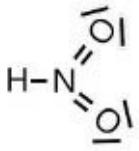
3 liens effectifs : triangulaire plane :

Élément	Hydrogène	Carbone	Oxygène
Structure électronique (état fondamental)	**$1s^1$**	**$1s^2\ 2s^2\ 2p^2$**	**$1s^2\ 2s^2\ 2p^4$**
Nombre d'électrons sur la couche externe	**1**	**4**	**6**
Nombre de doublets non-liants dans la molécule	**0**	**0**	**2**

3.2. Choisissez la bonne représentation de Lewis de HNO_2 parmi les suivantes. Justifiez.







Interro. Chimie – 30 octobre 2017

NOM, Prénom:.....

Section et numéro de matricule :..... 4

QUESTION 4 *(15 points)*

Soient les éléments suivants ainsi que leur configuration électronique :

$_{9}F$: (He)$2s^2 2p^5$

$_{11}Na$: (Ne)$4s^1$

$_{35}Br$: (Ar)$3d^{10} 4s^2 4p^4 5s^1$

$_{30}Zn$: (Ar)$3d^{10} 4s^2$

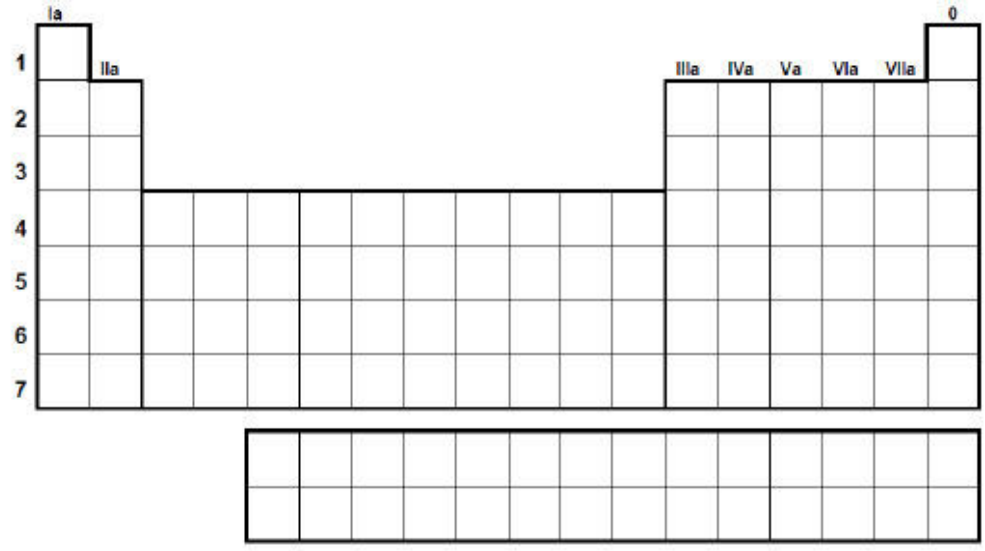
a) Quel(s) est (sont) l'(les) élément(s) dont la configuration électronique donnée n'est pas la configuration électronique fondamentale ?
Na, Br

b) Donner la configuration électronique fondamentale de cet(ces) élément(s).

Na : (Ne)$3s^1$ ou $1s^2\ 2s^2\ 2p^6\ 3s^1$

Br : (Ar) $3d^{10}\ 4s^2\ 4p^5$ ou $1s^2\ 2s^2\ 2p^6\ 3s^2\ 3p^6\ 3d^{10}\ 4s^2\ 4p^5$

c) Placer tous les éléments dans le tableau périodique illustré ci-dessous.



d) Classer ces éléments par ordre croissant d'électronégativité. Justifier.

Na – Zn – Br – F : Na, alcalin, extrême gauche du tableau périodique, éléments à l'électronégativité la plus faible ; Zn = métal, éléments à faible électronégativité ; Br : halogène : forte attractivité pour les électrons, colonne 7, lui manque un électron pour l'octet. Fluor, halogène comme le brome, mais « plus haut », donc plus petit, donc la couche de valence plus proche du noyau, donc plus forte attractivité pour les électrons.

Interro. Chimie – 30 octobre 2017

NOM, Prénom: .....

Section et numéro de matricule : 5

QUESTION 5 *(10 points)*

Au laboratoire, un chercheur dispose de deux lasers illuminant respectivement à des longueurs d'onde de 460 nm et 650 nm.

Il souhaite observer un effet photoélectrique sur une surface de potassium.

Sachant que le travail d'extraction d'un électron de la surface est de 2,20 eV,

a) quel laser doit-il utiliser et
b) quelle sera la vitesse de l'électron éjecté ?

Données :

1 eV = $1{,}602176487.10^{-19}$ J, h = $6{,}62606896.10^{-34}$ J.s,

masse de l'électron = $9{,}1093897.10^{-31}$ kg, c = $2{,}99792458.10^{8}$ m/s

a)

travail de sortie, en J = 3,52 10^{-19} J

le laser à 460 nm (1)

car : hc/λ_1 = 4,32 x 10^{-19} J et l'énergie du laser 2 (650nm) = 3,06 x 10^{-19} J

b) E cin = $hc/\lambda_1 - e\phi = mv^2/2$

v = 4,19 x 10^5 m/s

Interro. Chimie – 30 octobre 2017

NOM, Prénom: .....

Section et numéro de matricule : 6

QUESTION 6 *(30 points)*

6.1. Les électrons peuvent avoir un caractère ondulatoire.

Dans l'équation $\lambda = \frac{h}{\sqrt{2meV}}$, V représente :

a) La fréquence
b) La vitesse
c) **La tension d'accélération**
d) Le volume
e) Autre chose (préciser)

Entourer la bonne réponse.

Attention, cette sous-question est de type « QCM » (question à choix multiples). La bonne réponse rapporte des points (+4), une mauvaise réponse retire des points (-4).

6.2. Soient CH_4, NH_3, H_2O, toutes des molécules dans lesquelles les liaisons sont covalentes. Classer ces molécules par angle entre les liens A-H (où A = C, N, O) décroissant. Justifier. ***Attention : soignez votre écriture ET votre orthographe.***

CH_4 – NH_3 - H_2O car CH_4 forme un tétraèdre (4 liens effectifs « purs »), angle de 109 degrés, NH_3 est basé sur un tétraèdre (4 liens effectifs), mais avec 1 doublet non liant qui prend plus de place, ce qui rapproche les 3 liens N-H (107 degrés) et H_2O a aussi 4 liens effectifs, mais deux doublets non liants prenant plus de place, donc l'angle entre les liens O-H est de 104,5 degrés

6.3. Parmi les gaz suivants, lesquels sont des gaz à effet de serre ? Justifier.

Ar, H_2O, N_2, CO_2, CH_4, O_2

H_2O, CO_2, CH_4 car ils peuvent absorber et réémettre les rayonnements infrarouges lors de la vibration. En effet, soit la molécule possède un moment dipolaire permanent (H_2O), soit la molécule, bien que symétrique, présente un moment dipolaire lors d'une vibration antisymétrique (CO_2, CH_4)

Interro. Chimie – 30 octobre 2017

NOM, Prénom:..... _____

Section et numéro de matricule :..... 6

QUESTION 6 *(suite)*

6.4. Pourquoi, dans l'élaboration de la structure électronique d'un atome, « remplit-on » l'orbitale 4s avant les orbitales 3d ? Justifier en 5 lignes maximum et, éventuellement, un schéma.

A cause de l'effet de pénétration, l'orbitale 4s présente une probabilité de présence des électrons près du noyau plus importante que l'orbitale 3d. Cette configuration est donc favorisée.

6.5. On prépare une solution aqueuse de NaCl en mélangeant 29,22 g de sel avec 970,88 g d'eau. Le volume total de la solution est de 1,00 L. *(12 points)*

Calculer, pour cette solution : a) la concentration molaire, b) la molalité, c) la fraction molaire en sodium, d) la fraction massique en chlore.

Informations utiles : masse atomique de l'oxygène : 15,9994 u ; masse atomique de l'hydrogène : 1,0079 u ; masse atomique du sodium : 22,9898 u ; masse atomique du chlore : 35,4530 u

M NaCl= 58,44 g.mol^{-1} ; n NaCl=0,5 moles ; M H_2O = 18,0152 g.mol^{-1} , nH_2O = 53,89 moles

a) C = n/V = 0,500/1 = 0,500 mol/L

b) molalité = n(soluté)/m (solvant -kg) = 0,500/0,97088 = 0,515 molal

c) xNa = nNa/(nNa+nCl+nH_2O) = 0,500/(1,00+53,89) = 9,11 10^{-3}

d) wCl = (0,5*35,453)/(29,22+970,88) = 1,77 10^{-2}

ULB

Faculté des Sciences

Année académique 2016/2017

PREMIERE ANNEE DE BACHELIER EN SCIENCES BIOLOGIQUES, CHIMIQUES, GEOGRAPHIQUES, GEOLOGIQUES, PHYSIQUES, EN SCIENCES DE L'INGENIEUR (ORIENTATION BIOINGENIEUR), MATHEMATIQUES (ORIENTATION BIOLOGIE), PREMIERE ANNEE POLYVALENTE EN SCIENCES

INTERROGATION DE CHIMIE du 9 janvier 2017

I. Théorie

NOM, Prénom: .....

Section et numéro de matricule : 1

QUESTION 1 *(10 points)*

Le phosphore a le numéro atomique 15. On vous demande :

a) d'écrire la configuration électronique d'un atome de cet élément dans son état fondamental ;
b) d'indiquer tous les nombres quantiques associés à chacun des électrons de valence du phosphore.

a) $1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^3$

b) 5 électrons de Valence → $3s^2\ 3p_x^1\ 3p_y^1\ 3p_z^1$

$n=3$	$n=3$	$n=3$	$n=3$	$n=3$
$l=0$	$l=0$	$l=1$	$l=1$	$l=1$
$m=0$	$m=0$	$m=0$	$m=1$	$m=-1$
$s=1/2$	$s=-1/2$	$s=1/2$	$s=1/2$	$s=1/2$

QUESTION 2 *(10 points)*

La configuration électronique de l'ion C_2^{n-} est $\sigma_{1s}^2\ \sigma_{1s}^{*2}\ \sigma_{2s}^2\ \sigma_{2s}^{*2}\ \pi_{2px}^2 \pi_{2py}^2 \sigma_{2p}^2$. Quelle est la charge de cet ion et son ordre de liaison, sachant que le numéro atomique du carbone, Z, vaut 6 ?

→ Ordre de liaison = $(\#e^-_{liant} - \#e^-_{anti-liant}) \cdot \frac{1}{2} = 3$

⇒ $n = 2$

Interrogation de chimie - janvier 2017 - Théorie

NOM, Prénom: .....

Section et numéro de matricule : 2

QUESTION 3 *(20 points)*

Six propositions de structures de Lewis de l'ion OCN^- (ion cyanate) sont représentées ci-dessous. Parmi elles, on vous demande d'indiquer celles qui sont incorrectes en justifiant brièvement votre choix.

a) Pour celles qui sont **correctes**, on vous demande de préciser la charge formelle ainsi que l'hybridation des différents atomes. Le carbone est dans le groupe principal IVa, l'azote dans le groupe principal Va, et l'oxygène dans le groupe principal VIa.

		Correcte ? Oui/Non	Justification (si structure incorrecte)	Charge formelle / Hybridation		
				O	C	N
A	$[\langle O{=}C{\equiv}NI]^-$	X	Voire règle de LEWIS + règle charges formelles	/	/	/
B	$[\langle O{=}C{=}N\rangle]^-$	V				
C	$[I\underline{\overline{O}}{-}C{\equiv}NI]^-$	V		Théorie de l'hybridation +		Calcul de charges formelles
D	$[IO{\equiv}C{-}\underline{\overline{N}}I]^-$	V				
E	$[\langle O{=}\overline{C}{-}\underline{\overline{N}}I]^-$	X		/		
F	$[I\underline{\overline{O}}{-}\overline{C}{=}N\rangle]^-$	X		/	/	/

b) Grâce aux structures correctes sélectionnées, déduisez la géométrie de l'ion cyanate, en justifiant votre choix.

→ Géométrie linéaire

→ Justification via Calcule des charges formelles

Interrogation de chimie - janvier 2017 - Théorie

NOM, Prénom: .....

Section et numéro de matricule : 3

QUESTION 4 *(15 points)*

Soit les trois corps purs suivants : H_2O, H_2S et CO_2. On vous demande :

a) d'énumérer dans un tableau les différents types d'interactions qui s'exercent entre molécules pour chacun de ces trois corps purs pris séparément ;

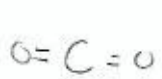
b) sur cette base, de classer ces trois corps purs par température d'ébullition croissante.

Ia	IVa	VIa
Z=1 **H** χ=2,20	Z=6 **C** χ=2,60	Z=8 **O** χ=3,50
		Z=16 **S** χ=2,60

a) H_2O : - liens H
- moment dipolaire permanent
- dp - dp
- dp - di
- di - di

H_2S : - dp - dp
- dp - di
- di - di

CO_2 : - di - di
- double liaison



b) H_2S < CO_2 < H_2O

Interrogation de chimie - janvier 2017 - Théorie

NOM, Prénom: .....

Section et numéro de matricule : 4

QUESTION 5 *(20 points)*

a) On vous demande de compléter les équations chimiques ci-dessous ainsi que de nommer le type d'énergie impliquée pour chaque transformation.

$O(g) + e^- \rightarrow O^-(g)$	$\Delta_r H^\circ_1$ = - énergie d'affinité électronique de O(g)
$Mg(s) \rightarrow Mg(g)$	$\Delta_r H^\circ_2$ = + enthalpie de sublimation du magnésium
$Mg^+(g) \rightarrow 1e^- + Mg^{2+}(g)$	$\Delta_r H^\circ_3$ = + énergie d'ionisation électronique de $Mg^+(g)$
$O_2(g) \rightarrow 2O(g)$	$\Delta_r H^\circ_4$ = + énergie de liaison d'O_2(g)
$O^-(g) + e^- \rightarrow O^{2-}(g)$	$\Delta_r H^\circ_5$ = - énergie d'affinité électronique de O^-(g)
$Mg(g) \rightarrow 1e^- + Mg^+(g)$	$\Delta_r H^\circ_6$ = + énergie d'ionisation électronique de Mg(g)
$Mg(s) + O_2(g) \rightarrow MgO(s)$	$\Delta_r H^\circ_7$ = + enthalpie de formation de MgO(s)

b) En combinant ces équations selon la loi de Hess, donnez l'expression du $\Delta_r H^\circ$ de la réaction suivante (énergie de réseau de MgO(s)) en termes de $\Delta_r H^\circ_1$, $\Delta_r H^\circ_2$, $\Delta_r H^\circ_3$, $\Delta_r H^\circ_4$, $\Delta_r H^\circ_5$, $\Delta_r H^\circ_6$ et $\Delta_r H^\circ_7$:

$$MgO(s) \rightarrow Mg^{2+}(g) + O^{2-}(g)$$

$$\Delta_{Reac} H^\circ = -\Delta_r H^\circ_7 + \Delta_r H^\circ_2 + \frac{1}{2}\Delta_r H^\circ_4 + \Delta_r H^\circ_6 + \Delta_r H^\circ_3 - \Delta_r H^\circ_1 - \Delta_r H^\circ_5$$

Interrogation de chimie - janvier 2017 - Théorie

NOM, Prénom: .....

Section et numéro de matricule : 5

QUESTION 6 *(15 points)*

a) Une réaction exothermique est-elle toujours spontanée à température et pression constantes ? Justifiez votre réponse.

→ Exothermique indique un $\Delta_r H$ négatif, car c'est le $\Delta_r G$ qui indique la spontanéité. $\Delta_r G = \Delta_r H - T\Delta_r S$

Donc, un $\Delta_r H \ominus$ n'implique pas forcément une réaction spontanée

b) Qu'est-ce que la température d'inversion ? Quelle est son expression mathématique ?

→ Le concept est basé sur le $\Delta_r G$. En effet, il s'agit de la température limite entre une réaction totale ou partielle (qualitatif)

→ Se calcule à $\Delta_r G^\circ = 0 = \Delta_r H^\circ - T\Delta_r S^\circ$ (à 1 mol)

c) Que vaut la capacité calorifique à pression constante de I_2 à haute température (considérez que le gaz est parfait) ? Justifiez.

→ I_2 = gaz diatomique ⇒ $C_p = \frac{7}{2}R$

$P.V = nRT$

$C_p - C_V = nR \Leftrightarrow C_V^{g.p.} = \frac{5}{2}R$ (diatomique) → démonstration au cours

à 1 mol : $n = 1$

d) Combien d'atomes ou d'ions y a-t-il par maille élémentaire dans le système cubique centré ?

2

e) Pour un solide monoatomique cristallisant dans le système cubique à faces centrées, quelle est l'équation reliant le paramètre de maille *a* et le rayon de l'atome *r* ? Détaillez votre réponse, éventuellement à l'aide d'un schéma.

Interrogation de chimie - janvier 2017 - Théorie

NOM, Prénom: .....

Section et numéro de matricule : 6

QUESTION 7 *(10 points)*

Indiquez la seule réponse correcte à chacune des questions à choix multiples ci-dessous en noircissant la case correspondante.

Pondération : réponse valide: 2 points ; pas de réponse : 0 point ; réponse incorrecte : - 1 point !

a) Considérons un diagramme de Lennard-Jones représentant les interactions intermoléculaires de van der Waals. Le puits de potentiel de la molécule de CH_4

- O est plus profond que celui de la molécule de H_2O.
- ⊗ est moins profond que celui de la molécule de H_2O.
- O a la même profondeur que celui de la molécule de H_2O.
- O n'existe pas.

b) Considérons les atomes $^{72}_{30}Zn$, $^{75}_{33}As$, $^{74}_{32}Ge$. Ces atomes ont :

- O le même nombre d'électrons.
- O le même nombre de protons.
- ⊗ le même nombre de neutrons.
- O le même nombre de protons et le même nombre de neutrons.
- O la même masse.

c) L'atome ayant la configuration $4s^2\ 4p^5$ de sa coque valencielle se trouve :

- O dans le groupe VIA et la période 5.
- O dans le groupe IVB et la période 4.
- O dans le groupe VIB et la période 7.
- ⊗ dans le groupe VIIA et la période 4.
- O dans le groupe VIIB et la période 4.

d) Le carbonate de calcium est un solide

- ⊗ ionique.
- O covalent.
- O moléculaire.
- O métallique.

e) Quel(s) changement(s) d'état est (sont) endothermique(s) ?

1. Fusion 2. Sublimation 3. Vaporisation 4. Condensation 5. Solidification

- ⊗ uniquement 1 et 2 et 3.
- O uniquement 4 et 5.
- O uniquement 1.
- O uniquement 2 et 3 et 5.
- O une autre combinaison.

ULB

Faculté des Sciences

Année académique 2016/2017

PREMIERE ANNEE DE BACHELIER EN SCIENCES BIOLOGIQUES, CHIMIQUES, GEOGRAPHIQUES, GEOLOGIQUES, PHYSIQUES, EN SCIENCES DE L'INGENIEUR (ORIENTATION BIOINGENIEUR), MATHEMATIQUES (ORIENTATION BIOLOGIE), PREMIERE ANNEE POLYVALENTE EN SCIENCES

INTERROGATION DE CHIMIE du 9 janvier 2017

II. Exercices

NOM, Prénom: .....

Section et numéro de matricule : 1

QUESTION 1 *(25 points) La réussite de cette question validera, le cas échéant, les travaux personnels des étudiants en sciences physiques.*

Votre assistante s'est préparé des escargots à l'ail et a décidé de ne pas jeter les coquilles. Après les avoir lavées consciencieusement et laissées sécher plusieurs heures, elle les apporte au laboratoire et vous demande de déterminer la fraction massique en carbonate de calcium dans les coquilles. Lors de la manipulation, vous dissolvez 1,745 g de coquilles dans 20,0 mL d'une solution de chlorure d'hydrogène 3,55 mol/L. La dissolution est totale et on suppose que seul le carbonate de calcium réagit avec l'acide. Au cours de cette réaction, du dioxyde de carbone et de l'eau sont formés. Vous titrez ensuite l'excès d'acide par 25,2 mL d'une solution d'hydroxyde de potassium 2,00 mol/L. On demande :

a) d'écrire les équations moléculaires et ioniques nettes des deux réactions ;
b) de déterminer la fraction massique du carbonate de calcium dans les coquilles.

a) ① $CaCO_{3(s)} + 2HCl_{(aq)} \rightarrow H_2O_{(l)} + CO_{2(g)} + CaCl_{2(aq)}$

L→ $CO_3^{2-} + 2H^+ \rightarrow H_2O + CO_2$

② $HCl_{(aq)} + KOH_{(aq)} \rightleftharpoons KCl_{(aq)} + H_2O_{(l)}$

L→ $H^+_{(aq)} + OH^-_{(aq)} \rightleftharpoons H_2O_{(l)}$

b) Excès de HCl titré par 25,2 ml de KOH 2,00M

⇔ $n_{KOH} = 25{,}2.10^{-3} \cdot 2{,}00 = 50{,}4.10^{-3}$ mol $= n_{HCl}$

→ Tableau d'avancement.

	$CaCO_3$	$2HCl$	H_2O	CO_2	$CaCl_2$
t_0	x	y	0	0	0
t_f	0	y-2x	x	x	x

L→ y : 20 ml de HCl 3,55M ⇔ $y - 2x = 50{,}4.10^{-3}$ mol

→ Soit inconnue x : nombre de moles de $CaCO_3$ [illegible]

Interrogation de chimie - janvier 2017 - Exercices

NOM, Prénom: .....

Section et numéro de matricule : 2

QUESTION 2 *(20 points)*

L'huile de coco est composée en grande partie d'acides gras saturés, dont l'acide octanoïque ($C_8H_{16}O_2$), l'acide laurique ($C_{12}H_{24}O_2$) et l'acide myristique ($C_{14}H_{28}O_2$). Après combustion complète de 1,00 g de l'un de ces acides gras, on récupère, à 298 K et dans les conditions standard, 1,47 L de CO_2 et 1,07 g d'eau.

a) Déterminez duquel des trois acides gras il s'agit en justifiant votre réponse.

b) Sachant que la combustion d'une mole de cet acide gras libère 7377,0 kJ, calculez l'enthalpie de formation de ce dernier dans les conditions standard et à 298 K.

a) $X + aO_2 \rightarrow bCO_2 + cH_2O$

↳ Gn récupère : - 1,47 L de $CO_2 = V_{CO_2}$ ⇝ $P.V = nRT \Leftrightarrow n = \frac{P.V}{RT}$

- 1,07 g de $H_2O = m_{H_2O}$ ⇝ $n_{H_2O} \frac{m_{H_2O}}{MM_{H_2O}}$

⚠ P = 1 atm et T = 298 K

↳ $n_{H_2O} = 5,934\ 10^{-2}$ mol // $n_{CO_2} = 6,011 \cdot 10^{-2}$ mol

m = 1g :
- $MM_{C_8H_{16}O_2} = 144$ g/mol ⇔ $n = 1/144$ mol
- $MM_{C_{12}H_{24}O_2} = 200$ g/mol $n = 1/200$ mol
- $MM_{C_{14}H_{28}O_2} = 228$ g/mol $n = 1/228$ mol

↳ Étant donné que la réaction est complète, le coef. stœchiométrique du CO_2 (b) doit correspondre au nombre de C dans l'acide gras. Dès lors, il suffit de multiplier le nombre de mole d'acide gras par le nombre de carbone et de vérifier que l'on obtient bien le même nombre de mole.

⇒ $n_{C_{12}H_{24}O_2} = 5.10^{-3}$ mole * 12 ⇒ 6.10^{-2} moles = n_{CO_2} ☐

b) $\Delta_r H = 7377,0$ kJ $= b\Delta_f H_{CO_2} + c\Delta_f H_{H_2O} - a.\Delta_f H_{O_2} - \Delta_f H_{acide\ gras}$

↳ les $\Delta_f H$ des autres produits sont dans les tables

☐ Il suffit d'isoler $\Delta_f H_{acide\ gras}$ ⚠ Coef. stœch

Interrogation de chimie - janvier 2017 - Exercices

NOM, Prénom: .....

Section et numéro de matricule : 3

QUESTION 3 *(15 points)*

Un espoir de production d'énergie repose sur la fusion contrôlée d'un noyau de deutérium (noyau d'hydrogène contenant 1 neutron) avec un noyau de tritium (noyau d'hydrogène contenant 2 neutrons), ce qui génère un noyau d'hélium. Le deutérium se trouve en abondance dans l'eau de mer où sa masse est estimée à $4{,}6 \times 10^{13}$ tonnes. On vous demande :

a) d'écrire la réaction de fusion équilibrée entre le deutérium et le tritium ;

b) de calculer l'énergie libérée par la réaction de fusion si 1,00 kg de deutérium est consommé.

Données : m(deutérium) = 2,01355 u ; m(tritium) = 3,01550 u ; m(hélium) = 4,00150 u

a) $D_{eu} + T_{rit} \rightarrow H_{élium}$ ⇔ $H_2^1 + H_3^1 \rightarrow He_4^2 + {}_1^0n$

b) $E = \Delta m . c^2$

⇔ $\Delta m = [m_{He} + m_n] - [m_{deu} + m_{Ti}]$ ou $m_n = 1,00866\,u$

$= -1,889 . 10^{-2}\,u = -3,13676 . 10^{-29}\,kg$

$[1u = 1,6605 . 10^{-27}\,kg]$

⇔ $E = \Delta m . c^2 = -3,13676 . 10^{-29} . (3.10^8)^2 = -2,81932 . 10^{-12}\,J$

$= -17,60\,MeV$

Le Pour des noyaux simples

⚠ 1 Kg de Deutérium !

⇒ $n_{deu} = \frac{m_{deu}}{MM_{deu}} = \frac{1000}{2,0} = 500$ moles

⇔ $N_A = 6.10^{23}$ atomes dans 1 mole ⇔ 3.10^{26} noyaux !

⇒ Energie libérée $= 3.10^{26}\ 17,60 = 5,28.10^{27}$ MeV

Interrogation de chimie - janvier 2017 - Exercices

NOM, Prénom: .....

Section et numéro de matricule : 4

QUESTION 4 *(15 points)*

En analysant un cristal de MgO(s) par diffraction aux rayons X, on trouve que l'angle correspondant au premier ordre de diffraction est égal à 21,44° pour le plan (200) quand les rayons X sont produits par une source de cuivre correspondant à une longueur d'onde λ égale à 1,54 Angström. Que vaudrait l'angle de diffraction au premier ordre si on utilisait une source de molybdène (λ = 71,07 pm) ?

↳ Loi de Bragg : $2d \cdot \sin\theta = n \cdot \lambda$

⇒ d = distance interréticulaire entre deux plans cristallographiques

↳ Celle-ci est connue

① $\lambda^{Cu} = 1,54\ \text{Å} = 1,54 \cdot 10^{-10}\ m$

$n = 1$

$\theta = 21,44°$

⇒ $d = \frac{\lambda}{2} \cdot \frac{1}{\sin\theta} = 2,11 \cdot 10^{-10}\ m$

② $\lambda^{Mo} = 71,07\ pm = 71,07 \cdot 10^{-12}\ m$

$n = 1$

$d = 2,11 \cdot 10^{-10}\ m$

⇒ $\arcsin\left(\frac{\lambda}{2d}\right) = \theta = 9,69°$

Interrogation de chimie - janvier 2017 - Exercices

NOM, Prénom: .....

Section et numéro de matricule : 5

QUESTION 5 *(25 points)*

Sous une pression de 1 bar, on ajoute dans un récipient contenant 100,0 g d'eau liquide à 40 °C, une pièce en cuivre de 5,00 g à une température de 85 °C.

a) On vous demande de calculer la température après équilibre thermique.

b) On ajoute ensuite 20,0 g de glace à -5°C dans le récipient. Quelle est la température du système après équilibre thermique ?

Données : $C_{p,m}$(glace) = 38,09 J.mol^{-1}.K^{-1}, $\Delta_{fusion}H^0$ (glace) = 6,006 kJ/mol. Ces données sont supposées constantes dans les intervalles de température considérés.

Remarque : Vous pouvez supposer que la capacité calorifique du récipient ainsi que les pertes calorifiques sont négligeables.

↳ $Q = C_V \, m \, \Delta T$: Chaleur

a) Il faut considérer que toute l'énergie du cuivre est transmise à l'eau → $-C_p^{Cuivre} \, n_{moles}^{cuivre} \cdot [T_f - 85^\circ] = C_p^{Eau} \, n_{moles}^{Eau} \cdot [T_f - 40^\circ]$

↳ Le signe moins indique que l'énergie du cuivre est transmise

Il reste à isoler T_f (C_p^{cuivre} sont dans les tables)

b) Même exercice, sauf qu'il faut considérer le fait que la glace fond

↳ 20,0 g de glace → MM = 18 g/mol ⇔ $n_{glace} = 1,11$ mol

Energie emmagasinée par la fusion : $1,11 \cdot 6,006$ kJ/mol

$= 6,673$ kJ

$$\Rightarrow -C_p^{glace} \cdot n_{moles}^{glace} [T_f - 1 - 5^\circ] + 6,673 \cdot 10^3 J = [C_p^{cuivre} \, n_{moles}^{cuivre} + C_p^{eau} \, n_{moles}^{eau}] \cdot [T_f - T_{f@}]$$

ULB

Faculté des Sciences

Année académique 2016/2017

PREMIERE ANNEE DE BACHELIER EN SCIENCES BIOLOGIQUES, CHIMIQUES, GEOGRAPHIQUES, GEOLOGIQUES, PHYSIQUES, EN SCIENCES DE L'INGENIEUR (ORIENTATION BIOINGENIEUR), PREMIERE ANNEE POLYVALENTE EN SCIENCES

EXAMEN DE CHIMIE du 29 mai 2017

NOM, Prénom: .....

Section et numéro de matricule : 1

QUESTION 1 *(15 points)*

L'eau de mer contient, entre autres, des ions Mg^{2+} dont la concentration vaut $6{,}00\times10^{-2}$ mol/L et des ions Ca^{2+} dont la concentration est égale à $1{,}10\times10^{-2}$ mol/L. Pour récupérer les ions magnésium, on les précipite sous forme d'hydroxyde $Mg(OH)_2$, en ajoutant une base forte à un volume donné d'eau de mer. On suppose les variations de volume négligeables.

a) En-dessous de quel pH faut-il maintenir la solution pour précipiter le plus d'ions magnésium possible, sans précipiter les ions calcium sous forme de $Ca(OH)_2$?

b) Dans ces conditions, quelle sera la concentration résiduelle en ions magnésium après précipitation ?

$Mg(OH)_2$: $K_s = 5{,}61\cdot10^{-12}$

$Ca(OH)_2$: $K_s = 4{,}68\cdot10^{-6}$

a) $Mg(OH)_{2(s)} \rightleftharpoons Mg^{2+}_{(aq)} + 2OH^-_{(aq)}$ ①

$Ca(OH)_{2(s)} \rightleftharpoons Ca^{2+}_{(aq)} + 2OH^-_{(aq)}$ ②

① $K = K_s = [Mg^{2+}][OH^-]^2 = 5{,}61\cdot10^{-12}$

$\Leftrightarrow [OH^-] = 9{,}67\cdot10^{-6}$ Mol/L → à cette concentration les ions Mg^{2+} précipitent

② $K = K_s = [Ca^{2+}][OH^-]^2 = 4{,}68\cdot10^{-6}$

$\Leftrightarrow [OH^-] = 2{,}0627\cdot10^{-2}$ Mol/L

Ld ① $[OH^-][H_3O^+] = 10^{-14}$ $\Leftrightarrow [H_3O^+] = 4{,}848\cdot10^{-13}$

$pH = -\log[H_3O^+] =$ 13,31

b) $[Mg^{2+}]_{rés} = 1{,}378\cdot10^{-8}$ Mol/L

Examen de chimie - mai 2017

NOM, Prénom: .....

Section et numéro de matricule : 2

QUESTION 2 *(25 points)*

On veut préparer 500 mL de solution tampon à pH = 7,50, de concentration en ion K^+ égale à 0,500 mol/L. On a à notre disposition de l'eau et les sels suivants : hydrogénophosphate de potassium et dihydrogénophosphate de potassium.

a) Écrivez les équations de dissociation de ces sels dans l'eau.
b) Quelle masse de chacun de ces sels doit-on utiliser pour obtenir la solution tampon voulue ?
c) On ajoute à ce tampon 100 mL d'une solution aqueuse de NaOH de concentration égale à 1,00 mol/L. Quel sera le pH de la solution finale ?

a) $KH_2PO_4 + 2H_2O \rightleftharpoons K^+ + PO_4^{3-} + 2H_3O^+ \quad K = K_{a2} \cdot K_{a3}$

$K_2HPO_4 + H_2O \rightleftharpoons 2K^+ + PO_4^{3-} + H_3O^+ \quad K = K_{a3}$

b) $pH = pK_a - \log\left(\frac{C_A}{C_B}\right)$

$= pK_{a2} - \log\left(\frac{m_{H_2PO_4^-}}{m_{HPO_4^{2-}}}\right)$ $\quad \begin{cases} K_{a2} = 6{,}34 \cdot 10^{-8} \\ K_{a3} = 2{,}2 \cdot 10^{-13} \end{cases}$

$\Leftrightarrow \frac{m_{H_2PO_4^-}}{m_{HPO_4^{2-}}} = 10^{pK_a - pH}$

$= 10^{7{,}3979 - 7{,}5} = 0{,}499$

$\Leftrightarrow m_{H_2PO_4^-} = 0{,}499\, m_{HPO_4^{2-}}$

$\Rightarrow m_{K^+} = [K^+] V_{K^+} = 0{,}5 \cdot 0{,}5 = 0{,}25$ mol

$m_{K_2HPO_4} + m_{KH_2PO_4} = 3m_{K^+}$

$= m_{HPO_4^{2-}} + m_{H_2PO_4^-}$

$m_{H_2PO_4^-} = \left[3m_{K^+} - m_{HPO_4^{2-}} = m_{HPO_4^{2-}} \cdot 0{,}499\right]$

$\Leftrightarrow m_{HPO_4^{2-}} = 0{,}500$ mol

$\Leftrightarrow m_{H_2PO_4^{2-}} = 0{,}250$ mol

QUESTION 2 *(suite)*

① $m_{K_2HPO_4} = n_{HPO_4^{2-}} \cdot MM_{K_2HPO_4}$

② $m_{KH_2PO_4} = n_{H_2PO_4^-} \cdot MM_{KH_2PO_4}$

c) $pH_{initial} = 7,50 \Leftrightarrow pH = -\log [H_3O^+]^{ini} \Leftrightarrow [H_3O^+]^{ini} = 10^{-pH}$

$= 3,16 \cdot 10^{-8}$ M

$[H_3O^+]^{ini} [OH^-]^{ini} = 10^{-14}$

$\Leftrightarrow [OH^-]^{ini} = \frac{10^{-14}}{[H_3O^+]^{ini}} = 3,16 \cdot 10^{-7}$ M

$\Leftrightarrow n_{OH^-}^{ini} = V_{solution\ initial} \cdot [OH^-]^{ini} = 1,58 \cdot 10^{-7}$ mol

+ 100 ml NaOH $[OH^-]$ 1,00 M $\Rightarrow n_{OH^-}^{ajouté} = V_{ajouté} \cdot 1,00 = 0,1$ mol

$NaOH \rightarrow Na^+ + OH^-$

$\Rightarrow n_{tot\ OH^-} = 0,1 + 1,58 \cdot 10^{-7} = 1,0 \cdot 10^{-1}$ mol

$V_{tot} = 600$ ml

$\Leftrightarrow [OH^-]^{final} = 1,66 \cdot 10^{-7}$ M

$\rightarrow pH = 14 + \log [OH^-]^{final}$

Examen de chimie - mai 2017

NOM, Prénom: .....

Section et numéro de matricule : 4

QUESTION 3 *(25 points)*

Un étudiant doit préparer une pile au laboratoire. La température est maintenue constante à 298 K. Il dispose du matériel suivant, qu'il utilise dans son intégralité :

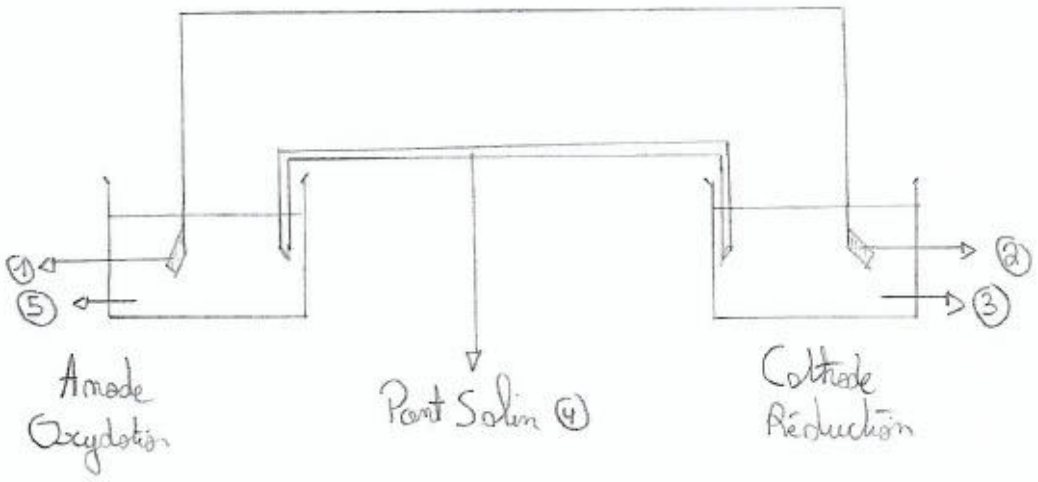
- une lamelle de cuivre de 5,00 g (1)
- une électrode de platine (2)
- 200 mL d'une solution aqueuse dont le pH vaut 2,00 et contenant du permanganate de potassium et du sulfate de manganèse, de concentrations égales respectivement à 0,300 mol/L et à 0,0750 mol/L (3)
- une solution aqueuse saturée en nitrate de potassium (4)
- 200 mL d'une solution aqueuse de sulfate de cuivre (II) de concentration égale à 0,300 mol/L (5)

a) Représentez le schéma de la pile en indiquant la position de l'anode et de la cathode. (*Justifiez votre réponse.*)

b) Écrivez l'équation ionique nette globale correspondant à la réaction chimique du fonctionnement de la pile et calculez la constante d'équilibre de celle-ci.

c) Que vaut la force électromotrice de cette pile ?

a)



b) Anode : $\left(Cu_{(s)} \rightleftharpoons Cu^{2+}_{(aq)} + 2e^-\right) \times 5$ $\quad [Cu^{2+}/Cu : E^\circ = 0{,}34\,V]$

Cathode : $\left(MnO_4^-{}_{(aq)} + 8H^+_{(aq)} + 5e^- \rightleftharpoons Mn^{2+}_{(aq)} + 4H_2O_{(l)}\right) \times 2$ $\quad [Mn^{7+}/Mn^{2+} : E^\circ = 1{,}51]$

Somme

$\Rightarrow 5\,Cu_{(s)} + 2\,MnO_4^-{}_{(aq)} + 16\,H^+_{(aq)} \rightleftharpoons 5\,Cu^{2+}_{(aq)} + 2\,Mn^{2+}_{(aq)} + 8\,H_2O_{(l)}$

[Équation ionique nette globale]

$\rightarrow K = e^{\left(\frac{n.F\Delta E}{RT}\right)}$ $\rightsquigarrow$ Il faut donc recalculer notre ΔE

QUESTION 3 *(suite)*

$\Delta E^\circ = E^\circ_{cath} - E^\circ_{anode}$ $\Leftrightarrow$ $\Delta E = E_{cath} - E_{anode}$

$\Rightarrow$ Il faut utiliser Nernst pour chaque réaction.

$$E_{cath} = E^\circ_{cath} + \left(\frac{R\,T}{m\,\mathcal{F}}\right) \ln \frac{[M_n O_4^-]}{[M_n^{3+}]} \quad (n = 5)$$

$$E_{an} = E^\circ_{anode} + \left(\frac{R\,T}{n\,\mathcal{F}}\right) \ln \frac{[Cu^{2+}]}{1} \quad (n = 2)$$

$\Leftrightarrow$ $\Delta E = E_{cath} - E_{anode}$

$\Leftrightarrow$ $K = \text{constante} = e^{\left|\frac{n\mathcal{F}\Delta E}{RT}\right|}$

c) $\rightarrow$ $\int \dot{e} \cdot dn_2 = \Delta E$

Examen de chimie - mai 2017

NOM, Prénom: .....

Section et numéro de matricule : 6

QUESTION 4 *(15 points)*

Au laboratoire, un étudiant de BA1 considère l'équilibre en phase gazeuse : $2\,HI(g) \rightleftharpoons I_2(g) + H_2(g)$. Le récipient ne contient initialement que de l'iodure d'hydrogène et la température est maintenue constante à 400 K. Le volume du récipient est maintenu constant et les gaz peuvent être considérés comme parfaits. À l'équilibre, la pression partielle en dihydrogène est égale à 3,10 bar.

a) Calculez la constante d'équilibre de cette réaction à 400 K. *(Les variations d'enthalpie $\Delta_r H^0$ et d'entropie $\Delta_r S^0$ de la réaction peuvent être évaluées à 298 K.)*

b) Calculez la pression initiale dans le récipient ainsi que la pression totale à l'équilibre.

$\Rightarrow 2HI(g) \rightleftharpoons I_2(g) + H_2(g)$

a) $\Delta_r G^\circ = \Delta_r H^\circ - T.\Delta_r S^\circ$ $\rightarrow$ | $T = 400\ K$; $\Delta_r H^\circ$; $\Delta_r S^\circ$] obtenus à partir des tables

$\Delta_r H^\circ = \Delta_f H^\circ_{I_2} + \Delta_f H^\circ_{H_2} - 2\Delta_f H^\circ_{HI}$

$\Delta_r S^\circ = S^\circ_{I_2} + S^\circ_{H_2} - 2S^\circ_{HI}$

$\Leftrightarrow$ $\Delta_r G^\circ$ peut désormais être calculé

$\Leftrightarrow \Delta_r G^\circ = -RT\ln K$ $\Leftrightarrow K = e^{-\frac{\Delta_r G^\circ}{RT}}$

b) $\rightarrow$ Gaz considérés comme parfait

L'Équilibre $P_{tot} = P_{I_2} + P_{H_2} + 2P_{HI}$ $\Leftrightarrow P_{I_2} = P_{H_2}$

$K = \frac{[I_2][H_2]}{[HI]^2} = \frac{P_{I_2}.P_{H_2}}{(P_{HI})^2}$ $\Leftrightarrow P_{HI} = \sqrt{\frac{P_{I_2}P_{H_2}}{K}}$

NOM, Prénom: .....

Section et numéro de matricule : 7

QUESTION 5 *(20 points)*

Dans son laboratoire, un chercheur étudie l'oxydation complète du toluène par l'oxygène en présence d'un catalyseur à base de cobalt, d'aluminium et de cérium (Co-Al-Ce) :

$$C_6H_5CH_3(g) + 9\,O_2(g) \xrightarrow{\text{Catalyseur}} 7\,CO_2(g) + 4\,H_2O\,(g)$$

La vitesse de la réaction ne dépend que de la quantité en toluène. Le chercheur compare deux catalyseurs prometteurs, le $Co_6Al_{1,2}Ce_{0,8}$ et le Co_6Al_2. Le tableau ci-dessous reprend ses résultats pour le premier catalyseur :

Température T (°C)	182,0	205,0	217,0	237,0	253,0
Constante cinétique k (h^{-1})	22,8	62,6	102,3	220,1	389,5

a) Déterminez graphiquement l'énergie d'activation de la réaction en présence du premier catalyseur, $E_a^{Co_6Al_{1,2}Ce_{0,8}}$. Dans ces conditions, trouvez le facteur pré-exponentiel de l'équation d'Arrhenius, $A^{Co_6Al_{1,2}Ce_{0,8}}$.

b) L'étude cinétique du second catalyseur donne les résultats suivants : $E_a^{Co_6Al_2} = 84{,}70$ kJ/mol et $A^{Co_6Al_2} = 6{,}43\times10^8\ h^{-1}$. Avec quel catalyseur l'oxydation est-elle la plus rapide ? (*Justifiez votre réponse.*)

c) Que vaut la vitesse initiale d'oxydation à 205,0 °C avec le premier catalyseur si la pression initiale en toluène est de 1,50 bar ? Après combien de temps 90% de la quantité initiale de toluène seront-ils consommés à cette température ?

Examen de chimie - mai 2017

NOM, Prénom:.....

Section et numéro de matricule :..... 7

QUESTION 5 *(20 points)*

Dans son laboratoire, un chercheur étudie l'oxydation complète du toluène par l'oxygène en présence d'un catalyseur à base de cobalt, d'aluminium et de cérium (Co-Al-Ce) :

$$C_6H_5CH_3(g) + 9\,O_2(g) \xrightarrow{\text{Catalyseur}} 7\,CO_2(g) + 4\,H_2O\,(g)$$

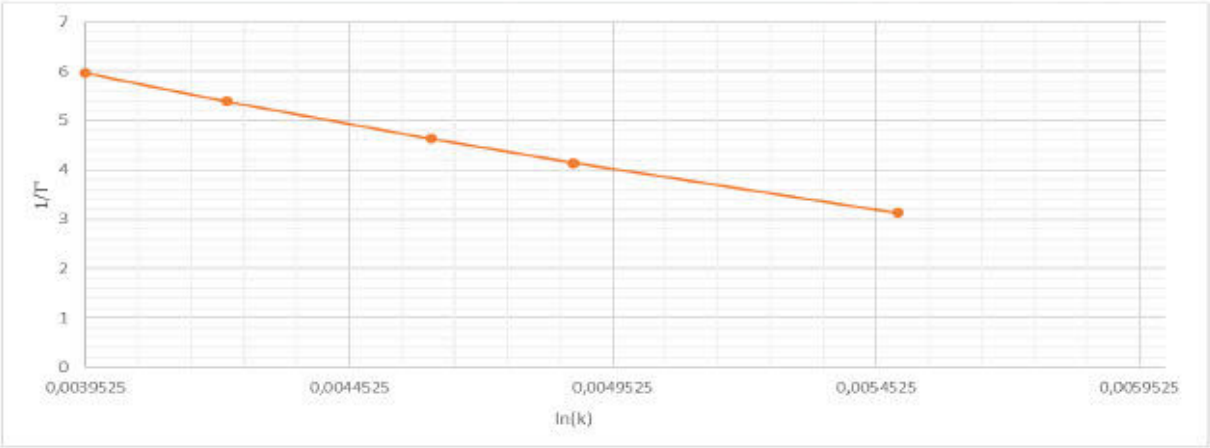
La vitesse de la réaction ne dépend que de la quantité en toluène. Le chercheur compare deux catalyseurs prometteurs, le $Co_6Al_{1,2}Ce_{0,8}$ et le Co_6Al_2. Le tableau ci-dessous reprend ses résultats pour le premier catalyseur :

Température T (°C)	182,0	205,0	217,0	237,0	253,0
Constante cinétique k (h^{-1})	22,8	62,6	102,3	220,1	389,5

a) Déterminez graphiquement l'énergie d'activation de la réaction en présence du premier catalyseur, $E_a^{Co_6Al_{1,2}Ce_{0,8}}$. Dans ces conditions, trouvez le facteur pré-exponentiel de l'équation d'Arrhenius, $A^{Co_6Al_{1,2}Ce_{0,8}}$.

b) L'étude cinétique du second catalyseur donne les résultats suivants : $E_a^{Co_6Al_2} = 84{,}70$ kJ/mol et $A^{Co_6Al_2} = 6{,}43\times10^8\ h^{-1}$. Avec quel catalyseur l'oxydation est-elle la plus rapide ? (*Justifiez votre réponse.*)

c) Que vaut la vitesse initiale d'oxydation à 205,0 °C avec le premier catalyseur si la pression initiale en toluène est de 1,50 bar ? Après combien de temps 90% de la quantité initiale de toluène seront-ils consommés à cette température ?



Loi d'Arrhenius : $k = A.e^{\frac{-E}{RT}}$

a) Pour effectuer le graphique, il faut d'abord recalculer l'inverse de la température ainsi que le ln de K car : $\frac{dln(k)}{dT} = \frac{E}{RT}$

La pente de la droite obtenue nous donne le facteur $-\frac{E}{R}$,tandis que l'ordonnée à l'origine nous donne le facteur ln(A).

b) Pour comparer l'efficacité entre les deux catalyseurs, il suffit de calculer les constantes cinétique et de les comparer, la plus élevée impliquera la vitesse la plus élevée.

c) La vitesse ne dépend que de la quantité en toluène

Vitesse = k . [toluène]

Mun Chimie Mai 2017

①

Q1 a) $[Mg^{2+}] = 6,1.10^{-2}$ mol/L

$[Ca^{2+}] = 1.10^{-2}$ mol/L

① $Mg^{2+}_{(aq)} + 2\,OH^-_{(aq)} \rightleftharpoons Mg(OH)_{2\,(s)}$

$K_S = [Mg^{2+}].[OH^-]^2 \rightarrow [OH^-] = \sqrt{\frac{K_S}{[Mg^{2+}]}} = 9,67.10^{-6}$ mol/L

$pH = 14 + \log[OH^-] = 8,98$

② $Ca^{2+}_{(aq)} + 2\,OH^-_{(aq)} \rightleftharpoons Ca(OH)_{2\,(s)}$

$K_S = [Ca^{2+}][OH^-]^2 \rightarrow [OH^-] = \sqrt{\frac{K_S}{[Ca^{2+}]}} = 0,026$ mol/L

$pH = 14 + \log[OH^-] = 12,3$

il faut avoir un pH de 12,3 pour qu'on précipite seulement $Mg(OH)_2$ car il faut un pH de + 12,3 pour faire précipiter le $Ca(OH)_2$.

b) En prenant compte du pH = 12,3 donc $[OH^-] = 0,026$ m

$\Rightarrow [Mg^{2+}] = \frac{K_S}{[OH^-]^2} = 1,32.10^{-8}$ mol/L

Q2

a) $KH_2PO_4(aq) + H_2O(l) \rightleftharpoons K^+(aq) + HPO_4^{2-}(aq) + H_3O^+(aq)$ K_{A2}

$HPO_4^{2-}(aq) + H_2O(l) \rightleftharpoons PO_4^{3-}(aq) + H_3O^+(aq)$ K_{A3}

---

① $KH_2PO_4(aq) + 2H_2O(l) \rightleftharpoons K^+(aq) + PO_4^{3-}(aq) + 2H_3O^+(aq)$ $K_T = K_{A2} \cdot K_{A3}$

② $K_2HPO_4(aq) + H_2O(l) \rightleftharpoons 2K^+(aq) + PO_4^{3-}(aq) + H_3O^+(aq)$ K_{A3}

b) $pH = -\log[H_3O^+] \rightarrow [H_3O^+] = 10^{-7,50}$

$\rightarrow [H_3O^+] = K_{A2} \cdot \frac{C_a}{C_b}$ $\xrightarrow{V_E \text{ identique}}$ $[H_3O^+] = K_{A2} \cdot \frac{n_a}{n_b}$

ici $n_a = n_{H_2PO_4^-}$ et $n_b = n_{HPO_4^{2-}}$

$\rightarrow \frac{n_a}{n_b} = \frac{[H_3O^+]}{K_{A2}} \Rightarrow \frac{n_a}{n_b} = 0,499 \Rightarrow n_a = 0,499 \cdot n_b$

$\rightarrow n_{H_2PO_4^-} = 0,499\, n_{HPO_4^{2-}}$

on additionne ① et ②

$n_{K^+} = C \cdot V = 0,5 \cdot 0,5$

$n_{H_2PO_4^-} + n_{HPO_4^{2-}} = 3n_{K^+}$

$\rightarrow 0,499\, n_{HPO_4^{2-}} + n_{HPO_4^{2-}} = 3n_{K^+} \Rightarrow n_{HPO_4^{2-}} = \frac{3n_{K^+}}{1,499} = 0,5 \text{ mol}$

$\Rightarrow n_{H_2PO_4^-} = 0,5 \cdot 0,499 = 0,25$

$m_{K_2HPO_4} = n_{HPO_4^{2-}} \cdot \Pi\Pi_{K_2HPO_4} = 87,1\ g$

$m_{KH_2PO_4} = n_{H_2PO_4^-} \cdot \Pi\Pi_{KH_2PO_4} = 34,02\ g$

MVM

Chimie Mai 2017

(2)

Q2

c) Si on ajoute NaOH qui est une base alors $C_b \nearrow$ et $C_a \searrow$

$n_{NaOH} = C.V = 1 . 0,1 = 0,1$ mol

$n'_a = 0,250 - 0,1 = 0,150$ mol

$n'_b = 0,500 + 0,1 = 0,600$ mol

$V'_t = 0,500 + 0,100 = 0,600$ L

$\Rightarrow [H_3O^+] = K_{A_2} \cdot \frac{C_a}{C_b}$ où $C_a = n'_A . V'_t$ et $C_b = n'_b . V'_t$

$\Rightarrow pH = pK_{A_2} - \log\left(\frac{C_a}{C_b}\right) = 7,80$

Q3

a) $Cu(s) \left| \begin{array}{l} Cu^{2+}_{(aq)} \text{ à } 0,300\,M \\ V = 0,2\,L \end{array} \right\| \begin{array}{l} KMnO_4 \text{ à } 0,300\,M \\ MnSO_4 \text{ à } 0,075\,M \\ pH = 2 \text{ et } V = 0,2 \end{array} \left| Pt(s) \right.$

Anode — Pont Salin — Cathode

Le couple qui va à la cathode est le couple rédox possédant un ΔE° plus élevé que l'autre couple. Ici le couple MnO_4^-/Mn^{2+} a un $\Delta E^\circ = 1,507$ V et le couple Cu^{2+}/Cu à un $\Delta E^\circ = 0,342$ V donc c'est normal de mettre le couple MnO_4^-/Mn^{2+} à la cathode car il a un ΔE° plus élevé que celui du couple Cu^{2+}/Cu

b)

$MnO_4^-(aq) + 8H^+(aq) + 5e^- \rightleftharpoons Mn^{2+}(aq) + 4H_2O(l)$) $\times 2$

$Cu^{2+}(aq) + 2e^- \rightleftharpoons Cu(s)$) $\times 5$

éq. globale : $2MnO_4^-(aq) + 5Cu(s) + 16H^+(aq) \rightleftharpoons 5Cu^{2+}(aq) + 2Mn^{2+}(aq) + 8H_2O(l)$

$K = e^{\left(\frac{n F . \Delta E}{RT}\right)}$

on a pas le ΔE. Du coup, il faut le calculer

$\Delta E = \Delta E_{cath} - \Delta E_{anode}$

$\Delta E_{cath} = E^\circ_{MnO_4^-/Mn^{2+}} - \frac{RT}{nF} \cdot \ln\left(\frac{[Mn^{2+}]}{[MnO_4^-] \cdot [H^+]^8}\right)$ $[H^+] = 10^{-pH} = 10^{-2}$

$= 1,32 V$ $n = 5$

$\Delta E_{Anode} = E^\circ_{Cu^{2+}/Cu} - \frac{RT}{nF} \cdot \ln\left(\frac{1}{[Cu^{2+}]}\right)$ $n = 2$

$= 0,327 V$

$\Rightarrow \Delta E = 0,993 V$

$\Rightarrow K = e^{\left(\frac{10 \cdot 96485 \cdot 0,993}{8,314 \cdot 298}\right)} = 8,83 \cdot 10^{167}$

c) $\Delta E = f.ém$

$f.ém = 0,993 V$

MVN

Chimie Mai 2017

③

Q4

a) $2\,HI_{(g)} \rightleftharpoons I_{2(g)} + H_{2(g)}$

$\Delta H = \Delta f H_{I_{2(g)}} + \Delta f H_{H_{2(g)}} - 2\,\Delta f H_{HI_{(g)}} = 9{,}48\ KJ/mol$

$\Delta S = \Delta f S_{I_{2(g)}} + \Delta f S_{H_{2(g)}} - 2\,\Delta f S_{HI_{(g)}} = -22{,}33\ J/mol\,k$

$G = \Delta H - T\Delta S$ à $T = 400k$

$= 17\,956\ J/mol$

$K = e^{\frac{-\Delta G}{RT}} = 4{,}52 \cdot 10^{-3}$

b)

	$2\,HI_{(g)}$	$\rightleftharpoons$	$I_{2(g)}$	+	$H_{2(g)}$
P_i	P_i		0		0
$P_{\rightleftharpoons}$	$P_i - x$		x		x

on sait que $P_{H_2 \rightleftharpoons}$ vaut 3,10 bar donc $x = 3{,}10$

$K_P = K = \dfrac{P_{I_2} \cdot P_{H_2}}{P_{HI}^2} \Rightarrow P_{HI}^2 = \dfrac{P_{I_2} \cdot P_{H_2}}{K}$

$\Rightarrow (P_i - 3{,}10)^2 = \dfrac{3{,}10 \cdot 3{,}10}{4{,}52 \cdot 10^{-3}} \Rightarrow (P_i - 3{,}10) = 46{,}11$

$\Rightarrow P_i = 46{,}11 + 3{,}10 \Rightarrow P_i = 49{,}21$ bar.

$P_{tot_{\rightleftharpoons}} = P_{I_{2\rightleftharpoons}} + P_{H_{2\rightleftharpoons}} + 2\,P_{HI_{\rightleftharpoons}} = 52{,}31$ bar

Q5 a) et $[k] = t^{-1}$

on nous dit que $V = k \cdot P_{\text{toluène}}$ donc cela veut dire qu'on a une réaction d'ordre 1.

$$\underbrace{\ln k}_{\text{AXE } y} = \underbrace{\ln A}_{\text{ordonnée à l'origine}} - \underbrace{\frac{E_A}{R}}_{\text{pente}} \cdot \underbrace{\frac{1}{T}}_{\text{AXE } x}$$

Donc on va faire un graphique qui porte $\ln k$ en fonction de $\frac{1}{T}$. La pente nous donnera $-\frac{E_A}{R}$. Du coup, on pourra trouver E_A

$$\frac{\ln k_{\text{à } 253°C} - \ln k_{\text{à } 142°C}}{\frac{1}{526} - \frac{1}{455}} = C.A. \Rightarrow C.A = -9566,81\ K^{-1}$$

$$\Rightarrow C_A = \frac{-E_A}{R} \rightarrow \frac{-E_A}{R} = -9566,81\ K^{-1} \rightarrow E_A = 79,54\ kJ/mol$$

*

b) $k_{CoGAl_2} = e^{-\frac{E_A}{RT}} \cdot A$ à $T = 205\ °C$

$= 0,36\ h^{-1}$

à 205°C le $k_{CoGAl_{1,2}Ce_{0,4}}$ est de $k = 62,6\ h^{-1}$

étant donné que le k du premier catalyseur est plus grand que le second du coup c'est lui le plus rapide.

* $\ln k = \ln A - \frac{E_A}{RT}$ (T → 205°C) $\rightarrow \ln k + \frac{E_A}{RT} = \ln A \rightarrow A = 3,082 \cdot 10^{10}\ h^{-1}$

c) $\ln P_{At} = \ln P_{A0} - kt \rightarrow t = \ln P_{At} - \ln P_{A0} \cdot \frac{-1}{k}$ (k → 205°C)

$P_{At} = 10\% \cdot P_{A0} = 0,15$ $\quad t = 0,037\ h = 133,2\ s$

$v = k \cdot P_{A0} \rightarrow v = 93,9\ bar/h$

ULB

Faculté des Sciences

Année académique 2017/2018

PREMIERE ANNEE DE BACHELIER EN SCIENCES BIOLOGIQUES, CHIMIQUES, GEOGRAPHIQUES, GEOLOGIQUES, PHYSIQUES, EN SCIENCES DE L'INGENIEUR (ORIENTATION BIOINGENIEUR), MATHEMATIQUES (ORIENTATION BIOLOGIE), PREMIERE ANNEE POLYVALENTE EN SCIENCES

INTERROGATION DE CHIMIE du 8 janvier 2018

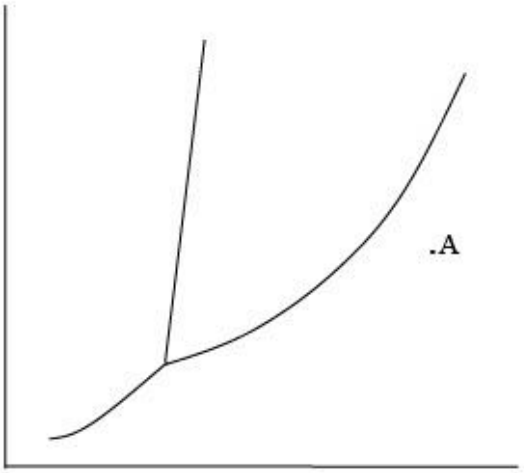
Première partie - Théorie

NOM, Prénom: .....

Section et numéro de matricule : 1

QUESTION 1 *(25 points).*

Soit le diagramme de phases d'un corps pur X :



Complétez ⇒

	symbole	Unité (MKS)
ordonnée		
abscisse		

a) Indiquez sur ce diagramme les phases solide, liquide, et gaz, par les lettres S, L, G, respectivement.

b) Indiquez par une flèche la courbe d'équilibre liquide – gaz.

c) Écrivez l'équation mathématique décrivant cette courbe.

NOM, Prénom: ..... _____

Section et numéro de matricule : 2

QUESTION 1 *(suite)*

d) Ce diagramme implique un rapport de densités entre les phases solide et liquide ; lequel ? Barrez ce qui est faux et justifiez votre réponse.

$d_S > d_L$ $d_L > d_S$

e) Placez sur le graphe un point B : ce point doit correspondre à un équilibre de phases et être tel que le trajet de A à B (tracez-le) soit une isobare sur laquelle se situent deux changements d'états.

f) Écrivez la formule la plus générale de la variance, et appliquez-la aux courbes tracées ainsi qu'au point triple en explicitant la valeur prise par chaque terme dans la formule.

formule générale ⇒ .....
courbes ⇒ .....
point triple ⇒ .....

g) Représentez (sur le graphe) par un pointillé ce que devient ce diagramme si l'on réalise un mélange homogène du corps X (volatil) avec une petite quantité d'un soluté non volatil.

Interrogation de chimie – CHIM-F-101 – 08 janvier 2018 – Théorie

NOM, Prénom: ..... _____

Section et numéro de matricule : 3

QUESTION 2 *(20 points)*

Sachant que le chlore et l'iode sont des halogènes dont les nombres atomiques Z valent respectivement 17 et 53 :

a) Ecrivez la structure électronique de l'atome de chlore dans son état fondamental :

b) Complétez le tableau suivant :

	ICl_4^-	IO_4^-
Structure de Lewis		
Résonance	OUI / NON	OUI / NON
Charges formelles (labellisez clairement les différents atomes)		

NOM, Prénom: ..... _____

Section et numéro de matricule : 4

QUESTION 3 *(20 points)*

Les hydrures métalliques sont une source d'hydrogène intéressante pour les piles à combustible, qui pourraient à terme remplacer les moteurs à explosion actuels. Afin d'étudier les propriétés de l'un d'entre eux, 250 g de $LiBH_4(s)$ sont placés dans un réacteur *isolé et indéformable* de volume *V,* en présence de carbone graphite. La réaction endothermique entre les deux solides mène à la formation de dihydrogène et de LiBC(s).

a) Ecrivez l'équation stœchiométrique équilibrée de la réaction.

b) La température en fin de réaction est-elle inférieure, supérieure ou identique à la température initiale ? Justifiez.

c) L'énergie interne en fin de réaction est-elle inférieure, supérieure ou identique à sa valeur initiale ? Justifiez.

d) Si la réaction avait été effectuée dans un réacteur à *pression* constante, aurait-elle été plus endothermique, moins endothermique, ou la chaleur de réaction aurait-elle été la même ? Justifiez.

Interrogation de chimie – CHIM-F-101 – 08 janvier 2018 – Théorie

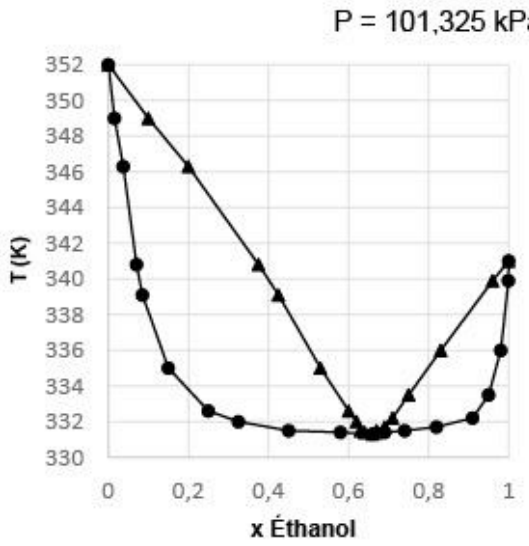
NOM, Prénom: .....

Section et numéro de matricule : 5

QUESTION 4 *(20 points)*

Soit le diagramme de phases décrivant l'équilibre liquide-vapeur du mélange éthanol-hexane.

a) La mélange éthanol/hexane constitue-t-il une solution idéale ? Justifiez en termes d'interactions intermoléculaires en cochant dans le tableau ci-dessous les interactions pertinentes.
(DI = dipôle induit, DP = dipôle permanent, LH = lien hydrogène).



Substance	DI-DI	DP-DP	LH
éthanol			
hexane			

Conclusion : ceci est/n'est pas une solution idéale (barrer la mention incorrecte)

QUESTION 4 *(suite)*

b) Choix multiples à réponse unique ; justifiez votre choix en une phrase ! ***Attention : un choix sans justification correcte implique la nullité de la réponse.***

- Ce graphe représente
  - des courbes isothermes.
  - des courbes isobares.
  - un azéotrope à maximum.
  - un eutectique.
  - Aucune des propositions.

Justification :

- La température d'ébullition de l'éthanol pur est égale à
  - 331,8 K.
  - 341 K.
  - 352 K.
  - Aucune des propositions.

Justification :

- Si on distille un mélange composé de 80% d'éthanol, la fraction de tête sera composée
  - d'azéotrope.
  - d'éthanol pur.
  - d'hexane pur.
  - Aucune des propositions.

Justification :

- Si on distille un mélange composé de 80% d'hexane, la fraction de queue sera composée
  - d'éthanol pur.
  - d'hexane pur.
  - d'un mélange 0,65/0,35 éthanol/hexane.
  - Aucune des propositions.

Justification :

Interrogation de chimie – CHIM-F-101 – 08 janvier 2018 – Théorie

NOM, Prénom: ..... _____

Section et numéro de matricule : 7

QUESTION 5 *(5 points)*

Les gaz nobles présentent les paramètres « a » de van der Waals suivants :

	a ($atm \cdot L^2 \cdot mol^{-2}$)
He	0,0346
Ne	0,208
Ar	1,355
Kr	5,193
Xe	4,192

Soient 5 échantillons différents, contenant chacun une quantité identique *n* de l'un de ces gaz. En vous basant uniquement sur le paramètre « a », quel gaz exercera la pression la plus élevée ? Justifiez en 3 lignes maximum.

Interrogation de chimie – CHIM-F-101 – 08 janvier 2018 – Théorie

NOM, Prénom: ..... _____

Section et numéro de matricule : 8

QUESTION 6 *(10 points)*

Les lois ébullioscopique et cryoscopique prennent la forme suivante :
$\Delta T = \nu K m$ (avec m = molalité)
En solution aqueuse, que vaut ν (théorique) pour :
$CaCl_2$:
KCl :
Justifiez en trois lignes maximum.

D'autre part, la constante K dépend de (entourez la bonne réponse) :
Attention, entourer une réponse incorrecte = perte de points

- La nature du soluté

- la nature du solvant

- la quantité de soluté

- la quantité de solvant

- la nature des interactions solvant-soluté

- l'âge du capitaine

ULB

Faculté des Sciences

Année académique 2017/2018

PREMIERE ANNEE DE BACHELIER EN SCIENCES BIOLOGIQUES, CHIMIQUES, GEOGRAPHIQUES, GEOLOGIQUES, PHYSIQUES, EN SCIENCES DE L'INGENIEUR (ORIENTATION BIOINGENIEUR), MATHEMATIQUES (ORIENTATION BIOLOGIE), PREMIERE ANNEE POLYVALENTE EN SCIENCES

INTERROGATION DE CHIMIE du 8 janvier 2018

Seconde partie - Exercices

NOM, Prénom: ..... _____

Section et numéro de matricule : 1

QUESTION 1 *(25 points)*

Lors d'un voyage scientifique, du butane (C_4H_{10}) a été transporté à -63,15°C. Quelle est la pression de vapeur du butane à cette température sachant que, à pression normale, sa température d'ébullition est de -0,5°C, et que son enthalpie de vaporisation vaut 22,389 $kJ \cdot mol^{-1}$?

Une partie de ce butane a été utilisée sous sa forme gazeuse et mélangée à du propane (C_3H_8) gazeux. Après avoir effectué, en présence de dioxygène, la combustion de 0,7310 g du mélange des deux gaz, la réaction libère 1,245 L de CO_2 à 21,00°C sous 740,0 mmHg.
Quelle était la masse de butane dans l'échantillon initial ?
Quelle sera la masse d'eau libérée ?
Quel a été le volume de dioxygène (mesuré dans les conditions normales de température et pression) utilisé ?
Conseil : pour résoudre cette question, nous vous conseillons de garder le maximum possible de chiffres significatifs dans vos calculs.

NOM, Prénom: .....

Section et numéro de matricule : .....

QUESTION 2 *(25 points)*

Le carbone est constitué de plusieurs isotopes (^{12}C, ^{13}C,^{14}C) dont certains sont radioactifs. Sachant que la demi-vie de l'isotope 14 du carbone est de 5730 années, le chimiste américain Libby a développé la méthode de datation dite « au carbone 14 ». En dosant la radioactivité libérée par un échantillon contenant des fibres végétales, il est possible de dater ce dernier, c'est-à-dire d'estimer quand il a été fabriqué. En effet, on suppose que la fibre végétale s'est construite par extraction du carbone (CO_2) de l'atmosphère, via la photosynthèse, et que le rapport $^{14}C/^{12}C$ est resté décemment constant dans l'atmosphère au cours des siècles (ceci a été validé par d'autres méthodes). Il a été mesuré que le ^{14}C dans un organisme vivant avait une activité spécifique de 15,3 désintégrations par minute, par gramme de carbone total, ce qui correspond à 0,255 Bq/g (le Becquerel, ou Bq, est l'unité de mesure de radioactivité).

Des archéologues ont retrouvé un outil en bois, préservé de l'oxydation et de l'humidité, et donc intact. Ils l'ont confié à un chimiste responsable d'un laboratoire d'analyse de traces. La radioactivité émise par cet outil est de 0,195 Bq/g. Quand cet outil a-t-il été fabriqué ?

NOM, Prénom: .....

Section et numéro de matricule : 3

QUESTION 3 *(25 points)*

Un élément crucial dans la survie du personnage incarné par Matt Damon dans le récent film de Ridley Scott est l'utilisation de l'hydrazine (N_2H_4) sous forme liquide comme carburant de fusée afin de produire de l'eau. En effet, l'hydrazine se dissocie à la surface d'un catalyseur métallique en diazote et en dihydrogène gazeux. La combustion du dihydrogène récolté produit de l'eau, indispensable à la vie et à la production de denrées alimentaires.

a) Calculez la chaleur de combustion isochore associée à la production de 1 kg d'eau (liquide, à 25 °C) à partir de dihydrogène et de dioxygène gazeux.

b) Calculez l'augmentation de température qui résulterait de cette production dans l'habitacle initialement à 298 K, si la chaleur spécifique de l'atmosphère artificielle à volume constant y est égale à 0,718 $kJ.kg^{-1}.K^{-1}$.

c) A votre avis, l'hypothèse formulée dans le film, et compte tenu des hypothèses de calcul présentées ici, est-elle crédible ?

(Négligez l'énergie libérée lors de la dissociation de l'hydrazine ; considérez un rendement de 100%, une chaleur de réaction et une chaleur spécifique inchangées suite à l'augmentation de température initialement à 298 K, et un habitacle de 50 m^3 d'air.)

ρ_{air} (298K) = 1,184 $kg.m^{-3}$

NOM, Prénom: .....

Section et numéro de matricule : 4

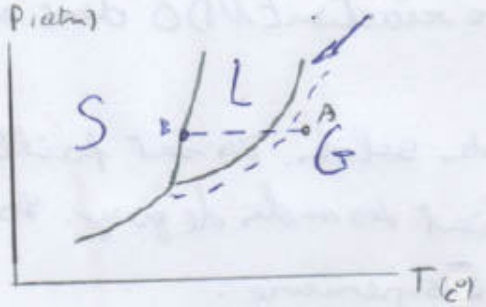
QUESTION 4 *(25 points)*

L'argent et le palladium cristallisent tous deux dans le système cubique à faces centrées. En alliage, ces deux éléments forment une solution solide idéale. Dans ces conditions, le paramètre cristallin de la maille (a) varie linéairement avec la composition. Le paramètre de maille de l'argent vaut 0,40862 nm, et celui du palladium 0,38898 nm.

Afin de déterminer la composition d'un alliage Ag_xPd_y, on analyse un échantillon par diffraction de rayons X. L'anode utilisée est du cuivre, et la longueur d'onde sélectionnée correspond à la raie K(alpha) et vaut 1,5406 ångström (1 ångström = 10^{-10} m). Dans ces conditions, l'angle de diffraction du plan (200) vaut 22,725°. Quelle est la composition de l'alliage ?

Janvier 2018 (Théorie)

Q1



éq de la courbe :

$$P^\circ_{(T)} = cst \cdot \exp\left[\frac{-\Delta H^\circ_{vap}}{RT}\right]$$

$d_S > d_L$

$$V = C - \varphi + 2$$

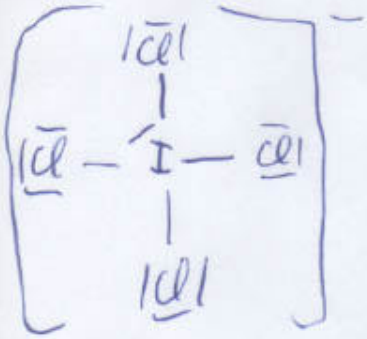
courbes : $V = 1 - 2 + 2 = 1$

pt triple : $V = 1 - 3 + 2 = 0$

Q2 Cl : $1s^2\,2s^2\,2p^6\,3s^2\,3p^5$

I : $1s^2\,2s^2\,2p^6\,3s^2\,3p^6\,3d^{10}\,4s^2\,4p^6\,4d^{10}\,5s^2\,5p^5$

ICl_4^-



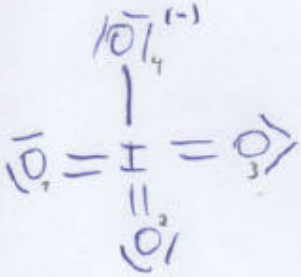
Non

CF :

Cl : $7 - 6 - \frac{1}{2}\cdot 2 = 0$

I : $7 - 2 - \frac{1}{2}\cdot 8 = 1$

IO_4^-



oui

CF :

$O_{1,2,3}$: $6 - 4 - \frac{1}{2}\cdot 4 = 0$

I : $7 - 0 - \frac{1}{2}\cdot 14 = 0$

O_4 : $7 - (6+1) - \frac{1}{2}\cdot 2 = -1$

Q3

a) $LiBH_{4(s)} + C_{(s;g)} \xrightarrow{\text{chaleur}} 2H_{2(g)} + LiBC_{(s)}$

b) L'énoncé précise que c'est une réaction ENDO donc elle consomme de la chaleur ⇒ T° inférieure.

c) Initialement, il n'y a que des solides. Ils sont faible en énergie. En fin de réaction, on obtient des mole de gaz. Les gaz sont haut en énergie. ⇒ E supérieure.

d) Si Vest et Pest, la réaction "évitera" de former des mole de gaz. L'équilibre sera poussé vers la gauche. Si on veut que la réaction se déroule vers la droite, il faut fournir beaucoup d'énergie (sous forme de chaleur).
⇒ Chaleur en fin de réaction sera plus basse.

Janvier 2018 (Etro)

Q7

$T_1 = -63,75°C = 210K$

$P_1 = ?$

$P_2 = 1 atm$

$T_2 = -0,5°C = 272,65K$

$\Delta H°_{VAP} = 22,389 kJ/mol$

$$\ln\left(\frac{P_1}{P_2}\right) = -\frac{\Delta H°_{VAP}}{R}\left[\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2}\right)$$

$P_1 = 0,05 atm$

(1) $C_4H_{10(g)} + \frac{13}{2} O_{2(g)} \longrightarrow 4 CO_{2(g)} + 5 H_2O_{(l)}$

(2) $C_3H_{8(g)} + 5 O_{2(g)} \longrightarrow 3 CO_{2(g)} + 4 H_2O_{(l)}$

$m_{C_4H_{10}} + m_{C_3H_8} = 0,1737 g$

$n_{C_4H_{10}} \cdot M_{C_4H_{10}} + n_{C_3H_8} \cdot M_{C_3H_8} = 0,1737 g$

$V_{CO_2(1)} + V_{CO_2(2)} = 7,245 L$ à $21°C$ et $P = 740 mmHg$

$n_{CO_2(1)} + n_{CO_2(2)} = 7,245 L$ $= 0,9737 atm$

(1) $\frac{n_{C_4H_{10}}}{4} = n_{(O_2(1))}$

(2) $\frac{n_{C_3H_8}}{3} = n_{CO_2(2)}$

Il faut remplacer et résoudre le syst à 2 éq et 2 inc.

Q2

$t_{1/2} = 5730$ ans

$0,1255 Bq/g \longrightarrow N_0$

$0,1195 Bq/g \longrightarrow N$

$k = \frac{\ln 2}{t_{1/2}} = 7,2096 \cdot 10^{-4}$

$$\ln\left(\frac{N}{N_0}\right) = -kt$$

$t = 2277,64$ années.

(4) $n\lambda = 2d \sin\theta$

CFC

$a_{Ag} = 0{,}40862 \cdot 10^{-9}\ m$

$a_{Pd} = 0{,}38898 \cdot 10^{-9}\ m$

$\lambda = 1{,}5406 \cdot 10^{-10}\ m$

plans (200)

$\theta = 22{,}725^{\circ}$

Résolution classique. Seule difficulté à la fin, il faut ÷ par 2

ULB

Faculté des Sciences

Année académique 2017/2018

PREMIERE ANNEE DE BACHELIER EN SCIENCES BIOLOGIQUES, CHIMIQUES, GEOGRAPHIQUES, GEOLOGIQUES, PHYSIQUES, EN SCIENCES DE L'INGENIEUR (ORIENTATION BIOINGENIEUR), PREMIERE ANNEE POLYVALENTE EN SCIENCES

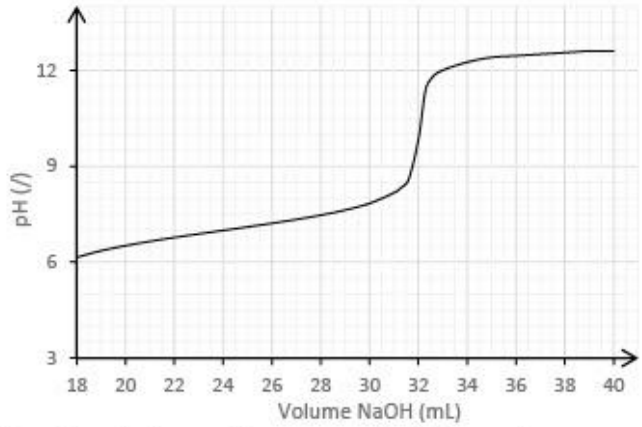
EXAMEN DE CHIMIE du 28 mai 2018

NOM, Prénom: ..... _____

Section et numéro de matricule : 1

QUESTION 1 *(20 points)*

Le saut de pH représenté sur ce graphe est le second observé lors du titrage de 20,0 mL d'une solution aqueuse d'acide sulfureux par une solution aqueuse d'hydroxyde de sodium de concentration 0,15 mol/L.



a) Ecrivez l'équation ionique nette correspondant à ce saut.
b) La réaction est-elle complète ? Justifiez.
c) Quelle est la concentration initiale de la solution d'acide sulfureux ?
d) Quel est le pH de cette solution ?
e) Quel est le pH du mélange à la première équivalence ?
f) Schématisez sur le graphe ci-dessus la courbe de titrage si l'acide avait été moins concentré.

Examen de chimie – CHIM-F-101 – 28 mai 2018

NOM, Prénom: ..... _____

Section et numéro de matricule : 2

QUESTION 2 *(20 points)*

Une pile est construite à partir de 2 cellules électrochimiques à 25°C. L'une contient une lamelle de cuivre trempée dans une solution aqueuse de $CuCl_2$ (0,200 M), à un pH de 5, l'autre contient un fil de platine trempé dans une solution aqueuse de $NaNO_3$ (0,100 M), à un pH de 3, et du NO à la pression de 1,2 bar. Le volume de chaque solution est de 20,0 mL.

a. Ecrivez les équations ioniques nettes correspondant aux réactions à la cathode et à l'anode ainsi que la réaction globale du fonctionnement de la pile.
b. Calculez la force électromotrice de cette pile.
c. Quelle sera la différence de potentiel standard de la pile si on augmente la température à 80°C ? (Négligez la variation des grandeurs thermodynamiques pour effectuer vos calculs.)
d. Quel sera le pH dans le compartiment azoté après une électrolyse de 50 min par un courant de 100 mA à 25 °C ? Sachant que la lamelle de cuivre pesait 1,00 g avant l'électrolyse, quelle sera sa masse après ?

Examen de chimie – CHIM-F-101 – 28 mai 2018

NOM, Prénom: ..... _____

Section et numéro de matricule : 3

QUESTION 3 *(20 points)*

a) Quelle devrait être la concentration d'une solution aqueuse de nitrate d'argent pour que, lorsque l'on ajoute à 500 mL de cette solution 500 mL de solution aqueuse de NH_3 2.10^{-3} M, on obtienne la même concentration en cation argent et en cation complexe à l'équilibre ? (On admettra l'additivité des volumes.)

b) Quelles seront les espèces présentes en solution si on ajoute à ce mélange un large excès de cyanure de potassium solide ? Justifier sur base des constantes de complexation.

Examen de chimie – CHIM-F-101 – 28 mai 2018

NOM, Prénom: ..... _____

Section et numéro de matricule : 4

QUESTION 4 *(20 points)*

Le carbamate d'ammonium peut, dans certaines conditions, se décomposer selon la réaction suivante :

$NH_2CO_2NH_4$ (g) ↔ NH_2CO_2H (g) + NH_3 (g)

A 50°C, l'entropie standard de cette réaction vaut 225 J/mol.K, et sa constante d'équilibre vaut 1,00. On considère que les gaz se comportent comme des gaz parfaits.

a) Déterminez l'enthalpie libre standard de Gibbs et l'enthalpie standard de cette réaction
b) Dans un réacteur à 50°C, à l'équilibre, on mesure des pressions de 0,50 bar pour NH_2CO_2H et 2,00 bar pour l'ammoniac. En maintenant la température constante, on diminue ensuite le volume du réacteur de moitié par compression.
   - Que devient la constante d'équilibre ?
   - Calculez les valeurs de pressions partielles lorsque le système sera revenu à l'équilibre.

Examen de chimie – CHIM-F-101 – 28 mai 2018

NOM, Prénom: .....

Section et numéro de matricule : 5

QUESTION 5 *(20 points)*

On observe que la disparition d'une substance active (médicament) dans l'organisme d'un être humain suit une loi identique à la loi de la désintégration nucléaire.
Les résultats de l'étude indiquent que le "temps de demi-vie" associé à la substance active est de 2275,8 s et que, chez l'être humain, la substance n'a plus d'effet en-dessous d'une concentration limite de 1,00 microgramme par kg de masse corporelle pour une température de 37,5°C.

1) Sachant que les doses sont fournies sous forme de pastilles contenant 750 mg de substance active, quel sera l'intervalle de temps maximum qu'un être humain de 75,0 kg devra respecter entre deux prises pour subir un effet de la substance en continu ?
2) L'effet de la température est étudié et les informations suivantes sont obtenues :

T /°C	$t_{1/2}/s^{-1}$
36,0	2332,9
37,5	2275,8
38,0	2262,8
39,0	2226,2
40,0	2192,4

Déterminez l'énergie d'activation du processus graphiquement. Détaillez vos calculs.

Mai 2018

Q7

a) $H_2SO_{3(aq)} + OH^-_{(aq)} \longrightarrow HSO_3^-{}_{(aq)} + H_2O_{(\ell)}$

b) $H^+_{(aq)} + OH^-_{(aq)} \rightleftharpoons H_2O_{(\ell)}$ $\quad \frac{1}{K_e}$

$H_2SO_{3(aq)} \rightleftharpoons HSO_3^-{}_{(aq)} + H^+_{(aq)}$ $\quad K_{a1}$

$$K = \frac{1}{K_e} \cdot K_{a1} \gg 1$$

c) $1000\,ml \longrightarrow 0,15\,mol$

$18\,ml \longrightarrow 2,7 \cdot 10^{-4}\,mol$

$2,7 \cdot 10^{-4}\,mol \longrightarrow 20\,ml$

$0,0135\,mol \longrightarrow 1000\,ml$

$\Rightarrow 0,0135\,M$

d) $pH = 6,1$

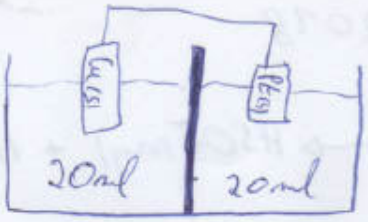
e) $pH = 9,8$

f)

initial
moins concentré

Q2

a)



$CuCl_{2(aq)}$ 0,2M $[H^+] = 10^{-5}$M

$NaNO_{3(aq)}$ 0,1M $[H^+] = 10^{-3}$M $NO_{(g)}$: 1,3 bar

Anode: $3\left(Cu_{(s)} \rightleftharpoons Cu^{2+}_{(aq)} + 2e^-\right)$ $\quad \varepsilon^\circ = 0,342V$

Cathode: $2\left(NO_3^-{}_{(aq)} + 4H^+_{(aq)} + 3e^- \rightleftharpoons NO_{(g)} + 2H_2O_{(l)}\right)$ $\quad \varepsilon^\circ = 0,957V$

$$3Cu_{(s)} + 2NO_3^-{}_{(aq)} + 8H^+_{(aq)} \rightleftharpoons 3Cu^{2+}_{(aq)} + 2NO_{(g)} + 4H_2O_{(l)}$$

$2NO_3^-$: 0,1M $\quad 8H^+$: 10^{-3}M $\quad 3Cu^{2+}$: 0,2M $\quad 2NO$: 1,2 bar

b) $\Delta\varepsilon^\circ = \varepsilon^\circ_{cat} - \varepsilon^\circ_{an} = 0,675V$

$$\Delta\varepsilon = \varepsilon^\circ - \frac{RT}{nF}\ln(Q)$$

$$= 0,675 - \frac{8,314 \cdot 298}{6 \cdot 96485}\ln\left(\frac{(1,2)^2 (0,2)^3}{(10^{-3})^8 (0,1)^2}\right)$$

$$= 0,378V$$

d) $Q = It = n_{e^-}F$ $\quad m_{Cu} = 1g$ $\quad m_{Cu} = 63,546\,g/mol$

$t = 50 \cdot 60 = 3000s$ $\quad n_{Cu(s)} = 0,0157mol$

$I = 100 \cdot 10^{-3}A$

$$n_{e^-} = \frac{I \cdot t}{F} = 3,11 \cdot 10^{-3}mol$$

$$2n_{Cu(s)} = n_{e^-}$$

$$n_{Cu(s)} = 1,555 \cdot 10^{-3}mol$$

$$m_{Cu(s)} = 0,09881g$$

$m_T = 1 - 0,09881 = 0,90119g$ restants de $Cu_{(s)}$

Mai 2018

Q4 a) $K = \exp\left[-\frac{\Delta G^\circ}{RT}\right] = \exp\left[\frac{\Delta S^\circ}{R}\right] \cdot \exp\left[-\frac{\Delta H^\circ}{RT}\right]$

$\Delta S^\circ = 225$ J/mol K $T = 323$ K

$K = 1$

$R = 8,314$

$1 = \exp\left[\frac{225}{R}\right] \cdot \exp\left[-\frac{\Delta H^\circ}{RT}\right]$

$1,765 \cdot 10^{-12} = \exp\left[-\frac{\Delta H^\circ}{RT}\right]$

$\Delta H^\circ = 72675$ J/mol

$\Delta G^\circ = \Delta H^\circ - T\Delta S^\circ$

$\overset{!}{=} 72675 - 323 \cdot 225$

$\overset{!}{=} 0$

b) $PV = nRT$ $P_A^\circ = \chi^A \cdot P_{Tot}$ $\chi^A = \frac{n_A}{n_T}$

$P_T = \sum_i P_i$

(Q5) $t_{1/2} = 2275{,}8$ s $750 \cdot 10^{-3}$ g pour 75 kg

$10 \cdot 10^{-3}$ g pour 1 kg

$[\,]_{lim} = 10^{-6}$ g/kg

$\ln\left(\frac{N}{N_0}\right) = -kt$ $t_{1/2} = \frac{\ln 2}{k}$

$k = \frac{\ln 2}{t_{1/2}} = 3{,}0457 \cdot 10^{-4}$

$t = \frac{\ln\left(\frac{10^{-6}}{10 \cdot 10^{-3}}\right)}{-3{,}0457 \cdot 10^{-4}} = 30\,240{,}47$ s

$\overset{!}{=}$ 8h 24 min entre chaque prise.

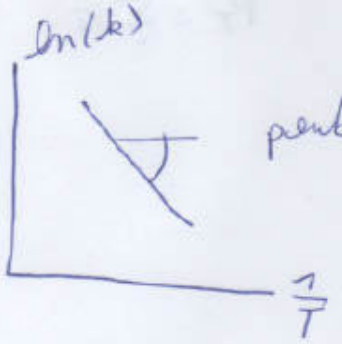
$k = \frac{\ln(2)}{t_{1/2}}$

T en Kelvin

$k = A \cdot \exp\left[-\frac{Ea}{RT}\right]$

$\ln(k) = \ln(A) \cdot \left(-\frac{Ea}{RT}\right)$

↑ ordonnée à l'origine



Faculté des Sciences

Année académique 2017/2018

PREMIERE ANNEE DE BACHELIER EN SCIENCES BIOLOGIQUES, CHIMIQUES, GEOGRAPHIQUES, GEOLOGIQUES, PHYSIQUES, EN SCIENCES DE L'INGENIEUR (ORIENTATION BIOINGENIEUR), PREMIERE ANNEE POLYVALENTE EN SCIENCES

EXAMEN DE CHIMIE du 13 août 2018

NOM, Prénom: ..... _____

Section et numéro de matricule : .....

Précision : si vous avez eu une note de janvier ou de juin <10, vous DEVEZ repasser la partie correspondante. Si vous avez obtenu une note >10 pour une partie, vous POUVEZ la repasser. Afin que ceci soit clair, tant pour vous que pour les correcteurs, vous trouverez ci-dessous les différents cas de figure possibles, et les questions associées auxquelles nous vous demandons de répondre.
Sélectionnez ci-dessous la situation qui vous correspond, entourez cette situation et signez cette page.
Ensuite, répondez aux questions.
Bon examen

A quelles questions répondre :

Situation 1. vous avez eu une note <10 à l'examen écrit de janvier ET à l'examen écrit de juin : vous répondez aux questions 1, 3, 4, 5, 6

Situation 2. vous avez eu une note <10 à l'examen écrit de juin, mais vous avez une cote d'examen de janvier supérieure ou égale à 10 (y compris le point bonus éventuel lié aux travaux personnels et la partie intégrée de l'interrogation d'octobre) : vous répondez aux questions 4, 5, 6, 7

Situation 3 : vous avez eu >10 en janvier, et une note <10 en juin, mais vous souhaitez abandonner votre note de janvier (ATTENTION, celle-ci sera effacée si vous choisissez cette option), vous répondez aux questions 1, 3, 4, 5, 6.

Situation 4 : vous avez eu une note >10 à l'examen écrit de juin, mais votre note de janvier est inférieure à 10 : vous répondez aux questions 1, 2, 3 (a) et 5 partie Q1.

Examen de chimie - août 2018

NOM, Prénom: ..... _____

Section et numéro de matricule : 1

QUESTION 1 *(20 points)*

Quel volume d'éthylène glycol – $C_2H_6O_2$ - (non électrolyte) faut-il ajouter à 15 litres d'eau pour produire une solution « antigel » résistant jusqu'à – 30 °C. Quelle est la température d'ébullition de cette solution ? La masse volumique de l'éthylène glycol est égale à 1,11 g/cm^3 et celle de l'eau à 1,00 g/cm^3. La constante cryoscopique de l'eau vaut 1,86 °C kg/mol et sa constante ébullioscopique vaut 0,51 °C kg/mol.

Examen de chimie - août 2018

NOM, Prénom: ..... _____

Section et numéro de matricule : 2

QUESTION 2 *(20 points)*

Sous une pression de 1 bar, on mélange 20,0 g de glace à – 10°C avec 100,0 g d'eau liquide à 80°C. Quelle est la température du mélange après équilibre thermique sachant que les capacités calorifiques de la glace et de l'eau liquide valent respectivement 2,08 J g^{-1} $°C^{-1}$ et 4,18 J g^{-1} $°C^{-1}$ et que l'enthalpie de fusion de la glace vaut 6,01 kJ/mol ? Vous pouvez supposer que la capacité calorifique du récipient ainsi que les pertes calorifiques sont négligeables.

Examen de chimie - août 2018

NOM, Prénom: ..... _____

Section et numéro de matricule : 3

QUESTION 3 *(20 points)*

Soit la réaction d'hydrogénation du méthanal (HCOH), sous forme gazeuse, en méthanol (CH_3OH), également sous forme gazeuse. La constante d'équilibre de cette réaction vaut 1,33 atm^{-1} à 550°C.
a) dessinez la structure de Lewis du méthanal et du méthanol. Quelle est l'hybridation des atomes de carbone et d'oxygène dans ces deux molécules ?
b) écrivez l'équation stoechiométrique de la réaction d'hydrogénation et calculez la pression partielle des différentes espèces chimiques à l'équilibre (à 550°C), sachant que la pression totale vaut 0,600 atm et que la quantité initiale de méthanol est de 1,00 mol.

NOM, Prénom: ..... _____

Section et numéro de matricule : 4

QUESTION 4 *(20 points)*

Soit la pile
Sn | Sn^{2+} 0,050 mol/L, H^+ 1,00 mol/L, || MnO_4^- 0,020 mol/L, Mn^{2+} 0,050 mol/L, H^+ 1,00 mol/L| Pt
Les volumes aqueux initiaux dans les deux compartiments sont de 25,0 mL.
a) écrivez les équations correspondant aux réactions d'électrode et à la réaction globale.
b) quelle est la valeur de la constante d'équilibre de cette réaction ?
c) quelle est la f.e.m. de la pile décrite ci-dessus ?
d) Que vaut le potentiel de l'électrode de gauche après addition dans ce compartiment de 60,0 mL d'hydroxyde de potassium 0,500 mol/L ?

NOM, Prénom: .....

Section et numéro de matricule : 5

QUESTION 5 *(20 points)*

Soient les réactions suivantes :
a) hydroxyde de cadmium (s) et acide nitreux (aq), à 25°C
b) iodate de sodium (aq) et acide nitreux (aq) à 25°C
c) réaction de formation du nitrate de sodium (solide) dans les conditions standard à 25°C

Q1 Ecrivez les équations équilibrées des réactions ci-dessus (le cas échéant les équations ioniques nettes). Indiquez de quel type de réaction il s'agit (rédox, précipitation, acide-base, ….).
Q2 Calculez les constantes d'équilibre pour ces réactions.

NOM, Prénom: .....

Section et numéro de matricule : 6

QUESTION 6 *(20 points)*

Soit une solution d'acide maléique 0,300 mol/L. On titre 20,0 mL de cette solution par une solution aqueuse de NaOH 0,200 mol/L.

a) écrivez les deux équations des réactions de titrage et démontrez que ces réactions sont complètes.

b) quel est le pH au second point d'équivalence ?

c) quel indicateur serait le plus approprié pour détecter ce point d'équivalence ?

Examen de chimie - août 2018

NOM, Prénom: .....

Section et numéro de matricule : 7

QUESTION 7 *(20 points)*

On mélange une solution aqueuse de nitrate d'argent (solution 1) avec une solution aqueuse de carbonate de sodium (solution 2).

1) Quelle réaction pourrait se produire ?

2) Quelle est la valeur de la constante d'équilibre de cette réaction à 298 K ?

3) Cette réaction se produira-t-elle si on mélange :

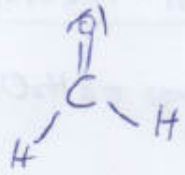
a) 10,0 mL de solution 1 (10^{-3} mol/L) et 20,0 mL de solution 2 (10^{-4} mol/L)

b) 20,0 mL de solution 1 (10^{-3} mol/L) et 10,0 mL de solution 2 (10^{-4} mol/L)

Calculer les concentrations à l'équilibre de tous les ions présents après mélange.

Août 2018

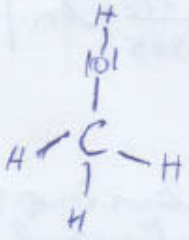
Q3 méthanal : $6 + 2 \cdot 1 + 8 = 16\ \bar{e}$



C : sp^2
O : sp^2

CF
C : $4 - 8 \cdot \frac{1}{2} = 0$
O : $6 - 4 - 4 \cdot \frac{1}{2} = 0$

méthanol



C : sp^3
O : sp^3

$$HCOH_{(g)} + H_{2(g)} \rightleftharpoons CH_3OH_{(g)}$$

n_0	0	0	1
n_f	x	x	$1-x$

$P_T = 0{,}6 = 1 - x + x + x$

$|x| = 0{,}4$

$K_p = 1{,}33 = \dfrac{P^\circ_{CH_3OH}}{P^\circ_{H_2} \cdot P^\circ_{HCOH}}$ ← on remplace $P^\circ_A = P_T \cdot \chi_A$

P_T → $0{,}6$; χ_A → $\frac{n_A}{n_T}$

$n_T = 0{,}6 + 0{,}4 + 0{,}4$

Q1 $\Delta T = \tilde{m} \cdot K_{éb} \cdot \nu$

$\Delta T = \tilde{m} \cdot K_{cryo} \cdot \nu$

$\Pi = CRT\nu$

Q4

Anode : $5\left(Sn^{2+}_{(aq)} + 2e^- \rightleftharpoons Sn_{(s)}\right)$ $\quad \varepsilon^\circ = -0{,}138\,V$

Cathode : $2\left(MnO_4^-{}_{(aq)} + 8H^+_{(aq)} + 5e^- \rightleftharpoons Mn^{2+}_{(aq)} + 4H_2O_{(l)}\right)$ $\quad \varepsilon^\circ = 1{,}507\,V$

$$2MnO_4^-{}_{(aq)} + 16H^+_{(aq)} + 5Sn_{(s)} \rightleftharpoons 2Mn^{2+}_{(aq)} + 8H_2O_{(l)} + 5Sn^{2+}_{(aq)}$$

$0{,}02\,M$ $\quad 1\,M$ $\quad 0{,}05\,M$ $\quad 0{,}05\,M$

$\Delta\varepsilon^\circ = \varepsilon^\circ_c - \varepsilon^\circ_a = 1{,}645\,V$

$$\Delta\varepsilon = \Delta\varepsilon^\circ - \frac{RT}{nF}\cdot \ln(Q) = 1{,}645 - \frac{8{,}314 \cdot 298}{10 \cdot 96485}\cdot \ln\left(\frac{0{,}05^2 \cdot 0{,}05^5}{0{,}02^2 \cdot 1^{16}}\right)$$

$$= 1{,}678\,V$$

$K = \exp\left[\frac{nF\Delta\varepsilon}{RT}\right]$ = math error. Valeur trop grande mais c'est normal.

$Sn^{2+}_{(aq)} + 2OH^-_{(aq)} \rightleftharpoons Sn(OH)_{2(s)}$ $\quad K_s$

$2\left(H^+_{(aq)} + OH^-_{(aq)} \rightleftharpoons H_2O_{(l)}\right)$ $\quad \frac{1}{K_e}$

$$Sn^{2+}_{(aq)} + 2H_2O_{(l)} \rightleftharpoons Sn(OH)_{2(s)} + 2H^+_{(aq)}$$

$$K = K_s \cdot K_e^{-2}$$

Il faut trouver $[Sn^{2+}]$ et calculer Nernst

Août 2018

Q6

1) $H_2X_{(aq)} + OH^-_{(aq)} \longrightarrow HX^-_{(aq)} + H_2O_{(l)}$

2) $HX^-_{(aq)} + OH^-_{(aq)} \longrightarrow X^{=}_{(aq)} + H_2O_{(l)}$

$20ml = 6\cdot10^{-3}$ mol : il faut 2 fois plus de $6\cdot10^{-3}$ mol d'acide fort car $0,03l \cdot 2 = 0,06l$

$V_T = 20ml + 2\cdot30ml = 80ml$

$[OH^-] = \sqrt{Kb_2 \cdot Cb} = \sqrt{\frac{10^{-14}}{ka_2} \cdot \frac{6\cdot10^{-3}}{0,08}} = 3,1\cdot10^{-5}M$

$pOH = 4,5 \rightarrow pH = 9,5$

Indicateur coloré : Phénolphtaléine 8,3 → 10,5

Diéma

1) $H_2X_{(aq)} \rightleftharpoons HX^-_{(aq)} + H^+_{(aq)}$ ka_1

$H^+_{(aq)} + OH^-_{(aq)} \rightleftharpoons H_2O_{(l)}$ $\frac{1}{Ke}$

$K_1 = ka_1 \cdot \frac{1}{Ke} \gg 1$

2) $HX^-_{(aq)} \rightleftharpoons X^{=}_{(aq)} + H^+_{(aq)}$ ka_2

$H^+_{(aq)} + OH^-_{(aq)} \rightleftharpoons H_2O_{(l)}$ $\frac{1}{Ke}$

$K_2 = ka_2 \cdot \frac{1}{Ke} \gg 1$

Les 2 réactions sont complètes.

47

1) $2AgNO_{3(aq)} + Na_2CO_{3(aq)} \rightleftharpoons Ag_2CO_3 + 2NaNO_3$

2) $2Ag^+_{(aq)} + CO_3^{2-}{}_{(aq)} \rightleftharpoons Ag_2CO_{3(s)}$ $\quad \frac{1}{K_s} = 1,1834 \cdot 10^{11}$

$2(Na^+_{(aq)} + NO_3^-{}_{(aq)} \rightleftharpoons NaNO_3)$ $\quad K_i^2$

$\Delta H_i^\circ = -20,37 \text{ kJ/mol}$

$\Delta S_i^\circ = -88,88 \text{ J/mol K}$

$K_i = \exp\left[\frac{\Delta S_i^\circ}{R}\right] \cdot \exp\left[\frac{-\Delta H_i^\circ}{RT}\right] = 0,0847$

3) Il faut calculer la cst d'équilibre des réactions.

Si $K > K_s$ alors précipitation.

N° corr

ULB

Faculté des Sciences

Année académique 2018/2019

PREMIERE ANNEE DE BACHELIER EN SCIENCES BIOLOGIQUES, CHIMIQUES, GEOGRAPHIQUES, GEOLOGIQUES, PHYSIQUES, EN SCIENCES DE L'INGENIEUR (ORIENTATION BIOINGENIEUR), MATHEMATIQUES (ORIENTATION BIOLOGIE), PREMIERE ANNEE POLYVALENTE EN SCIENCES

INTERROGATION DE CHIMIE du 7 janvier 2019

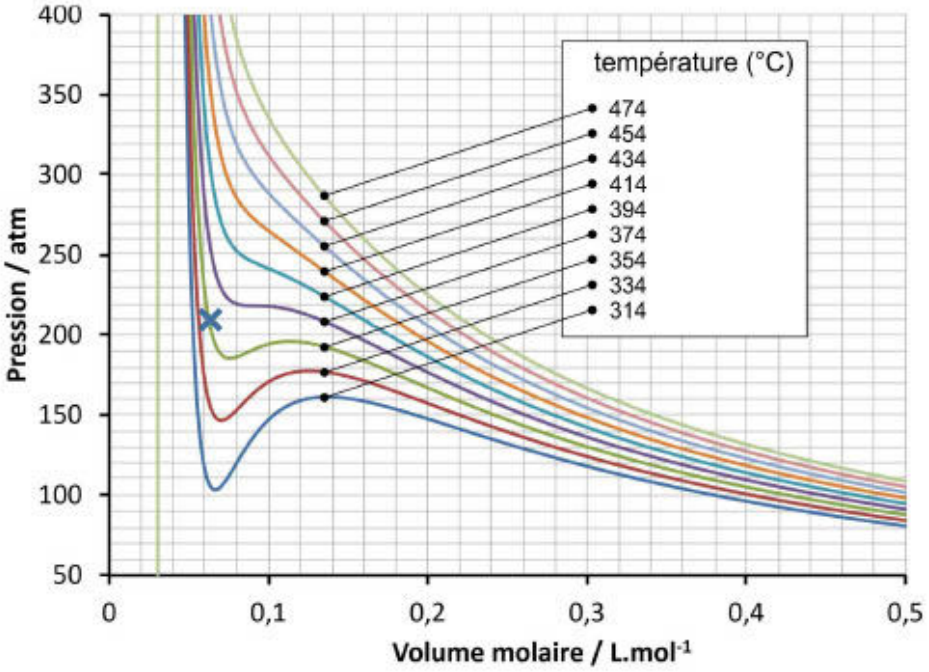
Première partie – Théorie

NOM, Prénom: ..... _____

Section et numéro de matricule : 1

QUESTION 1 *(15 points) (Veuillez répondre au verso de cette page-ci)*

Par application de la formule des gaz réels de van der Waals, le graphique ci-dessous porte la pression en fonction du volume molaire d'une substance, à différentes températures.



a) Donnez les coordonnées du point critique ($V_{mol,crit}$, P_{crit}, T_{crit}) de cette substance.

b) Cette substance est-elle liquéfiable par compression à 340°C ? Justifiez votre réponse en 1 ligne

c) Sous quel état physique se trouve la substance à 210 atm à 354°C. Justifiez votre réponse et indiquez sur le graphique le point qui vous mène à votre conclusion.

a) $V_{mol,crit} = 0{,}090\ L.mol^{-1}$; $P_{crit} = 220$ atm ; $T_{crit} = 374°C$
b) oui, car $T < T_{crit}$
c) liquide

N° corr

Interrogation de chimie – CHIM-F-101 – 07 janvier 2019 – Théorie

NOM, Prénom: .....

Section et numéro de matricule : 2

QUESTION 2 *(20 points)*

a) Compétez le tableau ci-dessous

	N_2H_4	H_2	N_2O
Représentez **une** structure de Lewis possible		H-H	
Types d'interaction entre molécules	D-D D-DI DI-DI Liaison H	DI-DI	D-D D-DI DI-DI
Hybridation des deux atomes de N (à identifier par un n° sur la structure de Lewis représentée)	N(1) : sp^3 N(2) : sp^3	Ne rien indiquer ici	N(1) : sp N(2) : sp
Charges formelles des deux atomes	N(1) : 0 N(2) : 0	H(1) : 0 H(2) : 0	N(1) : 0 N(2) : +1
Types de liaisons sur la structure de Lewis représentée (σ et/ou π)	Entre N et N : σ	Entre H et H : σ	Entre N et O : σ

b) Laquelle des trois espèces a un comportement qui s'éloigne le plus de celui d'un gaz parfait ? Justifiez votre réponse.

N_2H_4, en raison des liaisons hydrogènes. Ces interactions sont plus importantes que celles liées au moment dipolaire de N_2O.

N° corr

Interrogation de chimie – CHIM-F-101 – 07 janvier 2019 – Théorie

NOM, Prénom: ..... _____

Section et numéro de matricule : 3

QUESTION 3 *(15 points)*

La configuration électronique $\sigma_{1s}^2\ \sigma_{1s}^{*2}\ \sigma_{2s}^2\ \sigma_{2s}^{*2}\ \pi_{2px}^2\ \pi_{2py}^2\ \sigma_{2p}^1\ \sigma_{3s}^1$ correspond à un des états excités de la molécule de CO.

a) Écrivez la configuration électronique de CO dans son état fondamental.
b) L'énergie de la liaison dans l'état excité mentionné varie-t-elle significativement par rapport à celle de l'état fondamental ? Justifiez à l'aide des ordres de liaison.
c) Cette molécule est-elle paramagnétique ou diamagnétique dans l'état excité ? Justifiez.

a) $\sigma_{1s}^2\ \sigma_{1s}^{*2}\ \sigma_{2s}^2\ \sigma_{2s}^{*2}\ \pi_{2px}^2\ \pi_{2py}^2\ \sigma_{2p}^2$
b) Non, car dans les 2 cas, l'ordre de liaison est égal à 3 (OL = $\frac{10-4}{2} = 3$)
c) Paramagnétique, car elle présente des électrons non appariés

QUESTION 4 *(10 points)*

Deux sources laser sont dirigées vers une surface métallique.
La première source émet des photons à une longueur d'onde de 200 nm avec une puissance de 1 W.
La seconde source émet des photons à une longueur d'onde de 500 nm avec une puissance de 10W.
Déterminez quelle source est la plus susceptible de déclencher l'effet photoélectrique.
Justifiez en 4 lignes maximum.

La première : E = hυ : $\frac{hc}{\lambda}$ Si λ est inférieure, l'énergie des photons est plus élevée et davantage susceptible de déclencher une photoémission.

La puissance du faisceau n'intervient pas.

N° corr

Interrogation de chimie – CHIM-F-101 – 07 janvier 2019 – Théorie

NOM, Prénom: ..... _____

Section et numéro de matricule : 4

QUESTION 5 *(20 points)*

Cochez la case à côté de la réponse correcte. Il n'y a qu'une réponse correcte par énoncé.
Attention : Réponse au stylo à bille uniquement. Une rature ou une correction entraine l'annulation de la sous-question.

a. La définition de l'électronégativité selon Pauling dépend :
- □ du rayon covalent des atomes impliqués dans la liaison chimique.
- ☒ de l'énergie des liens entre les atomes impliqués dans la liaison.
- □ de l'affinité électronique des espèces.
- □ de la température.
- □ Aucune des réponses précédentes.

b. Soit le xénon, gaz noble de la 5ème période du tableau périodique et le krypton le gaz rare de la 4ème période. Quelle est la structure électronique fondamentale du xénon :
- □ [Kr] $5s^2$
- □ [Kr] $5s^2 4d^{10}$
- ☒ [Kr] $5s^2 4d^{10} 5p^6$
- □ [Kr] $5s^2 5d^{10} 5p^6$
- □ [Kr] $4s^2 5d^{10} 6p^6$
- □ [Kr] $5s^2 5p^6$

c. L'énergie d'un photon est :
- ☒ proportionnelle à sa fréquence
- □ inversement proportionnelle à sa fréquence
- □ proportionnelle à sa masse au repos
- □ proportionnelle au flux de photons d'une source lumineuse
- □ Aucune des propositions précédentes

d. La fonction de distribution radiale de l'orbitale 1s de l'ion $_{92}U^{91+}$ présente un maximum :
- □ plus éloigné du noyau par rapport à celui de l'orbitale 1s de l'H
- ☒ plus proche du noyau par rapport à celui de l'orbitale 1s de l'H
- □ de position inchangée par rapport à celui de l'orbitale 1s de l'H
- □ qui confère à l'ion U^{91+} une énergie d'ionisation plus faible que celle de l'atome d'hydrogène.

e. En supposant que la température de la surface du soleil soit plus élevée que sa température actuelle :
- ☒ son maximum d'émission se rapprocherait du violet
- □ son maximum d'émission se rapprocherait du rouge
- □ son maximum d'émission resterait inchangé car la longueur d'onde des photons émis par le soleil ne dépend pas de la température

N° corr

Interrogation de chimie – CHIM-F-101 – 07 janvier 2019 – Théorie

NOM, Prénom: .....

Section et numéro de matricule : 5

QUESTION 6 *(20 points)*

La formation de l'espèce $Ni(CO)_4(g)$ à température ambiante à partir de nickel solide et de monoxyde de carbone est un processus chimique spontané dans les conditions standard.

a) Ecrivez la réaction chimique de cette transformation.
b) Ecrivez l'expression de la constante d'équilibre de cette réaction chimique.
c) Quel serait l'effet d'une augmentation de la pression du CO(g) sur la valeur de la constante d'équilibre ?
d) Quel est le signe de la variation de l'enthalpie de cette transformation. Justifier votre raisonnement en 5 lignes maximum

a) $Ni\ (s) + 4\ CO\ (g) \rightleftharpoons Ni\ (CO)_4\ (g)$

b) $Kp = \frac{P_{Ni\ (CO)4}}{P_{CO}^4}$

c) Aucun effet

d) $\Delta_r G° < 0$ or $\Delta_r G° = \Delta_r H° - T\Delta_r S°$, à T ambiante la réaction consomme des moles de gaz : $\Delta ng = 1 - 4 = -3 \rightarrow \Delta S$, la variation de l'entropie du système, est négative.

$\rightarrow -T\ \Delta_r S° > 0$. Pour que $\Delta_r G°$ soit < 0, il faut obligatoirement que $\Delta_r H°$ le soit aussi.

$\rightarrow \boxed{\Delta_r H° < 0}$

N° corr

ULB

Faculté des Sciences

Année académique 2018/2019

PREMIERE ANNEE DE BACHELIER EN SCIENCES BIOLOGIQUES, CHIMIQUES, GEOGRAPHIQUES, GEOLOGIQUES, PHYSIQUES, EN SCIENCES DE L'INGENIEUR (ORIENTATION BIOINGENIEUR), MATHEMATIQUES (ORIENTATION BIOLOGIE), PREMIERE ANNEE POLYVALENTE EN SCIENCES

INTERROGATION DE CHIMIE du 7 janvier 2019

Seconde partie - Exercices

NOM, Prénom: ..... _____

Section et numéro de matricule : 1

QUESTION 1 *(20 points). La réussite de cette question validera, le cas échéant, les travaux personnels des étudiants en sciences physiques.*

Lors de la combustion complète d'un hydrocarbure gazeux C_xH_y, on récupère 165,74 g d'eau et 404,89 g de dioxyde de carbone.

1) Déterminez la masse d'hydrocarbure brûlée lors de cette combustion.
2) Dans les conditions normales de température et de pression, l'hydrocarbure de départ occupe un volume de 51,55 L. Déterminez sa formule moléculaire.
3) Écrivez la réaction de la combustion complète de l'hydrocarbure.
4) Calculez le volume d'air utilisé à 25°C et à 1,00 atm lors de la combustion sachant que l'air est un mélange constitué de 21% en volume de dioxygène et de 79 % de diazote.

1) $m_{(CH2)n}$ = 9,2 mol. 12,011 g mol^{-1} + 18,4 mol. 1,0079 g mol^{-1} = 129,05 g

2) C_4H_8

3) C_4H_8 (g) + 6 O_2 (g) → 4 CO_2 (g) + 4 H_2O (l)

4) $V = \frac{n\,R\,T}{p} = \frac{52{,}57\ \text{mol} \cdot 0{,}08206\ \text{L atm mol}^{-1}\text{K}^{-1} \cdot 298{,}15\ \text{K}}{1\ \text{atm}} = 1286\ \text{L}$

N° corr

Interrogation de chimie – CHIM-F-101 – 07 janvier 2019 – Exercices

NOM, Prénom: .....

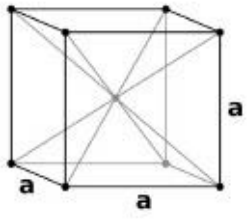
Section et numéro de matricule : 2

QUESTION 2 *(20 points)*

La maille élémentaire d'un cristal métallique de molybdène est un cube centré dont l'arête mesure 0,31474 nm.
D'après ces données :

1) Calculez le volume molaire (en $cm^3.mol^{-1}$) de ce métal.
2) A quel angle doit-on s'attendre à un pic de diffraction du premier ordre sur la face (002) de ce métal si une source de rayons X de 0,1541 nm de longueur d'onde est utilisée ?
3) Que vaut le rayon métallique d'un atome de molybdène ?

1)



→ $V_m = 9{,}385\ cm^3\ mol^{-1}$.

2) Selon le schéma, il apparaît que $d_{(002)} = \frac{a}{2} = 0{,}15737$ nm

→ $\theta = 0{,}5116$ rad

3) → $r_{mét} = \frac{\sqrt{3}.a}{4} = 0{,}13629$ nm

N° corr

Interrogation de chimie – CHIM-F-101 – 07 janvier 2019 – Exercices

NOM, Prénom: ..... _____

Section et numéro de matricule : 3

QUESTION 3 *(20 points)*

Pour l'ammoniac, les équations des courbes de sublimation et de vaporisation vérifient les relations suivantes :

$$\text{Sublimation : } ln\left(\frac{P_S}{P^0}\right) = 16{,}4018 - \frac{3752{,}706\ K}{T}$$

$$\text{Vaporisation : } ln\left(\frac{P_V}{P^0}\right) = 11{,}1696 - \frac{2730{,}033\ K}{T}$$

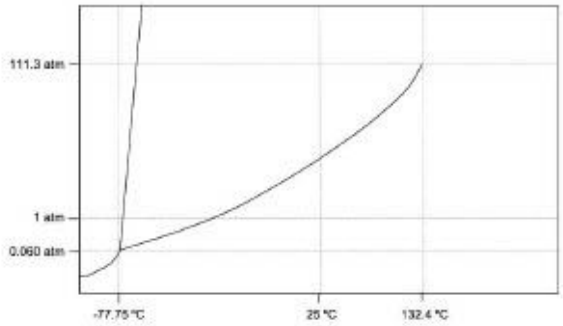
où P_S est la pression d'équilibre solide-gaz, P_V est la pression de vapeur saturante, $P^0 = 1\ bar$ et T est la température (en K).

a. Déterminez les coordonnées du point triple.
b. Schématisez le diagramme de phases de l'ammoniac sachant que les coordonnées du point critique de NH_3 sont (132,25°C ; 113,33 bar) et que la densité de l'ammoniac liquide est plus faible que celle de l'ammoniac solide. Faites apparaître sur votre schéma les coordonnées des points essentiels. Le schéma ne doit pas respecter les échelles.
c. Déterminez l'enthalpie de fusion de l'ammoniac et l'enthalpie de formation du $NH_3(s)$ dans les conditions définies par le point triple sachant que l'enthalpie de formation du $NH_3(g)$ dans ces conditions est égale à -46,11 kJ.mol^{-1}.

a) Les deux courbes se rencontrent au point triple :

$$16{,}4018 - \frac{3752{,}706}{T} = 11{,}1696 - \frac{2730{,}033}{T}$$

→ T = 195,458 K et P = 0,0609442 bar



b) (Rem. les unités de la pression sont des atm et non des bars mais le schéma reste évidemment valable)

c) Au point triple, $\Delta H_{fus} + \Delta H_{vap} = \Delta H_{subl}$

→ $\Delta_f H°_{NH3(s)} = \Delta_f H°_{NH3(g)} - \Delta_f H°_{subl\ NH3}$ → $\Delta_f H°_{NH3(s)} = -77310$ J mol^{-1}

N° corr

Interrogation de chimie – CHIM-F-101 – 07 janvier 2019 – Exercices

NOM, Prénom: ..... _____

Section et numéro de matricule : 4

QUESTION 4 *(20 points)*

La molécule responsable de l'arôme d'orange, de citron et d'autres agrumes est un hydrocarbure : le limonène ($C_{10}H_{16}$). En étudiant l'absorption du limonène, on trouve un maximum d'absorption à une longueur d'onde de 358 nm dans une cellule 40 cm. A cette longueur d'onde, on mesure ensuite l'absorbance de plusieurs solutions de limonène aux concentrations connues pour construire une droite d'étalonnage (absorbance en fonction de la concentration). Cette droite passe par le point suivant :

$$C = 1{,}50.10^{-2}\,\text{mol.L}^{-1};\ A = 0{,}178$$

a) Dans quelle région du spectre absorbe le limonène ?
b) À la même longueur d'onde, une solution inconnue de limonène a une absorbance de 0,230. Déterminez la concentration de cette solution.
c) Quelle énergie faudrait-il fournir pour exciter une mole de limonène par un rayonnement absorbé à 555 cm^{-1} ? Dans quel domaine du spectre électromagnétique ce rayonnement se trouve-t-il ?

a) UV (proche)
b) Si A = 0,230, alors $C = \frac{0{,}230}{11{,}867} = 1{,}94.10^{-2}$ mol L^{-1}

c) $\frac{1}{555\ cm^{-1}} = \lambda = 1{,}802.10^{-3}$ cm, ou $1{,}802.10^{-5}$ m, ou 18,02 nm → IR

E = 6645 $J.mol^{-1}$

N° corr

Interrogation de chimie – CHIM-F-101 – 07 janvier 2019 – Exercices

NOM, Prénom: .....

Section et numéro de matricule : 5

QUESTION 5 *(20 points)*

Les chaufferettes portables utilisées pour réchauffer des gants ou des vestes sont remplies d'une solution saturée en acétate de sodium et d'une petite pièce métallique que l'on manipule afin d'initier la réaction de solidification de l'acétate de sodium. La réaction impliquée est la suivante :

$$CH_3COO^-(aq) + Na^+(aq) + 3H_2O(l) \rightarrow CH_3COONa.3H_2O\ (s)$$

1) A l'aide de vos tables thermodynamiques, déterminez l'enthalpie de la réaction de solidification de l'acétate de sodium ($\Delta_f H°(CH_3COONa.3H_2O\ (s))$ = -1603.18 kJ/mol) à 298 K dans les conditions standard.

2) En considérant qu'une chaufferette de 20,0 g ne contient plus que du solide, déterminez l'énergie dégagée par une chaufferette.

3) Calculez l'élévation de température que subirait une masse de 10 g d'hélium (considéré comme gaz parfait) dans un volume maintenu constant et sans perte de chaleur s'il était chauffé par une chaufferette. Négligez l'énergie perdue à chauffer l'enveloppe de l'objet et la petite pièce métallique.

1) $\Delta_r H^0_{298\,K}$ = -19,56 K J mol^{-1}

2) Q = n. $\Delta_r H^0_{298\,K}$ = 2875 Joules

3) $\Delta T = \frac{2875\ J}{2{,}5\ mol \cdot 12{,}47\ J.mol^{-1}\ K^{-1}} = 92\ K$

N° corr

ULB

Faculté des Sciences

Année académique 2018/2019

PREMIERE ANNEE DE BACHELIER EN SCIENCES BIOLOGIQUES, CHIMIQUES, GEOGRAPHIQUES, GEOLOGIQUES, PHYSIQUES, EN SCIENCES DE L'INGENIEUR (ORIENTATION BIOINGENIEUR), PREMIERE ANNEE POLYVALENTE EN SCIENCES

EXAMEN DE CHIMIE du 27 mai 2019

NOM, Prénom: .....

Section et numéro de matricule : ..... 1 /20

QUESTION 1 *(20 points)*

On effectue l'électrolyse de l'eau à 298 K avec un courant de 25,0 A pendant 30,0 minutes, dans les conditions standard en milieu basique.

a) Écrivez les deux demi-équations et l'équation globale de cette électrolyse.

b) Quelle est le volume maximal de dihydrogène susceptible d'être récupéré lors de cette opération ?

c) À l'aide des tables, calculez l'énergie minimale requise pour réaliser cette opération.

d) Une batterie de téléphone portable de 4000 mAh (milliampère.heure) suffirait-elle pour produire un tel volume de dihydrogène par électrolyse ? Justifiez

a)

$2x\ [2H_2O(l) + 2e^- \rightleftharpoons H_2(g) + 2OH^-(aq)]$

$4OH^-(aq) \rightleftharpoons O_2(g) + 2H_2O(l) + 4e^-$

$2H_2O(l) \rightleftharpoons O_2(g) + 2H_2(g)$

b)

$V = \frac{nRT}{P} = \frac{0{,}4664\ \text{mol} \cdot 0{,}08206\ \text{L atm}\ mol^{-1}K^{-1} \cdot 298K}{0{,}9869\ \text{atm}}$

= 5,778 Litres → arrondi à 5,78 L

c)

Pour la réaction :

$H_2(g) + ½\ O_2(g) \rightarrow H_2O\ (l)$

$\rightarrow \Delta_r G^0_{298K}$ = +237,18kJ.mol^{-1}.0,2332 mol

= 55,31 kJ, arrondi à 55,3 kJ

Autre approche possible :

$\Delta E°$ = -1,229V (une valeur négative est effectivement attendue pour un processus non spontané)

$\Delta G°$ = -45000C.(-1,229V) = 55305J, arrondi à 55,3KJ

d)

4Ah = 4C.s^{-1}.3600s =14400C

La charge de cette batterie est donc insuffisante car il faudrait 45000C.

N° corr

Examen de chimie – CHIM-F-101 – 27 mai 2019

NOM, Prénom: ..... _____

Section et numéro de matricule : ..... **2** **/20**

QUESTION 2 *(20 points)*

Une pile est construite à partir de deux cellules électrochimiques à 25°C en milieu acide :

Cu (s)	Cu^{2+} (aq) $[Cu^{2+}] = 0{,}0150$ mol.L^{-1} V = 100 mL		X^{+} (aq) $[X^{+}] = 0{,}0200$ mol.L^{-1} V=100 mL	X(s)

a) Si la force électromotrice de cette pile vaut 0,412 V, quel est l'élément X ?

b) La masse volumique de la solution du compartiment anodique augmentera-t-elle ou diminuera-t-elle au cours de la décharge de la pile ? Justifiez en trois lignes maximum.

c) Quelle serait la force électromotrice de cette pile suite à l'ajout de 5,00 grammes de chlorure de sodium dans le compartiment de droite ? On suppose que la dissolution du sel n'entraine pas de variation significative du volume de la solution.

a)

$E° = 0{,}700V + 0{,}100V = 0{,}800V \rightarrow$ tables $\rightarrow X = Ag$

b)

La masse volumique du compartiment anodique augmentera sans doute du fait de l'élévation de la concentration en ions Cu(II) en solution, p. ex sous forme de $Cu(NO_3)_2$ si le pont salin est fait de KNO_3.

c)

Ajout de 5,00g de NaCl :
- provoque une précipitation dans le compartiment contenant des ions Ag^+ sans forme d'AgCl (s)

$E_{Ag^+/Ag} = 0{,}800 - \frac{8{,}314.298}{1.96485}\, ln\, \frac{1}{2{,}11.10^{-10}}$
$= 0{,}228V$
$E_{Cu^{2+}/Cu} = 0{,}288$ V
Il y a inversion de polarité : fem = 0,288 V - 0,228 V = 0,060V (la valeur négative est acceptée aussi car on ne demande pas de notifier cette inversion de polarité)

N° corr

Examen de chimie – CHIM-F-101 – 27 mai 2019

NOM, Prénom: ..... _____

Section et numéro de matricule : ..... 3 /20

QUESTION 3 *(20 points)*

Lors d'une préparation réalisée à 25°C, on dissout 4,65 g de butylamine-1 ($CH_3(CH_2)_2CH_2NH_2$) et 10,12 g de chlorure de butyl-1-ammonium ($CH_3(CH_2)_2CH_2NH_3Cl$) dans de l'eau. Le volume est amené à 500,0 mL avec de l'eau distillée.

a) Quel est le pH de cette solution de départ ?

Quel est le pH de la solution si on ajoute à la solution de départ :

b) 5,0 mL d'une solution aqueuse de chlorure d'hydrogène 6,0 mol/L.

c) 8,42 g d'hydroxyde de potassium solide. On négligera l'effet de cet ajout sur la variation du volume final.

d) 300 mL d'eau distillée.

a)

$C_4H_{11}N$: 4,65g (base) et $C_4H_{12}NCl$: 10,12g (acide conjugué)

Af et Bf conjugués → mélange tampon

pH = 10,61

b) $pH = 10,772 + \log \frac{\frac{3,358.10^{-2}}{V}}{\frac{12,234.10^{-2}}{V}} = 10,21$

c) pH = 13,06

d) Dilution simple, sans effet sur le pH du mélange tampon → pH = 10,61

N° corr

Examen de chimie – CHIM-F-101 – 27 mai 2019

NOM, Prénom: ..... _____

Section et numéro de matricule : ..... **4** **/20**

QUESTION 4 *(20 points)*

L'eau de Javel doit ses propriétés décolorantes et désinfectantes à l'ion hypochlorite qu'elle contient. En milieu basique et à température suffisante, on observe la dismutation de cet ion selon la réaction :

$$3ClO^-(aq) \rightarrow ClO_3^-(aq) + 2Cl^-(aq)$$

Lors de l'étude cinétique de cette réaction à 25 °C, il a été possible d'obtenir les données suivantes :

Temps (s)	0	1000	3000	10 000	20 000	40 000	100 000
$[ClO^-]$ (10^{-3} mol/L)	12,7	12,2	11,3	8,9	6,9	4,7	2,4

Une analyse rapide de ces données montre que la vitesse de la réaction varie en fonction du temps et que le temps de demi-réaction dépend de la concentration du réactif.

a) Quel est l'ordre cette réaction (0, 1 ou 2) par rapport aux ions hypochlorite ? Justifiez en trois lignes maximum.

b) Confirmez cet ordre réactionnel par un graphique et déduisez-en la constante cinétique de la réaction.

c) Après combien de temps 70% des ions hypochlorite auront-ils réagi ?

a)

C'est un ordre 2

b)

voir graphique qui confirme l'ordre 2 le coefficient angulaire vaut 3k
Dans le graphique : $3k = \frac{400-125}{96000-1400} = 3{,}36.10^{-3}$
→ $k = 1{,}12.10^{-3} L.mol^{-1}s^{-1}$

c)
Il reste $3{,}81.10^{-3}$ $mol^{-1}.L^{-1}$ d'ions ClO^-
→ Le graphique $\frac{1}{[clo^-]} = \frac{1}{[clo^-]i} + akt$ montre que pour $\frac{1}{[clo^-]} = 262$ L mol^{-1}, **t ≈ 55000s**

N° corr

Détermination des paramètres cinétiques de la réaction de dismutation de l'ion hypochlorite à 298 K

temps / s

/

N° corr

Examen de chimie – CHIM-F-101 – 27 mai 2019

NOM, Prénom: ..... _____

Section et numéro de matricule : ..... **5** **/20**

QUESTION 5 *(20 points)*

Le problème de la pollution atmosphérique par les oxydes d'azote (les NO_x) résulte de la réaction entre le diazote et le dioxygène de l'air à haute température. Ces conditions se rencontrent à l'intérieur des moteurs à essence ou Diesel, ainsi que dans des chaudières au gaz ou au mazout.
Le monoxyde d'azote étant nocif pour la santé, une étude de sa formation est entamée. La constante d'équilibre K_c de la réaction $N_2(g) + O_2(g) \rightleftharpoons 2\ NO(g)$ à 1200 °C vaut $1{,}00.10^{-5}$.

a) Calculez les concentrations molaires à l'équilibre de NO, O_2 et N_2 dans un réacteur de 10,0 L contenant initialement 0,312 mol de N_2 et 0,407 mol de O_2.
b) La valeur numérique de la constante K_c est-elle plus élevée, plus basse ou égale à $1{,}00.10^{-5}$ à la température de 1000 °C ? Justifiez.

a)

Solution « approximative » (on néglige le terme en x et $10^{-5}\ x^2$)
$\rightarrow 4x^2 = 1{,}26984.10^{-8} \rightarrow x = +/- 5{,}634.10^{-5}$ mol.L^{-1}

Solution exacte :
$x_1 = 5{,}6254.10^{-5} \rightarrow$ $[N_2] \approx 0{,}0311$ mol.L^{-1}
$[O_2] \approx 0{,}0406$ mol.L^{-1}
$[NO] \approx 1{,}125.10^{-4}$ mol.L^{-1}

b)

Plus basse.
L'énoncé suggère fortement que la réaction est endothermique, mais la formation de NO à haute température dans un moteur thermique pourrait résulter d'un effet cinétique.
Pour répondre exactement à cette question, il suffit d'aller voir dans les tables le signe de $\Delta_f H_{298K}$ pour NO(g), qui est bien positif.
Le principe de Le Chatelier indique que K ↘ si T ↘ pour une réaction endothermique.

N° 190

Faculté des Sciences

Année académique 2018/2019

PREMIERE ANNEE DE BACHELIER EN SCIENCES BIOLOGIQUES, CHIMIQUES, GEOGRAPHIQUES, GEOLOGIQUES, PHYSIQUES, EN SCIENCES DE L'INGENIEUR (ORIENTATION BIOINGENIEUR), PREMIERE ANNEE POLYVALENTE EN SCIENCES

EXAMEN DE CHIMIE du 12 août 2019

NOM, PRÉNOM (en majuscules) :..... _____

Section et numéro de matricule : .....

N'ouvrez ce fascicule qu'au signal de votre assistant

Précision :
Si vous avez eu une note à l'examen de janvier inférieure à 10/20, vous DEVEZ le repasser.
Si vous avez obtenu une note supérieure ou égale à 10/20 pour une partie, vous POUVEZ le repasser.

Afin que ceci soit clair, tant pour vous que pour les correcteurs, vous trouverez ci-dessous les deux cas de figure possibles.
Sélectionnez ci-dessous la situation qui vous correspond, entourez cette situation et signez cette page.
Ensuite, répondez aux questions.
Bon examen

A quelles questions répondre :

Situation 1. Vous avez eu une note inférieure à 10/20 à l'examen écrit de janvier 2019 OU vous avez une note supérieure à 10 mais vous souhaitez améliorer votre résultat de janvier (ATTENTION, votre note de janvier sera effacée si vous choisissez cette option).

- Vous répondez aux questions 1,2,3,4 (situation 1) et 5

Situation 2. Vous avez une note supérieure ou égale à 10/20 à l'examen écrit de janvier 2019 et vous souhaitez conserver cette note.

- Vous répondez aux questions 4 (situation 2), 5, 6, 7, 8

Entourez votre choix ci-dessous :

Situation 1 / Situation 2

Signature

N° 190

Examen de chimie - août 2019

NOM, Prénom: .....

Section et numéro de matricule : ..... **1** /20

QUESTION 1 *(20 points)* (Q1)

La distribution de Maxwell-Boltzmann d'un gaz monoatomique donné indique que la vitesse la plus probable des atomes de ce gaz est de 759,5 $m.s^{-1}$ à 700 K.

a) Calculez la valeur de la vitesse quadratique moyenne.
b) Donnez la valeur et les unités de la capacité calorifique de ce gaz à pression constante.
c) Une compression isotherme de ce gaz entrainera-t-elle une modification de la distribution de vitesses de Maxwell-Boltzmann ? Justifiez votre réponse.
d) A pression constante, la moitié de l'énergie d'une mole de ce gaz est transférée pour chauffer 100 grammes d'eau initialement à 20°C. Quelle sera la température de l'eau après ce transfert de chaleur *(Vous pouvez supposer que la capacité calorifique du récipient ainsi que les pertes calorifiques sont négligeables)*.
e) Donnez la nature de ce gaz.

Examen de chimie - août 2019

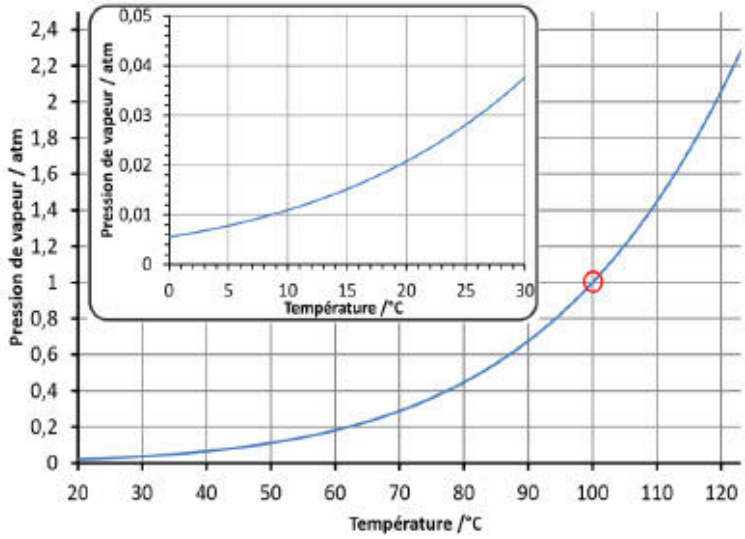
NOM, Prénom: .....

Section et numéro de matricule : .....

2 /20

QUESTION 2 *(20 points)* (Q1)

La courbe de la tension de vapeur de l'eau entre 0 et 120 °C est présentée ci-dessous. Un volume fermé indéformable de 1,00 litre contient 1,00 gramme d'eau à 20°C. On considère que les équilibres liquide-gaz sont atteints et qu'il n'y a pas d'autres espèces chimiques dans le volume.



a) Quel est le pourcentage de l'eau à l'état liquide à 20°C dans le volume ?

b) Quelle est la pression exercée par les molécules de gaz à 60 °C ?

c) Quelle est la pression exercée par les molécules de gaz à 120 °C ?

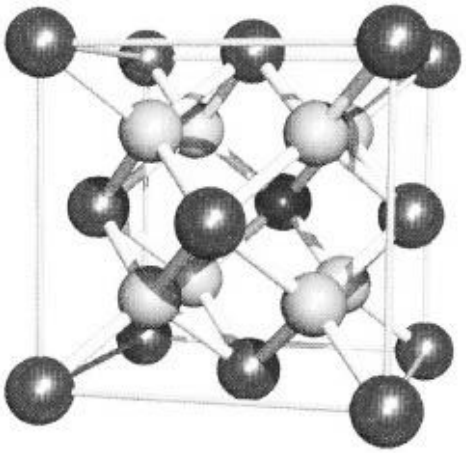
d) A 120°C, quelle serait la pression exercée par les molécules d'eau sur la paroi s'il y avait 5,00 grammes d'eau dans l'enceinte ?

Examen de chimie - août 2019

NOM, Prénom: .....

Section et numéro de matricule : ..... 3 /20

QUESTION 3 *(20 points)* (Q1)



La fluorine est un solide ionique dont la formule est CaF_2. La structure cristalline de la fluorine est une maille cubique dont une représentation est reproduite ci-contre.

a) Donnez la nature des ions représentés en gris clair sur la figure. Justifiez votre réponse.

b) Sachant que la masse volumique de la fluorine est de 3,18 $g.cm^{-3}$, calculez la longueur de l'arête de la maille.

c) Déduisez-en la distance la plus courte entre les ions Ca^{2+} et F^- (en d'autres termes, la distance représentée par les bâtonnets courts sur la figure).

Examen de chimie - août 2019

NOM, Prénom: .....

Section et numéro de matricule : ..... 4 /20

QUESTION 4 *(20 points)*

Veillez à ne répondre qu'à la question qui correspond à votre situation :

Situation 1 (Q1 + Q2)

Si on dissout 5,10 grammes d'un acide faible inconnu (HA) dont la masse molaire est de 85,0 g/mol dans 500 g d'eau, on obtient une solution dont le point de congélation est de -0,257 °C et dont la masse volumique est assimilable à celle du solvant pur.
La constante cryoscopique de l'eau est de 1,86 $K.kg.mol^{-1}$

a) Calculez la constante d'acidité K_a de cet acide faible.

Situation 2 (Q2)

On utilise de l'hydroxyde de potassium pour faire précipiter chaque cation des solutions suivantes. Déterminez la concentration minimale de KOH requise pour amorcer la précipitation dans les deux cas suivants et calculez les pH correspondants :

a) $CaCl_2$ 0,015 $mol.L^{-1}$
b) $Fe(NO_3)_2$ 0,0025 $mol.L^{-1}$
c) En supposant une solution suffisamment acide pour maintenir en solution les deux solutés « a » et « b » ci-dessus, quel précipité sera formé en premier lieu lors de l'ajout progressif d'hydroxyde de potassium ? Justifiez brièvement.

Examen de chimie - août 2019

NOM, Prénom: .....

Section et numéro de matricule : ..... 5 /20

QUESTION 5 *(20 points)* (Q1 et Q2)

Les biphényles polychlorés (PCB) sont une classe de produits chimiques industriels qui ont été très utilisés mais on a constaté qu'ils constituaient un risque pour la santé et l'environnement. Les PCB ne contiennent que du carbone, de l'hydrogène et du chlore. Un PCB donné a une masse molaire de 360,88 $g.mol^{-1}$. La combustion de 1,52 g de ce composé donne 2,224 g de CO_2 et la combustion de 2,53 g donne 0,2530 g de H_2O. Combien y a-t-il d'atomes de carbone, d'hydrogène et de chlore dans une molécule de ce PCB-ci ?
Détaillez vos calculs.

Examen de chimie - août 2019

NOM, Prénom: .....

Section et numéro de matricule : ..... **6** /20

QUESTION 6 *(20 points)* (Q2)

On considère la pile suivante à 25°C :

Pt (s)	MnO_4^- (aq) 0,5 mol/l MnO_4^{2-} (aq) 0,8 mol/l V = 20,00 mL	$AuCl_4^-$ (aq) 0,5 mol/l Cl^- (aq) 0,1 mol/L V = 20,00 mL	Au (s)

a) Écrivez les équations chimiques à l'anode et à la cathode ainsi que l'équation de la réaction spontanée dans les conditions standard.
b) Calculez la f.é.m. de la pile dans les conditions standard et dans les conditions décrites ci-dessus.
c) Quelle sera la f.é.m. de la pile si l'on ajoute 20,00 mL d'eau pure dans le compartiment anodique ?
d) Calculez la constante d'équilibre de cette réaction ? S'agit-il d'une réaction complète ou incomplète ?
e) Calculez la concentration du réactif en excès lorsque la pile sera déchargée ?
f) La masse de l'électrode de platine sera-t-elle supérieure, inférieure ou inchangée quand la pile sera déchargée ? Justifiez votre réponse.

Examen de chimie - août 2019

NOM, Prénom: .....

Section et numéro de matricule : .....

7 /20

QUESTION 7 *(20 points)* (Q2)

Soit la réaction de décomposition du carbonate de magnésium :

$$MgCO_3(s) \rightleftharpoons MgO(s) + CO_2(g)$$

a) Déterminez la constante d'équilibre de cette réaction à 490 K. Considérez que les variations d'enthalpie et d'entropie sont indépendantes de la température.

A l'équilibre, un volume de 10,0 L à 490 K renferme 1,00 gramme de MgO(s) et du CO_2 à une pression de 0,0258 bar.

b) Le volume est ensuite comprimé de manière isotherme jusqu'à ce qu'il occupe 0,100 litre. Quelle masse de $MgCO_3$ se forme-t-il ?

Examen de chimie - août 2019

NOM, Prénom: .....

Section et numéro de matricule : .....

8 /20

QUESTION 8 *(20 points)* (Q2)

a) A 700 K, l'acétaldéhyde se décompose en méthane et en monoxyde de carbone selon la réaction suivante :

$$CH_3CHO(g) \rightarrow CH_4(g) + CO(g)$$

Un échantillon de CH_3CHO est chauffé à 700 K et à une pression de 0,22 atm avant que la réaction s'amorce. On surveille ensuite la cinétique de la réaction en mesurant la pression totale et on obtient les résultats suivants :

P_{tot} / atm	t / s
0,22	0
0,24	1000
0,27	3000
0,31	7000

Après un traitement de données rapide, l'observateur réalise immédiatement que la vitesse de la réaction évolue au cours du temps. Son logiciel lui indique aussi que le graphique portant le logarithme népérien de la pression du réactif en fonction du temps ne donne pas une droite.

a) Déterminez graphiquement la constante de vitesse et précisez ses unités en supposant que vous exprimez ici la vitesse de la réaction en $atm.s^{-1}$.
b) Donnez la loi de vitesse de cette réaction chimique.
c) Quelle serait la pression totale en fin de réaction (à l'équilibre) si celle-ci était complète ?

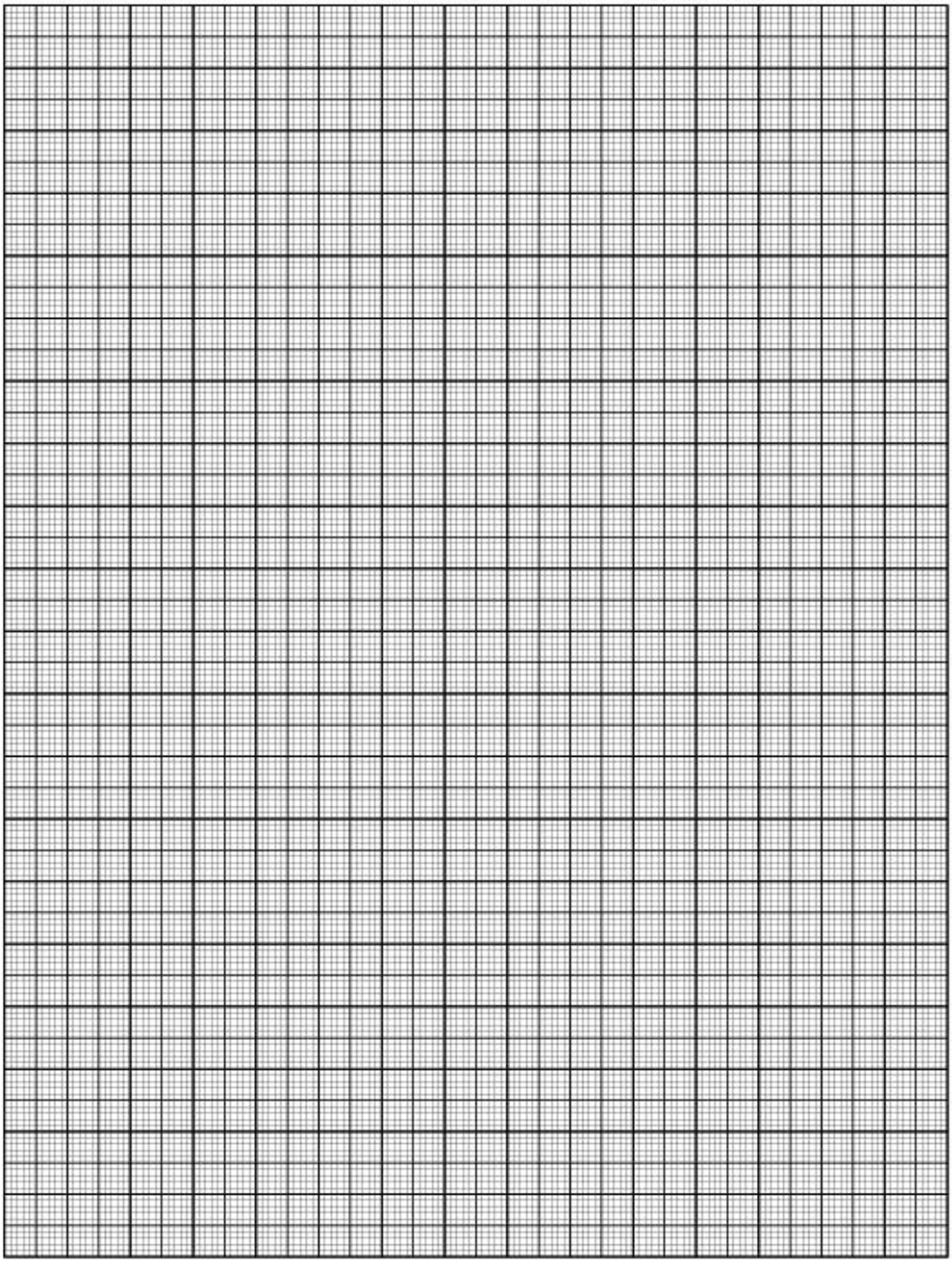
Examen de chimie - août 2019

NOM, Prénom: .....

QUESTION 8 (partie graphique)

Détermination de la constante cinétique de la décomposition de l'acétaldéhyde à 700 K

/



/

Liste de question de l'examen oral de chimie de Mr. Thierry Visart pour les BA1

-Qu'est-ce qu'un indicateur coloré ?
-Parler des Equilibre liquide vapeur.
-Parler des différents types de solides (Q1) .
-Démontrer la formule de Nernst, qu'est-ce que l'énergie libre concrètement, expliquer la pile à combustion, la réaction de Vaporeformage et qu'est-ce que l'acide perchlorique (donner sa formule) es-ce un acide fort ou faible ? et pourquoi?
-Quels sont les critères de spontanéité des réactions et équation d'Haber-Bosch (son enthalpie est négative à 400 °C :P)
-Expliquer la courbe de titrage d'un polyacide
-Parler des équilibres chimiques + comment varie la constante cinétique en fonction de la température
-Expliquer l'influence du pH sur la solubilité précipitation. Puis : pourquoi la dissolution de certaines molécules est-elle exothermique alors que pour d'autres elle est endothermique ? Comment d'ailleurs expliquer qu'une dissolution peut-être exothermique alors que pour casser une liaison, il faut toujours fournir de l'énergie?
-Gibbs-Duhheim, expliquer le potentiel chimique, comment déterminer la spontanéité d'une réaction, dessiner l'électrolyse de l'eau, dire où se trouve la cathode.
-Comment modifier la vitesse d'une réaction ?
Et après expliquer l'électrophorèse (mais version : comment puis-je casser des acides aminés?)
-Lien entre acidité et structure (question tirée) puis il a embrayé sur les réductions (quel alcalin est plus réducteur) puis les complexes (levée de dégénérescence et coloration)
-Faire et expliquer le diagramme de phase du CO2.
Petite question : Une redox en milieu basique (ClO-/Cl-) & comment mesurer la distance des liaisons dans le NaCl (=> Loi de Bragg)
-Expliquer les mécanismes réactionnels, donner les différentes hypothèses et illustrer par un exemple (avec toutes les formules, tout réinjecter, etc., …) Et puis pression osmotique et une application avec la membrane semi-perméable
-Expliquer les différentes liaisons chimiques puis, j'ai parlé du lien H. Il a demandé s'il y avait des molécules en bio ayant des liens H : acide aminé puis, dessiner un acide aminé, parler de l'électrophorèse, courbe de titrage diacide, pH isoélectrique, et constante de vitesse selon Arrhenius
-Comparez solubilité gaz et sel (pression, température, solvatation)
-Interpréter la formule de la loi de distribution des vitesses de Maxwell.
-Qu'est ce qu'un équilibre chimique + procédé d'Haber-Bosch ?
-Qu'est ce que l'énergie de résonance ?(Q1)
-Parler du modèle de collision en phase gazeuse en cinétique chimique
-Qu'est-ce qu'un indicateur coloré(risque de question exercice ou il faut trouver quel indicateur coloré faut-il utiliser par rapport a tel réaction)
-Orbital de tel élément + donner nombre quantique
-Un calcul thermodynamique pour trouver le k de la réaction (calcul à faire sans calculette mais tables disponible)

-Une courbe de pH
-Déterminer le pH à partir duquel un précipité se forme
-Expliquer le pH isoélectrique et application aux acides aminés (parler d'électrophorèse et de zwitterion)
-Expliquer les liaisons H
-Dire ce qui se passe quand on met un bloc de Na dans de l'eau (c'est une redox à équilibrer)
-Rapport entre k cinétique et K équilibre
-Courbe de titrage d'un polyacide (tout déballé de A à Z et j'ai pris H3PO4 comme exemple), et puis expliquer le procédé de Haber-Bosch par une approche thermo et cinétique
-Lien entre énergie chimique, travail utile et énergie électrique, comment trouver le pH d'une sol avec une concentration inconnue de Cu2+, expliquer les complexes
-Redox en milieu basique (CrO2 - / Cr (s))
-Pile combustible, le procédé de Haber-Bosch et tout ce qui est enthalpie libre et lien avec potentiel et la démo, Le Chatelier..
-Théorie du champ cristallin (Q1)
-Parler de l'enthalpie libre de Gibbs, faire des liens avec l'entropie et l'enthalpie puis dire tout ce que ça implique d'un point de vue Energie, en parlant aussi des oxydations d'un point de vue spontanéité. Ensuite on est passés sur le premier chapitre de chimie descriptive en bifurquant par un petit développement du principe d'Hall&Héroult niveau utilité, ...
-Diagramme de phase de l eau + Propriétés colligatives
-Quelle est la couleur d'un complexe dont l'ion métallique central est zn2+ ? (Connaissant sa configuration électronique)
-Courbe de titrage d'un polyacide + calculer le pH de solubilité d'un sel, loi de déplacement de Wien, Stephan Boltzmann, effet de paire inerte.
-Qu'est ce que la Loi de Raoult et quelles sont ses limites ?
-Quelles sont les interactions présentes dans une solution idéale, tracer le graphique de l'Energie en fonction de la distance, redox en milieu basique ?
-Que se passe-t-il quand on met du carbonate de calcium dans l'eau?
Réaction du carbonate avec un acide Fort, eau de Javel (redox) , exemple d'oxydants et réducteurs forts.
-Comment mesurer et calculer le pH, donner les demi réactions dans le pH-mètre, faire le lien entre le potentiel et la concentration en H+, parler du procédé Haber-Bosch et à quoi sert un catalyseur.
-Pourquoi les composés azotés sont utilisés dans les explosifs et les carburants +exemple, comparer acidité phénol acide picrique. Expliquer les indicateurs colorés et expliquer pourquoi il y a une différence de couleur (+exemple de composés à chromophore).
-Qu'est ce qu'une électrode de référence? Expliquer pourquoi ESH n'est pas une bonne électrode pour pH (j'avais fait l'erreur) Qu'est ce qu'un indicateur coloré? Pourquoi sont-ils coloré? Qu'est ce qu'un mélange tampon ? Différence de taille entre vanadium et fer (Expliquer)
-Relation Gibbs-dunheim (démonstration et dire a quoi ça sert), pile galvanique, allotropes (diagramme et explications)
-Les facteurs influençant la vitesse d une réaction, lier la distribution de vitesse par rapport à la température dans la théorie cinétique des gaz, datation au carbone 14
-Expliquer les processus de fission et fusion nucléaire (question préparée) et ensuite, effusion + fonctionnement d'une centrale nucléaire.

N° 488

ULB

Faculté des Sciences

Année académique 2019/2020

PREMIERE ANNEE DE BACHELIER EN SCIENCES BIOLOGIQUES, CHIMIQUES, GEOGRAPHIQUES, GEOLOGIQUES, MATHEMATIQUES, EN SCIENCES DE L'INGENIEUR (ORIENTATION BIOINGENIEUR), PREMIERE ANNEE POLYVALENTE EN SCIENCES

INTERROGATION DE CHIMIE du 28 octobre 2019

NOM, Prénom : .....

Section et numéro de matricule : 1

ATTENTION : Pour toutes les questions, soignez votre écriture ET votre orthographe

QUESTION 1 *(15 points) La réussite de cette question validera, le cas échéant, les travaux personnels.*

Un étudiant effectue le titrage d'une solution aqueuse d'HCl de concentration inconnue à l'aide d'une solution aqueuse de NaOH. La concentration de la solution d'hydroxyde de sodium est de 0,1010 mol/L. L'étudiant place donc 40,00 mL de la solution d'HCl dans un erlenmeyer et y ajoute quelques gouttes de phénolphtaléine. Après avoir ajouté dans cette solution 19,8 mL de solution de NaOH à l'aide d'une burette, l'indicateur coloré passe d'incolore à mauve.

1) Ecrivez les équations chimiques moléculaire et ionique nette de la réaction.
2) Définissez l'équivalence. *(2 lignes maximum)*
3) Déterminer la concentration de la solution d'acide titrée ainsi que le pourcentage en masse de HCl dans la solution acide de départ.
   On considère que la solution de HCl a la même densité que l'eau.
   (Il n'est pas nécessaire d'effectuer un calcul d'erreur.)

(M H = 1,0079 g/mol ; M Cl = 35,4530 g/mol)

N° 488

Interro. Chimie – 29 octobre 2019

NOM, Prénom: .....

Section et numéro de matricule : 2

QUESTION 2 *(20 points)*

L'iridium-192 ($^{192}_{77}Ir$) est notamment utilisé en radiothérapie. Il se désintègre en platine-192 par émission d'une particule β^-.

a) Écrire l'équation de désintégration correspondante.
b) Donner le nombre de protons et de neutrons de l'iridium-192.
c) Calculer la demi-vie de l'iridium-192 et la masse initiale d'un échantillon sachant qu'après 7 jours, il en reste 2,81 g, et, après 365 jours, 0,0973 g.

N° 488

Interro. Chimie – 29 octobre 2019

NOM, Prénom: .....

Section et numéro de matricule : 3

QUESTION 3 *(20 points)*

Complétez le tableau suivant :

	O_3	NO_2	$AlCl_3$	H_3O^+
Structure de Lewis				
Charge formelle	O(1) : O(2) : O(3) :	N : O(1) : O(2) :	Al : Cl(1) : Cl(2) : Cl(3) :	H(1) : H(2) : H(3) : O :
Géométrie (nom)				
Structure de résonance (entourer la bonne réponse)	Oui - Non	Oui - Non	Oui - Non	Oui - Non
Hybridation de l'atome central				

NB : dans la classification périodique, l'aluminium se trouve dans la même colonne que le bore.

N° 488

Interro. Chimie – 29 octobre 2019

NOM, Prénom: .....

Section et numéro de matricule : 4

QUESTION 4 *(13 points)*

Dans le modèle des orbitales moléculaires, comment calcule-t-on l'ordre de liaison (écrivez la formule et explicitez les termes).

Pour répondre aux questions suivantes, entourez la bonne réponse. (Attention ces questions sont « à choix multiple » ; choisir une mauvaise réponse entraîne une perte de points.)

Dans l'équation des gaz parfaits, pV=nRT, V représente :

a) la vitesse des molécules frappant la paroi
b) le volume du récipient dans lequel se trouve le gaz
c) la ventilation de la pièce dans laquelle se trouve le gaz.

Dans le modèle du champ cristallin, en présence d'un champ octaédrique, les orbitales :

a) d_z^2 et $d_x^2-_y^2$ ont plus d'énergie que les orbitales d_{xy}, d_{yz}, d_{xz}
b) d_z^2 et $d_x^2-_y^2$ ont autant d'énergie que les orbitales d_{xy}, d_{yz}, d_{xz}
c) d_z^2 et $d_x^2-_y^2$ ont moins d'énergie que les orbitales d_{xy}, d_{yz}, d_{xz}

Connaissant l'ordre de liaison, pour une liaison entre deux atomes identiques :

a) la longueur de liaison augmente quand l'ordre de liaison augmente
b) la longueur de liaison diminue quand l'ordre de liaison augmente
c) la longueur de liaison ne dépend que du nombre d'électrons non appariés.

N° 488

Interro. Chimie – 29 octobre 2019

NOM, Prénom: .....

Section et numéro de matricule : 5

QUESTION 5 *(20 points)*

Le travail d'extraction d'un électron de la surface du magnésium vaut 3,66 eV.

1) Sachant cela, calculer la longueur d'onde critique à utiliser pour qu'il y ait émission d'un électron.

2) Calculer la longueur d'onde et la fréquence du rayonnement à utiliser pour qu'un électron émis de la surface du magnésium ait une vitesse de $9{,}05 \times 10^5$ m.s^{-1}.

1eV = $1{,}602176487 \times 10^{-19}$ J
Constante de Planck h = $6{,}62606896.10^{-34}$ J.s
Vitesse de la lumière dans le vide c = $2{,}99792458.10^{8}$ m.s^{-1}
Masse de l'électron me = $9{,}1093897.10^{-31}$ kg

N° 488

Interro. Chimie – 29 octobre 2019
NOM, Prénom: .....

Section et numéro de matricule : 6

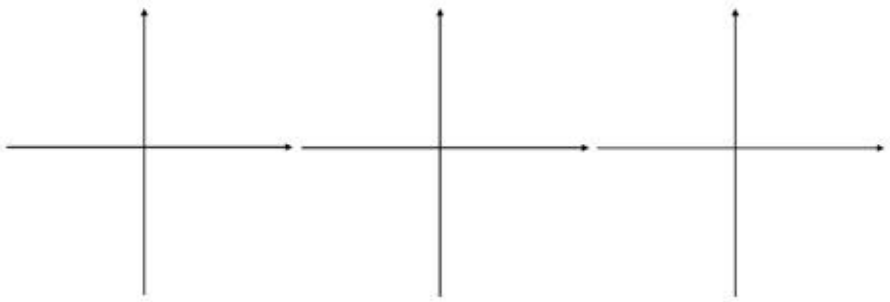
QUESTION 6 *(12 points)*

Ecrivez la structure électronique fondamentale du silicium (Z=14) et identifiez la couche de valence.

Donnez un ensemble de nombres quantiques permettant d'identifier les électrons de valence à l'état fondamental.

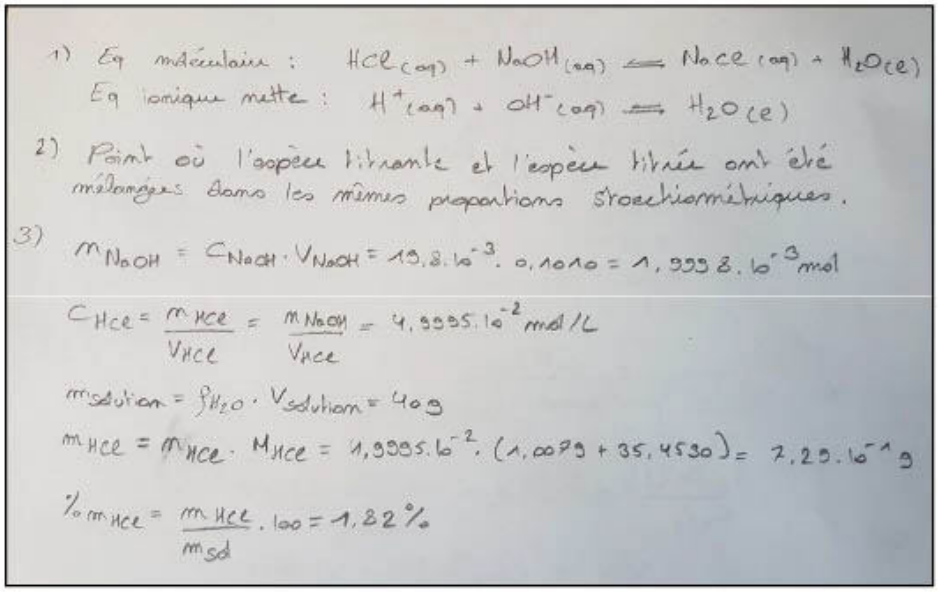
Un électron de valence du Si est excité dans l'orbitale définie par les nombres quantiques n=3 et l=2, donnez une des configurations électroniques excitées.

Pour le même atome, dessinez sur une même échelle, la forme des orbitales 2s, 3s et $3p_y$.
Identifiez clairement les orbitales dessinées dans ces repères cartésiens :



Correction de l'interro de chimie de novembre 2019

Question 1



1) Eq moléculaire : $HCl_{(aq)} + NaOH_{(aq)} \rightleftharpoons NaCl_{(aq)} + H_2O_{(l)}$

Eq ionique nette : $H^+_{(aq)} + OH^-_{(aq)} \rightleftharpoons H_2O_{(l)}$

2) Point où l'espèce titrante et l'espèce titrée ont été mélangées dans les mêmes proportions stoechiométriques.

3) $m_{NaOH} = C_{NaOH} \cdot V_{NaOH} = 19,8.10^{-3} \cdot 0,1010 = 1,9998.10^{-3}$ mol

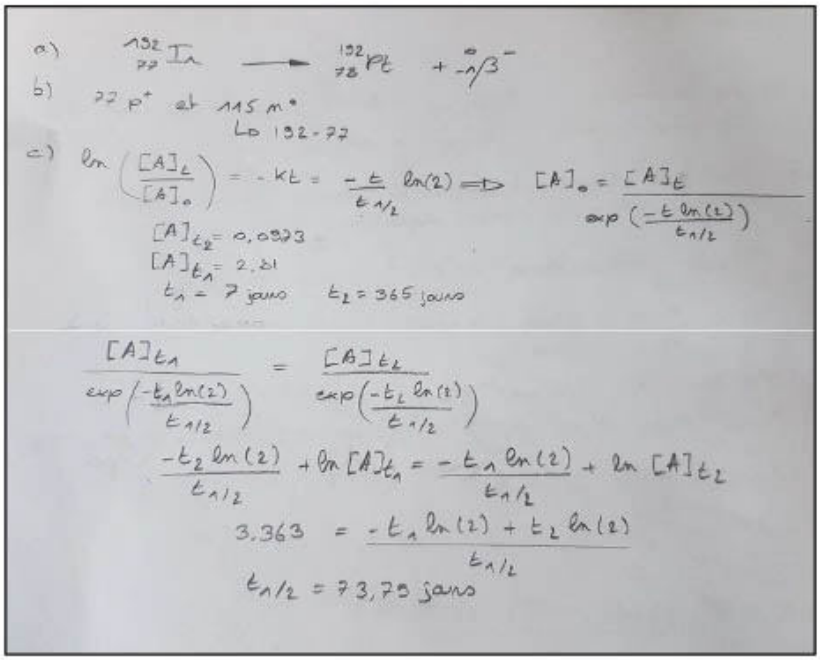
$C_{HCl} = \frac{m_{HCl}}{V_{HCl}} = \frac{m_{NaOH}}{V_{HCl}} = 4,9995.10^{-2}$ mol/L

$m_{solution} = \rho_{H_2O} \cdot V_{solution} = 40$ g

$m_{HCl} = m_{HCl} \cdot M_{HCl} = 1,9995.10^{-2} \cdot (1,0079 + 35,4530) = 7,29.10^{-1}$ g

$\%_m m_{HCl} = \frac{m_{HCl}}{m_{sol}} \cdot 100 = 1,82\ \%$

Question 2



a) $^{132}_{77}Ir \longrightarrow {}^{132}_{78}Pt + {}^{0}_{-1}\beta^-$

b) 77 p^+ et 115 n°

Le 132-77

c) $\ln\left(\frac{[A]_t}{[A]_0}\right) = -kt = \frac{-t}{t_{1/2}}\ln(2) \Rightarrow [A]_0 = \frac{[A]_t}{\exp\left(\frac{-t\ln(2)}{t_{1/2}}\right)}$

$[A]_{t_2} = 0,0923$

$[A]_{t_1} = 2,81$

$t_1 = 7$ jours $\quad t_2 = 365$ jours

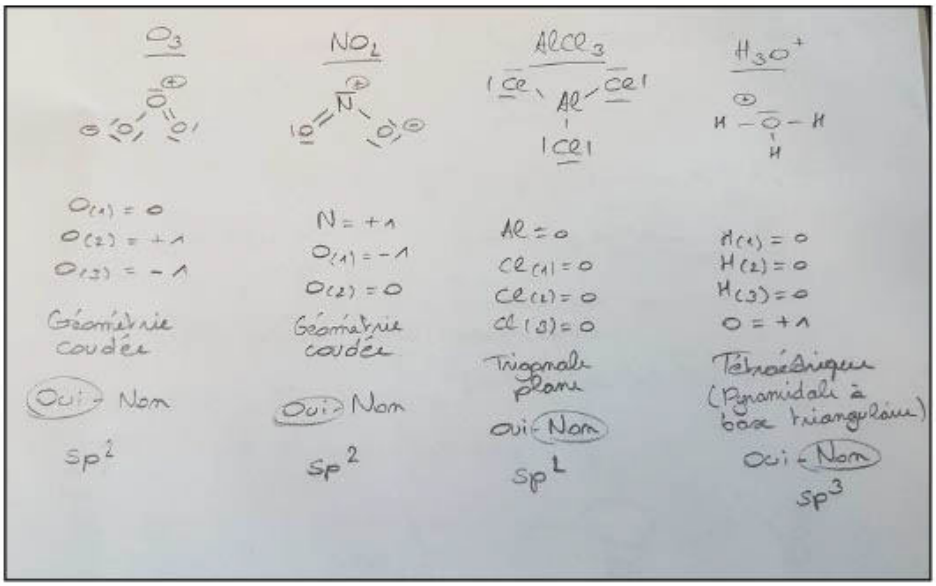
$$\frac{[A]_{t_1}}{\exp\left(\frac{-t_1\ln(2)}{t_{1/2}}\right)} = \frac{[A]_{t_2}}{\exp\left(\frac{-t_2\ln(2)}{t_{1/2}}\right)}$$

$$\frac{-t_2\ln(2)}{t_{1/2}} + \ln[A]_{t_1} = \frac{-t_1\ln(2)}{t_{1/2}} + \ln[A]_{t_2}$$

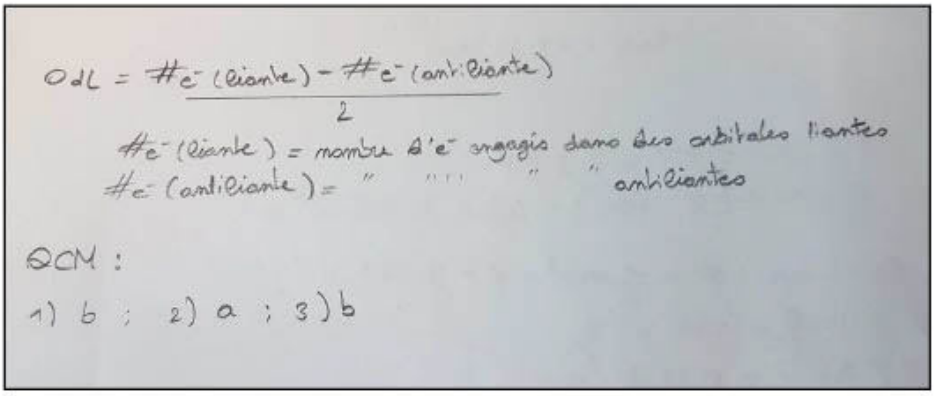
$$3,363 = \frac{-t_1\ln(2) + t_2\ln(2)}{t_{1/2}}$$

$t_{1/2} = 73,79$ jours

Question 3



Question 4



Question 5

1) $3.66\ eV = 5,856.10^{-19}\ J = \phi$

$E = h\nu = \frac{hc}{\lambda} \Rightarrow \lambda = \frac{hc}{E} = 9,05.10^{-7}\ m$

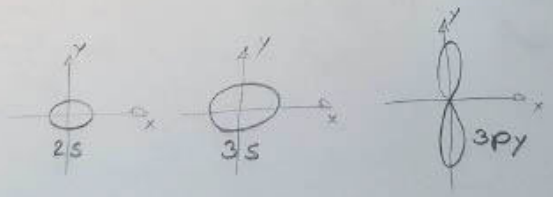
2) $E = E_{cin} + \phi = \frac{1}{2} m v^2 + \phi = 9,582.10^{-19}\ J$

$\nu = \frac{E}{h} = 1,45\ 10^{15}\ Hz$

$\lambda = \frac{c}{\nu} = 5,53.10^{-7}\ m$

Question 6

- $Si \Rightarrow 1s^2\ 2s^2\ 2p^6\ 3s^1\ 3p^2$ (couche de valence)
- $n=3, \ell=0 \rightarrow m_\ell = 0$ ou $\ell=1 \rightarrow m_\ell = -1;0;1$ ou $(\ell=2 \rightarrow m_\ell = -2;-1;0;1;2)$ avec $m_s = \pm 1/2$

  Le vide dans l'atome fondamental
- $Si^* \Rightarrow 1s^2\ 2s^2\ 2p^6\ 3s^2\ 3p^1\ 3d^1$
- 

###

Faculté des Sciences

Année académique 2020/2021

PREMIERE ANNEE DE BACHELIER EN SCIENCES BIOLOGIQUES, CHIMIQUES, GEOGRAPHIQUES, GEOLOGIQUES, PHYSIQUES, EN SCIENCES DE L'INGENIEUR (ORIENTATION BIOINGENIEUR), MATHEMATIQUES (ORIENTATION BIOLOGIE), PREMIERE ANNEE POLYVALENTE EN SCIENCES

INTERROGATION DE CHIMIE du 6 janvier 2020

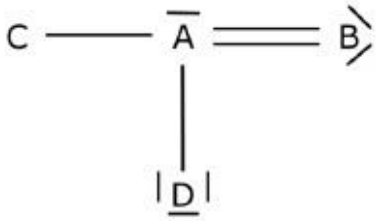
Première partie – Théorie

NOM, Prénom: ..... /24

Section et numéro de matricule : .....

QUESTION 1 *(24 points)*

Soit la molécule imaginaire possédant une structure de Lewis représentée ci-dessous

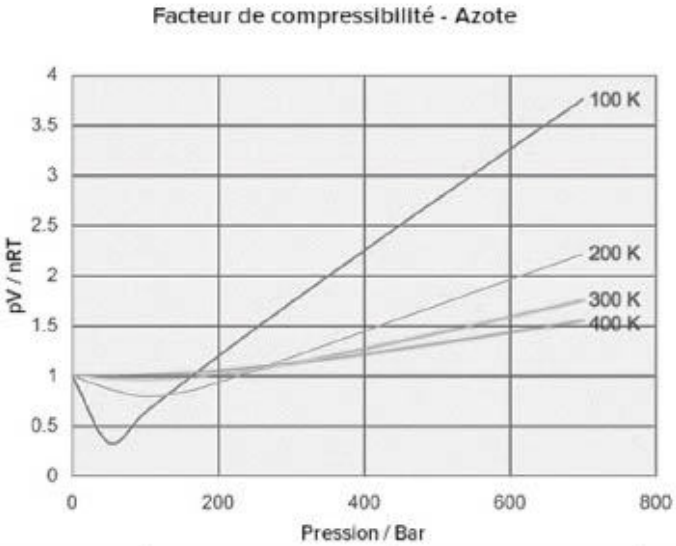


En sachant que l'élément D fait partie de la famille des halogènes :

Entourez toutes les affirmations correctes. *Attention, entourer une réponse incorrecte induit une perte de points. Une bonne réponse = +3 points , une mauvaise réponse = -3 points*

1) A est plus électronégatif que B
2) D est plus électronégatif que A
3) D est plus électronégatif que C
4) L'élément A est situé dans la première ou deuxième période du tableau périodique
5) L'élément A est situé dans la 3ième période, ou une période plus grande, du tableau périodique
6) L'atome A a sa couche de valence complétée
7) L'atome B a son octet complété
8) L'atome C a sa couche de valence complétée
9) L'atome B pourrait être hybridé sp
10) L'atome C pourrait être hybridé sp^3
11) L'atome A pourrait être hybridé sp^2d
12) L'atome A pourrait être hybridé sp^3
13) La molécule possède un dipôle permanent
14) Il est possible de calculer la charge formelle de l'atome D avec les informations données
15) Il est possible de calculer la charge formelle de l'atome A avec les informations données

QUESTION 2 *(20 points)*



	a /atm·L^2·mol^{-2}	b /L·mol^{-1}	$T_{éb}^{1\ atm}$/K
He	0,0341	0,0237	4
Ar	1,345	0,0322	87
H_2	0,244	0,0266	20
N_2	1,39	0,0391	77

Le facteur de compressibilité permet de comparer le comportement d'un gaz réel au comportement d'un gaz parfait. Sur ce graphique quatre courbes isothermes portent le facteur de compressibilité ($Z = PV/nRT$) en fonction de la pression.
A partir de ce graphique et de vos connaissances sur les gaz vues en cours ; répondez aux questions suivantes :

a) Quelle est la valeur du facteur de compressibilité dans le cas des gaz parfaits ?

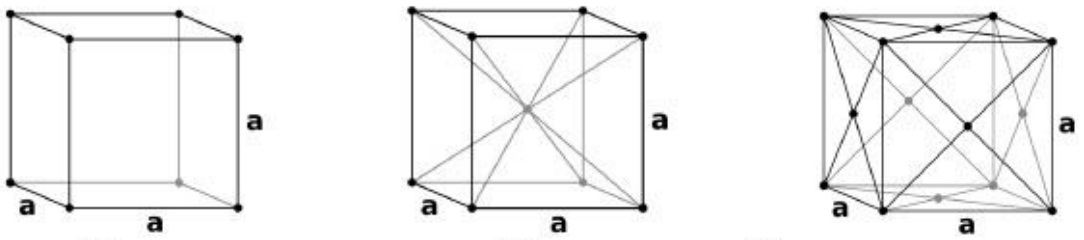
b) Selon le graphique, à quelle température correspond le tracé où le N_2 se rapproche le plus d'un gaz parfait ?

c) en vous basant sur le tableau ci-dessus, à la température de 77 K, est-ce que la pression de vapeur de l'azote est supérieure, égale ou inférieure à 1 atm ? Justifiez

d) Écrivez l'équation d'état des gaz réels (équation de Van der Waals) ? Identifiez les symboles.

e) Parmi les gaz suivants, lequel aura le comportement le plus proche du gaz parfait ? Justifiez
CH_4 à 2 atm, NH_3 à 2 atm, CH_4 à 1 atm et H_2O à 1 atm

QUESTION 3 *(15 points)*



(1) **(2)** **(3)**

a) Nommez les mailles élémentaires ci-dessus et donnez le nombre d'atomes par maille

Structure (1) :

Structure (2) :

Structure (3) :

b) Sachant que le NaCl peut être vu comme une structure cubique à faces centrées d'ions chlorure avec des cations sodium dans les sites octaédriques, ou comme une structure de type cubique simple de Na et de Cl, dessinez la maille du NaCl.

c) Si l'on représente la structure cristalline du NaCl par une maille élémentaire de type CFC d'ions chlorure, combien de cations sodium doit-on compter dans cette même maille ? Justifiez votre réponse.

QUESTION 4 *(24 points)*

Cochez la case à côté de la réponse correcte. Il n'y a qu'une réponse correcte par énoncé.
Réponse correcte = +3 points, réponse incorrecte = -2 points, pas de réponse = 0 point

a. La chaleur d'une réaction chimique à volume constant dépend :
   - ☐ Uniquement de l'enthalpie
   - ☐ De l'enthalpie et de la variation du nombre total de moles
   - ☐ De l'enthalpie et de la variation du nombre de moles de solide
   - ☐ De l'enthalpie et de la variation du nombre de moles de gaz

b. Vous souhaitez calculer le volume d'un gaz parfait sur base d'une pression de 0,45 bar en utilisant l'équation des gaz parfaits. Comment allez-vous procéder ?
   - ☐ Utiliser la pression en bar, R=8,314 pour obtenir un volume en L
   - ☐ Convertir la pression en atm, utiliser R=8,314 pour obtenir un volume en L
   - ☐ Convertir la pression en atm, utiliser R=8,314 pour obtenir un volume en m^3
   - ☐ Convertir la pression en atm, utiliser R=0,08206 pour obtenir un volume en L
   - ☐ Convertir la pression en Pa, utiliser R=0,08206 pour obtenir un volume en L
   - ☐ Convertir la pression en Pa, utiliser R=0,08206 pour obtenir un volume en m^3

c. Dans un diagramme de phase pression - température, la variance sur la courbe d'équilibre liquide – gaz vaut :
   - ☐ 1
   - ☐ 2
   - ☐ 3
   - ☐ 0
   - ☐ 1,5

d. La tension de vapeur d'un composé dépend :
   - ☐ Uniquement de la masse totale du composé
   - ☐ Uniquement des interactions intermoléculaires
   - ☐ Uniquement de la température
   - ☐ Des interactions intermoléculaires et de la température
   - ☐ De la masse totale du composé et de la température
   - ☐ De la masse totale du composé, des interactions intermoléculaires et de la température

e. Le plan (3 0 0)
   - ☐ Coupe l'axe x à une distance correspondant à 3 fois le paramètre de maille
   - ☐ Ne coupe pas l'axe X, mais coupe l'axe Y
   - ☐ Ne coupe pas l'axe Y, mais coupe l'axe Z
   - ☐ Ne coupe pas l'axe Z, mais coupe l'axe Y
   - ☐ Ne coupe ni l'axe Y, ni l'axe Z

QUESTION 4 *(suite)*

f. Laquelle des propositions suivantes reprend les conditions standard :

- ☐ C = 1 mol/L, P = 1 atm, T = 298,15 K ;
- ☐ C= 1 mol/L, P = 1 bar, T = 273,15 K ;
- ☐ P = 1 atm, T = 298,15 K ;
- ☐ P = 1 bar, C = 1 mol/L.

g. D'après le principe d'exclusion de Pauli :

- ☐ deux électrons d'une même orbitale peuvent avoir 4 nombres quantiques identiques ;
- ☐ deux électrons d'une même orbitale ne peuvent pas avoir 4 nombres quantiques identiques ;

h. Si vous vous reportez au tableau périodique, et sachant que le césium a une couche de valence de type « $6s^1$ », et que le chlore a le numéro atomique 17,

- ☐ l'énergie de première ionisation du chlore est inférieure à celle du césium
- ☐ l'énergie de première ionisation du chlore est supérieure à celle du césium
- ☐ l'énergie de première ionisation du chlore est identique à celle du césium

QUESTION 5 *(17 points)*

a) Dessinez le diagramme d'orbitales moléculaires de O_2^+.

b) Calculez l'ordre de liaison

c) Cette molécule est-elle para ou diamagnétique ? Justifier (en 2 lignes)

d) La longueur de liaison dans O_2^+ est-elle supérieure, inférieure, ou identique à celle de O_2. Justifiez (en 2 lignes maximum)

ULB

Faculté des Sciences

Année académique 2019/2020

PREMIERE ANNEE DE BACHELIER EN SCIENCES BIOLOGIQUES, CHIMIQUES, GEOGRAPHIQUES, GEOLOGIQUES, PHYSIQUES, EN SCIENCES DE L'INGENIEUR (ORIENTATION BIOINGENIEUR), MATHEMATIQUES (ORIENTATION BIOLOGIE), PREMIERE ANNEE POLYVALENTE EN SCIENCES

INTERROGATION DE CHIMIE du 6 janvier 2020

Seconde partie - Exercices

NOM, Prénom: ..... /25

Section et numéro de matricule : .....

QUESTION 1 *(25 points) La réussite de cette question validera, le cas échéant, les travaux personnels des étudiants en sciences physiques.*

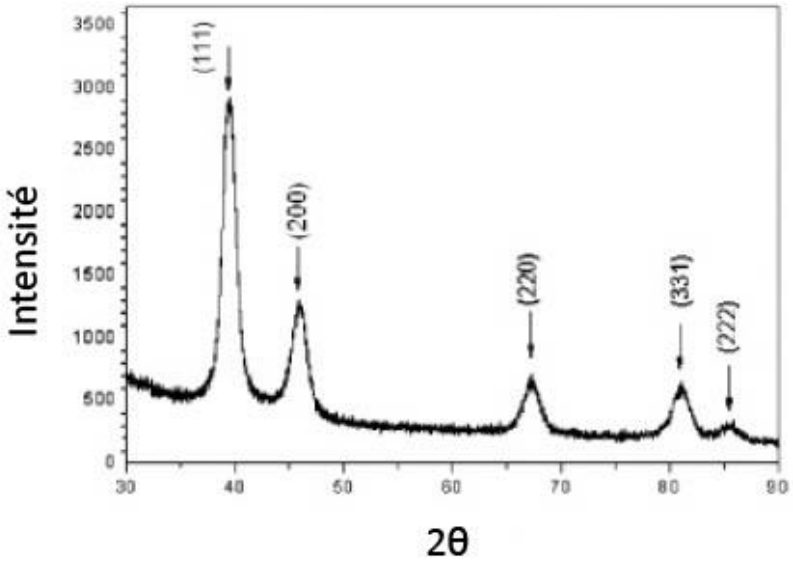
Un étudiant place un morceau de 5,00 g d'un métal inconnu issu de la colonne IIIA (terreux) du tableau périodique à l'état solide dans une solution d'acide fort concentrée et en excès.

Suite à cela, il récupère l'hydrogène ainsi obtenu qu'il fait réagir avec de l'oxygène en excès, afin de pouvoir transporter son produit de réaction (l'hydrogène étant extrêmement compliqué à stocker).
L'eau ainsi formée une fois refroidie occupe un volume de 5,00 mL.

Déterminez quel est le métal inconnu.

QUESTION 2 *(25 points)*

Voici un spectre de diffraction des rayons X d'un échantillon de nanoparticules de platine



Les nanoparticules ont des mailles élémentaires de type cubique à faces centrées et le rayonnement envoyé a comme énergie 8,04 keV. Sur base de ces données, déterminez le rayon cristallographique d'un atome de platine ? *Attention, ce rayon ne correspond pas à celui renseigné dans le tableau périodique.*

QUESTION 3 *(25 points)*

On effectue la combustion (complète) d'un mélange de $C_6H_6(l)$ et de $C_8H_{18}(l)$ en présence d'un excès d'oxygène. Les produits de réaction, tous gazeux sont ramenés à une température de 25,0°C dans un récipient de 0,500 m^3. A cette température, la pression de vapeur de l'eau est de 21,43 mm Hg. Sachant que l'enthalpie standard de formation du $C_8H_{18}(l)$ à cette température vaut 249,73 kJ/mol, que la combustion du mélange a dégagé 23,644 x 10^6 J, que les gaz peuvent être considérés comme parfaits, que la combustion se fait à pression constante et que la pression mesurée dans le récipient de récupération est de 2,0136 atm, déterminez la composition du mélange.

QUESTION 4 *(25 points)*

Quelques caractéristiques du dichlore, Cl_2, sont reprises ci-dessous :

- Enthalpie standard de vaporisation : 20,4 kJ/mol
- Enthalpie standard de fusion : 6,4 kJ/mol
- Température de fusion : -101 °C
- Température de vaporisation normale : -34,5 °C

Parmi ces informations, certaines sont utiles pour répondre aux questions suivantes :

a) Dans quel(s) état(s) physique(s) se trouve 1,0 kg de dichlore contenu dans une bouteille fermée en acier de 10,0 L à 20 °C ?

b) Une fissure laisse s'échapper 220 g de dichlore par heure. Il a fallu 4 heures pour qu'un technicien s'en aperçoive et rebouche finalement la fissure. Dans quel état physique se trouve alors le dichlore restant dans la bouteille, à la même température de 20 °C ?

Justifiez toutes vos réponses par calcul.

CORRECTION DE L'INTERROGATION DE CHIMIE du 6 janvier 2020

Première partie –Théorie

Question 1

Bonnes réponses : 2 ; 3 ; 5 ; 7 ; 8 ; 11 ; 13 ; 14

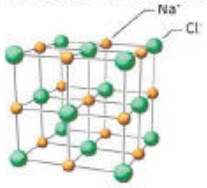
Question 2

a) Z=PV/nRT car Z=1 pour les gaz parfaits
b) A basse pression et haute température
c) La pression de vapeur de l'azote (N_2) est égale à 1 atm
d) $\left(P + \frac{an^2}{V^2}\right)(V - nb) = nRT$

a= paramètre d'interactions moléculaires ; b=covolume…

e) CH_4 à 1 atm puis CH_4 à 2 atm puis NH_3 à 2atm et enfin H_2O à 1atm car le méthane a moins d'interactions intermoléculaires que l'ammoniac qui a lui-même moins d'interactions intermoléculaires que l'eau. Ensuite, plus la pression est basse, plus son comportement s'apparentera à celui d'un gaz parfait, dans de tels ordres de grandeurs du moins (cfr graphique de l'azote).

Question 3

a) Cubique simple – 1 atome par maille ; Cubique centré – 2 atomes par maille ; Cubique à faces centrées – 4 atomes par maille
b) 

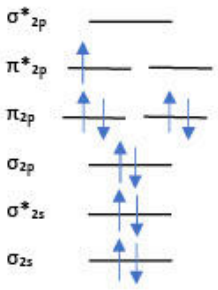
c) D'un point de vue stœchiométrique, Na^+ et Cl^- ont un rapport de 1. Ainsi, si un CFC contient 4 atomes par maille (cfr Q3.a), il y aura 4 atomes d'ions chlorures et donc 4 atomes d'ion sodium.

Question 4

a) (Réponse 4) De l'enthalpie et de la variation du nombre de moles de gaz.
b) (Réponse 4) Convertir la pression en atm, utiliser R=0,08206 pour obtenir un volume en L.
c) (Réponse 1) 1
d) (Réponse 4) Des interactions intermoléculaires et de la température.
e) (Réponse 5) Ne coupe ni l'axe Y, ni l'axe Z.
f) (Réponse 4) P = 1 bar, C = 1 mol/L.
g) (Réponse 2) Deux électrons d'une même orbitale ne peuvent pas avoir 4 nombres quantiques identiques.
h) (Réponse 2) L'énergie de première ionisation du chlore est supérieure à celle du césium.

Question 5

O_2^+ - 11 électrons



b) Ordre de liaison= (8-3)/2=2,5

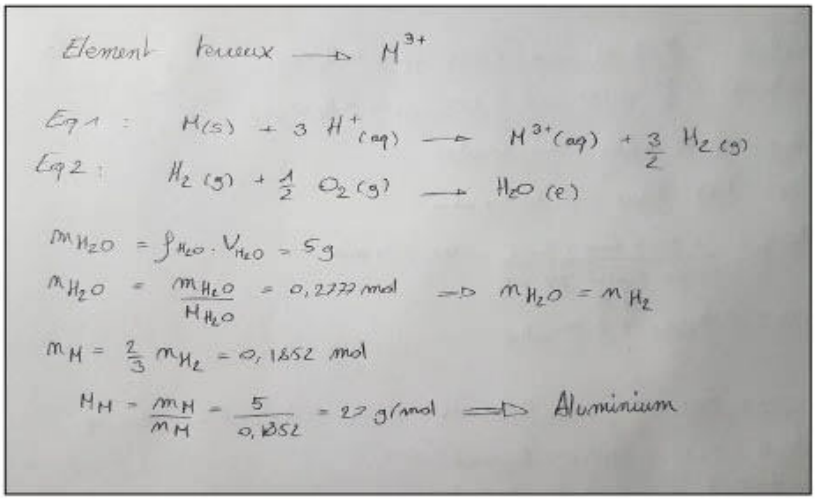
c) 1 électron non apparié, paramagnétique

d) La longueur de liaison étant inversement proportionnelle à l'ordre de liaison et que l'ordre de liaison de l' O_2 est de 2, la longueur de notre liaison est inférieure à celle du dioxygène.

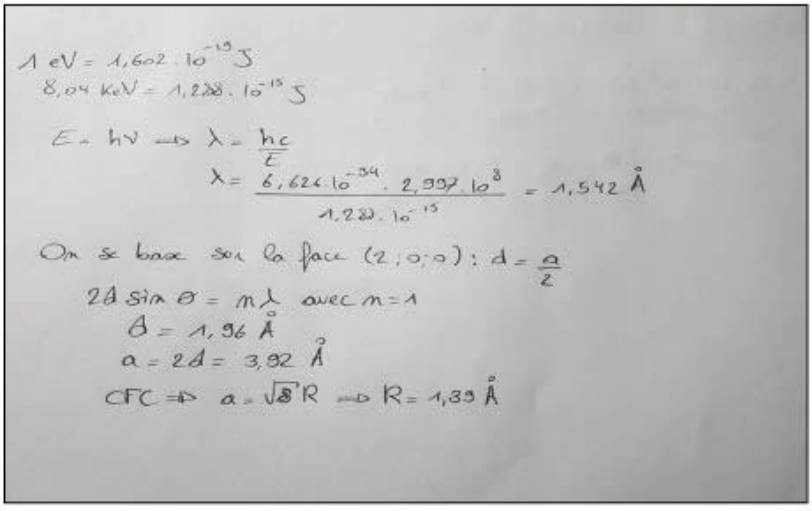
CORRECTION DE L'INTERROGATION DE CHIMIE du 6 janvier 2020

Seconde partie –Exercices

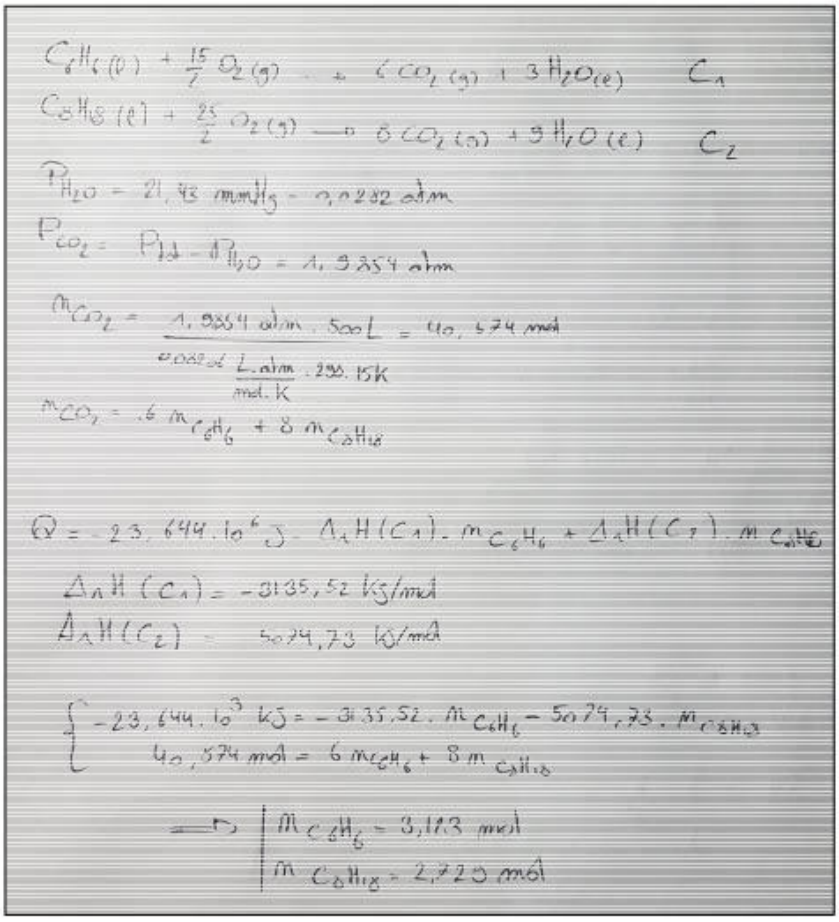
Question 1



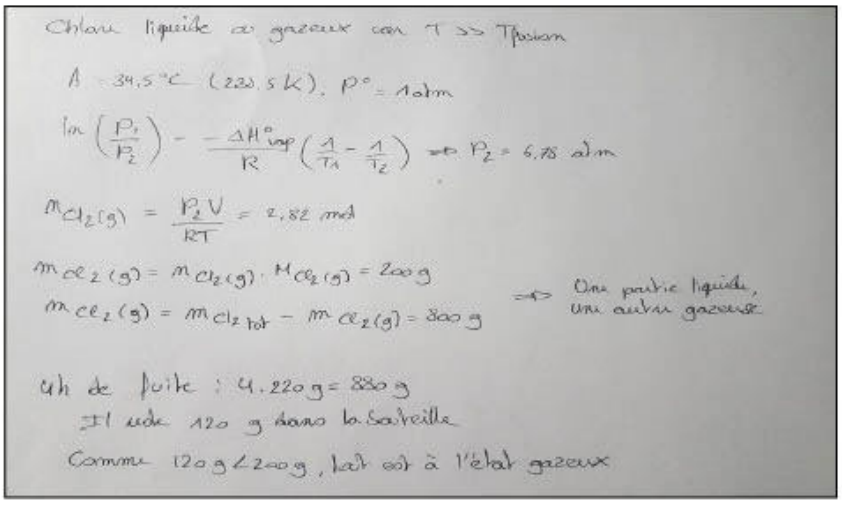
Question 2



Question 3



Question 4



ULB

Faculté des Sciences Année académique 2019-2020

PREMIERES ANNEES DE BACHELIER EN SCIENCES BIOLOGIQUES, CHIMIQUES, GEOGRAPHIQUES, GEOLOGIQUES, PHYSIQUES, EN SCIENCES DE L'INGENIEUR (ORIENTATIONBIOINGENIEUR) ET PREMIERE ANNEE POLYVALENTE EN SCIENCES

EXAMEN DE CHIMIE DE MAI 2020

Question 1

Un étudiant souhaite effectuer un 1,00 L de mélange tampon à un pH de 4,50. Pour cela, il dispose de :

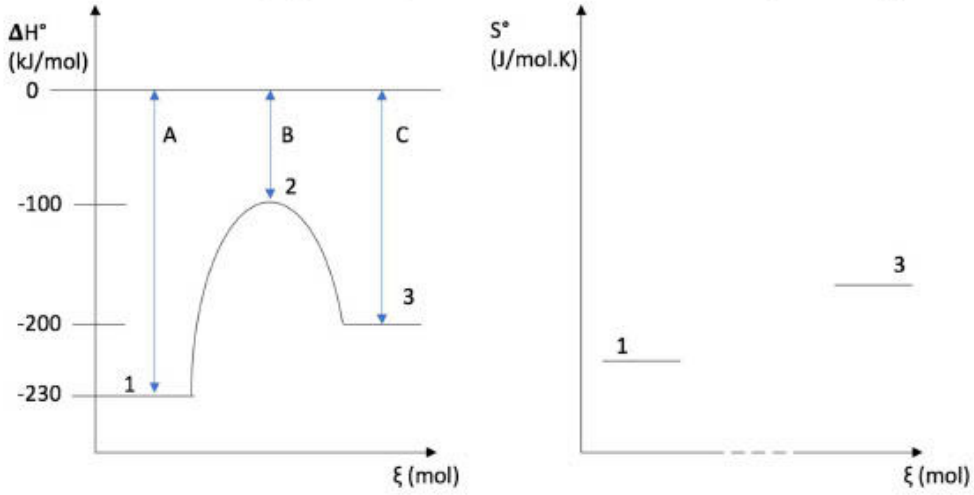
- 3,00 g d'acide arsénique
- 3,00 g d'acide malique
- 3,00 g d'acide salicylique
- 3,00 g d'acide maléique
- NaOH 1,00 mol/L
- HCl 1,00 mol/L
- eau distillée

a) Quel acide va-t-il utiliser ?
b) Quel est le volume de HCl ou NaOH qu'il va utiliser s'il utilise la totalité de la masse d'acide ?

a) Quel acide va-t-il utiliser ? Acide malique
b) Quel est le volume de HCl ou NaOH qu'il va utiliser s'il utilise la totalité de la masse d'acide ? 26,8 mL de NaOH 1,00 mol/L

Question 2

Soient les diagrammes réactionnels suivants associés à une même réaction sur lesquels A, B et C sont des différences selon l'axe y représentées par les flèches bleues, et 1, 2 et 3 des espèces chimiques.



(ξ est l'avancement de la réaction)

La mention "cette réaction" fera référence à la réaction allant de 1 vers 3. La mention « réaction inverse » fera quant à elle référence à la réaction allant de 3 vers 1.

Indiquez si les affirmations suivantes sont vraies ou fausses.

Une bonne réponse vous fera gagner 1 point pour les vrai ou faux et 2 points pour les QCM. Une mauvaise réponse vous fera perdre ce même montant de points. En cas d'incertitude, vous pouvez cocher la case "ne se prononce pas", qui ne vous fera ni gagner ni perdre de points. Notez que la note finale de la question 5 sera au moins de 0.

- Suffisamment d'informations sont fournies pour affirmer que la valeur de la constante d'équilibre de cette réaction est supérieure à 1 :
  - Vrai
  - Faux
  - Ne se prononce pas
- Cette réaction est endothermique
  - Vrai
  - Faux
  - Ne se prononce pas
- En supposant que les molécules 1 et 3 sont constituées d'une seule liaison, on peut affirmer que la liaison dans 1 est moins forte que celle dans 3 :
  - Vrai
  - Faux
  - Ne se prononce pas
- La réaction inverse n'est spontanée qu'à basse température :
  - Vrai
  - Faux
  - Ne se prononce pas

- L'augmentation de la température favorise thermodynamiquement cette réaction :
  - Vrai
  - Faux
  - Ne se prononce pas
- L'augmentation de la température augmente la vitesse de la réaction inverse :
  - Vrai
  - Faux
  - Ne se prononce pas
- L'ajout d'un catalyseur modifierait l'enthalpie de réaction de cette réaction :
  - Vrai
  - Faux
  - Ne se prononce pas

Cochez la bonne réponse parmi les propositions.

1) Si l'espèce 1 est un gaz :
   - L'espèce 3 est nécessairement un gaz
   - L'espèce 3 peut être un solide, un liquide ou un gaz
   - L'espèce 3 peut être un solide ou un liquide
   - L'espèce 3 peut être un liquide ou un gaz
   - Ne se prononce pas
2) B représente :
   - L'enthalpie de la réaction
   - L'énergie d'activation de la réaction
   - Le complexe activé
   - Aucune des autres propositions
   - Ne se prononce pas
3) Suite à une augmentation de la température :
   - La vitesse de cette réaction augmente plus que la vitesse de la réaction inverse
   - La vitesse de la réaction inverse augmente plus que la vitesse de cette réaction
   - Les vitesses de cette réaction et de la réaction inverse augmentent d'une même valeur
   - On ne dispose pas d'assez d'informations pour répondre à cette question
   - Ne se prononce pas
4) Quelles informations manque-t-il pour pour calculer la constante k ?
   - La température et l'énergie d'activation
   - La température et la concentration de l'espèce 1
   - Le facteur pré exponentiel d'Arrhenius et la température
   - L'énergie d'activation et la constante d'équilibre
   - Ne se prononce pas

Question 3

Un chimiste veut solubiliser un sel de type $M(OH)_2$ dans 1,00L d'eau pure. Après avoir mis le sel en solution et agité, il reste du solide au fond du récipient et le pH de la solution est à 9,113 à 25°C.

Le chimiste se débarrasse du solide non dissous et décide d'effectuer un titrage sur 200mL de la solution récupérée avec du HCl $5{,}00 \times 10^{-4}$ mol/L.

a) Quelle est la concentration en OH^- au départ ?
b) Que vaut le Ks ?
c) Quelle est l'identité de M ?
d) Quel est le volume de HCl ajouté pour atteindre l'équivalence (entre 1,00 et 100ml) ?

a) Quelle est la concentration en OH^- au départ ? $1{,}2971.10^{-5}$ mol/L
b) Que vaut le Ks ? $1{,}091.10^{-15}$
c) Quelle est l'identité de M ? Le cobalt
d) Quel est le volume de HCl ajouté pour atteindre l'équivalence (entre 1,00 et 100ml) ? 5,19 mL

Question 4

Les couples $AO_2(aq)/A_2O_3^{2-}(aq)$ ($E° = 0,643V$) et $HXO(aq)/X_2(g)$ ($E° = 0,831V$) sont en solution, à 25°C, dans deux compartiments séparés pour former la pile :

Pt(s)	$[AO_2(aq)] = 0,500$ mol.L^{-1} $A_2O_3^{2-}(aq)$ pH = 4,00 V = 20,0 mL	[HXO(aq)] = 0,200 mol.L^{-1} P_{X_2} = 1,00 bar pH = 3,00 V = 20,0 mL	Pt(s)

a) Quelles sont les réactions à la cathode, à l'anode et la réaction globale dans les conditions standards ?

b) Quel est le potentiel de la cathode dans ces conditions ?

c) Quelle sera la concentration de $A_2O_3^{2-}(aq)$ minimale pour que la pile fonctionne ?

a) Quelles sont les réactions à la cathode, à l'anode et la réaction globale dans les conditions standards ?

Cathode : $2HXO(aq) + 2H^+(aq) + 2e^- \rightleftharpoons X_2(g) + 2H_2O(l)$

Anode : $2AO_2(aq) + 2H^+(aq) + 4e^- \rightleftharpoons A_2O_3^{2-}(aq) + H_2O(l)$

Globale : $4HXO(aq) + 4H^+(aq) + A_2O_3^{2-}(aq) + H_2O(l) \rightleftharpoons 2AO_2(aq) + 2H^+(aq) + 2X_2(g) + 4H_2O(l)$

b) Quel est le potentiel de la cathode dans ces conditions ? E(cathode) = 0,612 V

c) Quelle sera la concentration de A2O32-(aq) minimale pour que la pile fonctionne ? $[A_2O_3^{2-}] = 2,99.10^{-7}$ mol/l

Question 5

Après 4 longues heures de travaux pratiques, un assistant rentre chez lui assez épuisé mais décide tout de même de corriger les rapports rendus par ses étudiants le soir même plutôt que de remettre cela à plus tard. La manipulation a porté sur l'étude de l'influence de la température sur la vitesse de la réaction de décomposition de l'acide phosphorique contenu dans une boisson gazeuse, réaction qui suit une cinétique d'ordre 0. Un binôme d'étudiants a rendu un rapport incomplet accompagné d'un graphique sans titre et sans unité aux axes. L'assistant décide cependant d'évaluer la pertinence de leurs mesures sur base du peu d'information à sa disposition.

a) A quoi correspondent les axes (grandeur + unité) ?
b) Que vaut l'énergie d'activation du processus étudié ?
c) Quelle est l'unité de la constante cinétique associée à ce processus ?

a) A quoi correspondent les axes (grandeur + unité) ? axe x : 1/T; axe y : ln(k)
b) Que vaut l'énergie d'activation du processus étudié ? Ea = 117 kJ/mol ; CA = -14072,6
c) Quelle est l'unité de la constante cinétique associée à ce processus ? mol/L s

Correction de l'examen de chimie de juin 2020

Question 1

a) Si pH = 4,5 : $[H_3O^+] = 3,16 \cdot 10^{-5}$ mol/L

$[H_3O^+] = K_a \frac{C_a}{C_b}$

→ Acide arsénique : $\frac{C_a}{C_b} = 6,12 \cdot 10^{-3}$

Acide malique : $\frac{C_a}{C_b} = 4,05$ (avec K_{a_2})

Acide salicylique : $\frac{C_a}{C_b} = 3,01 \cdot 10^{-2}$

Acide maléique : $\frac{C_a}{C_b} = 2,22 \cdot 10^{-3}$

⇒ L'acide malique et son K_{a_2} est le seul qui respecte la condition des mélanges tampons qui veut que $10^{-1} < \frac{C_a}{C_b} < 10^{1}$

b) $pH = 4,5 = pK_{a_2} + \log \frac{C_b}{C_a}$

$\frac{C_b}{C_a} = \frac{n_b}{n_a} = 2,47 \cdot 10^{-1}$

	$C_4H_4O_5(aq)$	+ $OH^-(aq)$	⇌ $C_4H_3O_5^-(aq)$	+ $C_4H_4O_5^{2-}(aq)$
n_i	$2,24 \cdot 10^{-2}$	$1 \cdot V_{NaOH}$	0	0
$n_{\leftrightarrows}$	0	0	$2,24 \cdot 10^{-2} - (V_{NaOH} - 2,24 \cdot 10^{-2}) = n_a$	$V_{NaOH} - 2,24 \cdot 10^{-2} = n_b$

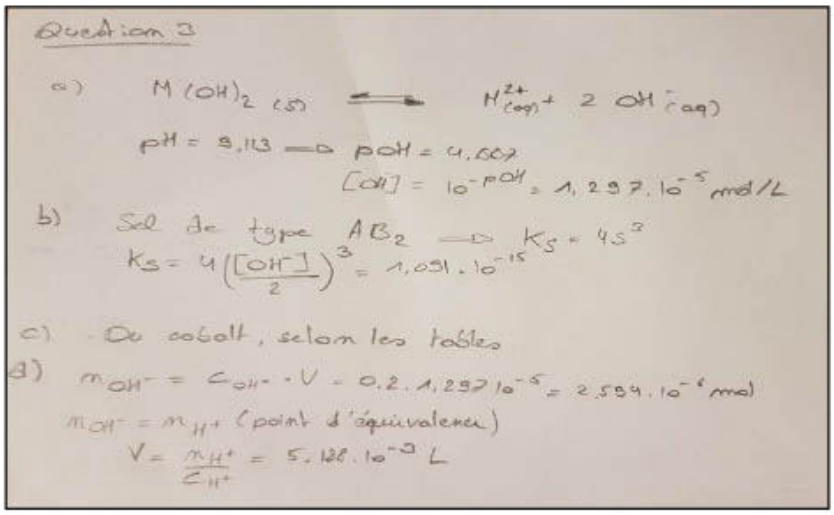
⇒ $2,47 \cdot 10^{-1} = \frac{V_{NaOH} - 2,24 \cdot 10^{-2}}{4,48 \cdot 10^{-2} - V_{NaOH}}$

$V_{NaOH} = 26,5$ mL

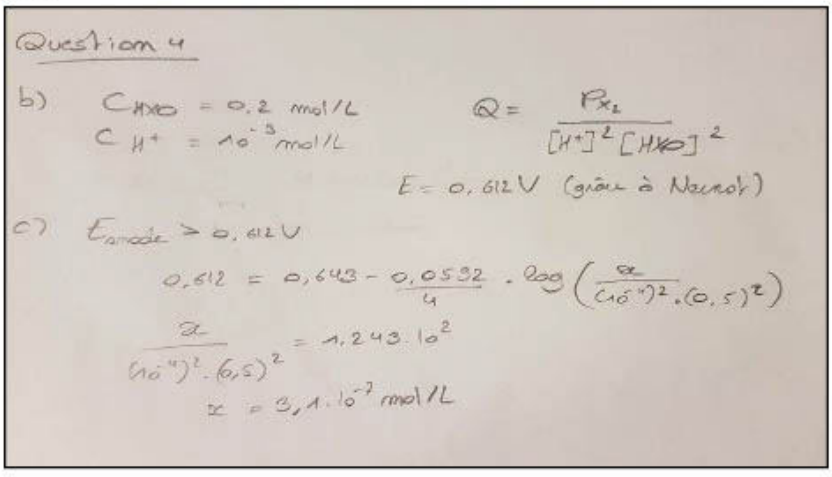
Question 2

Faux
Vrai
Vrai
Vrai
Vrai
Vrai
Faux
Rep 2
Rep 3
Rep 3
Rep 1

Question 3



Question 4



Faculté des Sciences Année académique 2019-2020

PREMIERES ANNEES DE BACHELIER EN SCIENCES BIOLOGIQUES, CHIMIQUES, GEOGRAPHIQUES, GEOLOGIQUES, PHYSIQUES, EN SCIENCES DE L'INGENIEUR (ORIENTATIONBIOINGENIEUR) ET PREMIERE ANNEE POLYVALENTE EN SCIENCES

EXAMEN DE CHIMIE D'AOUT 2020

Question 1

L'huile de noisette est composée d'acide oléique ($C_{18}H_{34}O_2$) et d'acide linoléique ($C_{18}H_{32}O_2$).

La combustion de 100g de ce mélange libère 3951,4 kJ.

Sachant que l'enthalpie réactionnelle de formation de $C_{18}H_{34}O_2$ vaut -764,8 kJ/mol et que celle de $C_{18}H_{32}O_2$ vaut -634,7 kJ/mol, que l'eau formée est sous forme liquide et que la transformation est réalisée dans les conditions standards à 298 K :

a) Ecrivez les équations de réaction
b) Calculez les fractions massiques des acides oléique et linoléique dans le mélange initial.

Question 2

Sur base des interactions intermoléculaires, expliquez avec vos mots pourquoi la température d'ébullition du méthanol (CH_3OH, masse molaire = 32 g/mol) est nettement supérieure à celle du méthanal (CH_2O, masse molaire = 30 g/mol).

Question 3

Sachant que 675 g d'eau se trouvent ans une enceinte de 12,0 m^3 dans laquelle l'air est saturé d'humidité à une température de 28°C, calculez la masse d'eau à l'état liquide et la masse d'eau à l'état gazeux. *L'enthalpie de vaporisation de l'eau vaut 44,01 kJ/mol et peut être considérée comme indépendante de la température.*

Question 4

L'électrophorèse est une technique chromatographique couramment utilisée pour séparer des espèces telles que des protéines, des nucléotides ou encore des acides aminés selon leur charge et pour des composés de même charge, selon leur taille.

Des étudiants en laboratoire parviennent à séparer les constituants d'un mélange d'acides aminés dont notamment de la cystéine. Pour la suite de leur manipulation, ces derniers doivent placer l'acide aminé en question dans une solution tampon (pH=6,30).

a) Sachant que le $pH_{isoélectrique}$ de la cystéine est de 5,07, quel sera le signe de la charge de cette dernière dans une solution tampon de pH=6,30 ? Justifiez
b) Proposez 2 réactifs à utiliser pour préparer la solution tampon de pH=6,30. Justifiez
c) Pour le système considéré au point b., que devrait être le rapport Ca/Cb (où Ca et Cb sont respectivement les concentrations analytiques des formes acides et basiques) ?

Question 5

Une pile de concentration fonctionnant avec le couple Ag^+/Ag est mise en place à 25°C.

Chaque compartiment est constitué d'une électrode d'argent plongeant dans un litre de solution de $AgNO_3$. Cette concentration vaut $1{,}00.10^{-1}$ mol/L dans le premier compartiment et $1{,}00.10^{-3}$ mol/L dans le second. Chaque compartiment occupe un volume de 1,00L.

a) Calculez la force électromotrice de la pile.
b) Quelle serait la force électromotrice de cette pile si l'on ajoutait $5{,}84.10^{-2}$g de $NaCl_{(s)}$ dans le second compartiment ? La variation de volume suite à cet ajout est considérée nulle.

Question 6

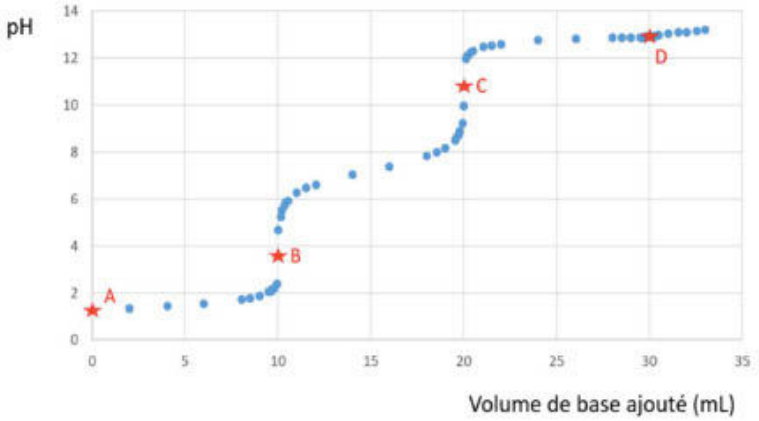
La décomposition d'un produit $A_{(g)}$ se fait en une étape élémentaire comme suit :

$$A_{(g)} \rightarrow B_{(g)} + C_{(g)}$$

a) Que vaut la constante de vitesse de réaction à 25,0°C si le facteur pré-exponentiel vaut $4{,}20.10^{12}\ s^{-1}$ et l'énergie d'activation vaut 102 kJ/mol ?
b) Que vaut la constante de vitesse de cette réaction à 120°C ?
c) Combien de temps faut-il pour consommer 25% du composé A à 120°C ?

Question 7

Soit le graphique suivant représentant la courbe d'un titrage d'une solution de 10,0mL d'un acide imaginaire A effectué par une base forte de concentration 0,5 mol/L. Les lettre A, B, C et D représentent les différentes espèces chimiques rencontrées au cours du titrage.



Indiquez si les affirmations suivantes sont vraies ou fausses.

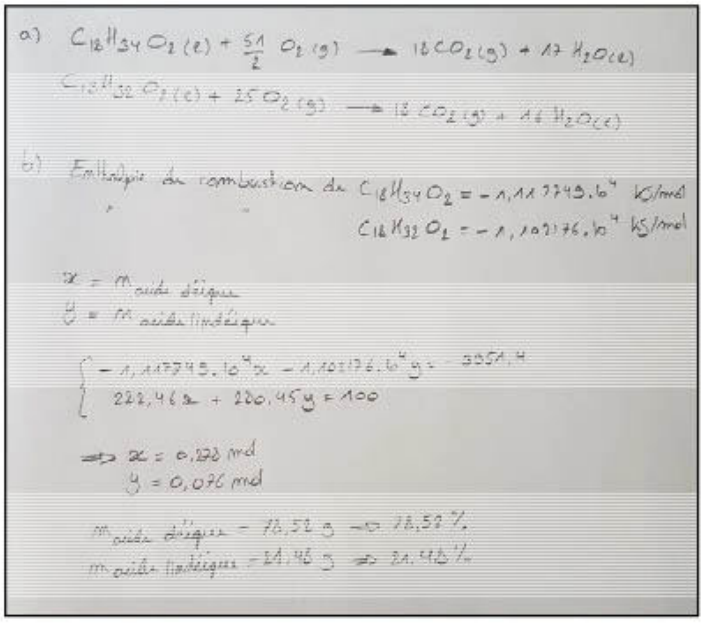
Une bonne réponse vous fera gagner 1 point pour les vrais ou faux et 2 points pour les QCM. Une mauvaise réponse vous fera perdre ce même montant de points. En cas d'incertitude, vous pouvez cocher la case 'Ne se prononce pas', qui ne vous fera ni gagner ni perdre de points. Notez que la note totale de cette question sera au moins de 0.

- A concentration équivalente, une solution de polyacide a toujours un pH plus élevé qu'une solution contenant un monoacide.
  - Vrai
  - Faux
  - Ne se prononce pas
- On peut affirmer que le pKa de l'espèce C est supérieure à celui de l'espèce A.
  - Vrai
  - Faux
  - Ne se prononce pas
- Suffisamment d'informations sont fournies pour affirmer que l'espèce A est un acide faible.
  - Vrai
  - Faux
  - Ne se prononce pas
- L'indicateur coloré jaune titan (zone de virage 12,2-13,2) est adéquat pour déterminer expérimentalement la 3e équivalence.
  - Vrai
  - Faux
  - Ne se prononce pas
- L'espèce B pourrait être du HY^{2-} (avec Y un groupement d'atomes imaginaires sans atome d'hydrogène)
  - Vrai
  - Faux
  - Ne se prononce pas

- Pour déterminer expérimentalement la première équivalence, du méthylorange a été utilisé. (Indicateur coloré rouge sous sa forme acide, jaune sous sa forme basique, zone de virage 3,2-4,4). A l'équivalence, on retrouve en solution :
    - Des molécules de l'indicateur qui transmettent chacune la couleur jaune et des molécules de l'indicateur qui transmettent chacune la couleur rouge.
    - Uniquement des molécules de l'indicateur qui transmettent chacune la couleur orange.
    - Uniquement des molécules de l'indicateur qui transmettent chacune la couleur rouge.
    - Des molécules de l'indicateur qui ne transmettent aucune couleur.
    - Ne se prononce pas.
- Pour tracer théoriquement cette courbe de titrage à une température donnée, il faudrait comme information :
    - Les pKa des différentes espèces et la concentration de la solution titrante.
    - La concentration de la solution titrante et le volume de la solution titrante ajouté.
    - Les concentrations des espèces titrantes et titrées, les pKa des différentes espèces, le volume de solution titrante ajouté.
    - Les concentrations des espèces titrantes et titrées, les pKa des différentes espèces, le volume de solution titrée.
    - Ne se prononce pas.
- Pour déterminer expérimentalement la première équivalence, on pourrait utiliser comme indicateur coloré (zone de virage indiquée entre parenthèses) :
    - Du pourpre de méta-crésol (1,2-2,8)
    - Du jaune de méthyle (2,9-4,0)
    - Du bleu de bromothymoll (6,0-7,6)
    - De la phénolphtaléine (8,0-9,6)
    - Ne se prononce pas
- Si l'espèce C est du HY^{2-} (avec Y un groupement d'atomes imaginaires sans atome d'hydrogène), alors :
    - L'espèce A est du H_3Y
    - L'espèce D est du Y^{2-}
    - L'espèce A est du H_3Y^{2+}
    - L'espèce B est chargée positivement
    - Ne se prononce pas
- Si l'on souhaitait préparer un mélange tampon à un pH de 7, il faudrait avoir en présence :
    - Des molécules des espèces A et B
    - Des molécules des espèces B et C
    - Des molécules de l'espèces B uniquement
    - Des molécules des espèces C et D
    - Ne se prononce pas

Correction de l'examen de chimie d'aout 2020

Question 1



a) $C_{18}H_{34}O_2(\ell) + \frac{51}{2} O_2(g) \longrightarrow 18 CO_2(g) + 17 H_2O(\ell)$

$C_{18}H_{32}O_2(\ell) + 25 O_2(g) \longrightarrow 18 CO_2(g) + 16 H_2O(\ell)$

b) Enthalpie de combustion de $C_{18}H_{34}O_2 = -1,117749.10^4$ kJ/mol

$C_{18}H_{32}O_2 = -1,107176.10^4$ kJ/mol

$x = m_{\text{acide oléique}}$

$y = m_{\text{acide linoléique}}$

$$\begin{cases} -1,117749.10^4 x - 1,107176.10^4 y = -3051,4 \\ 282,46x + 280,45y = 100 \end{cases}$$

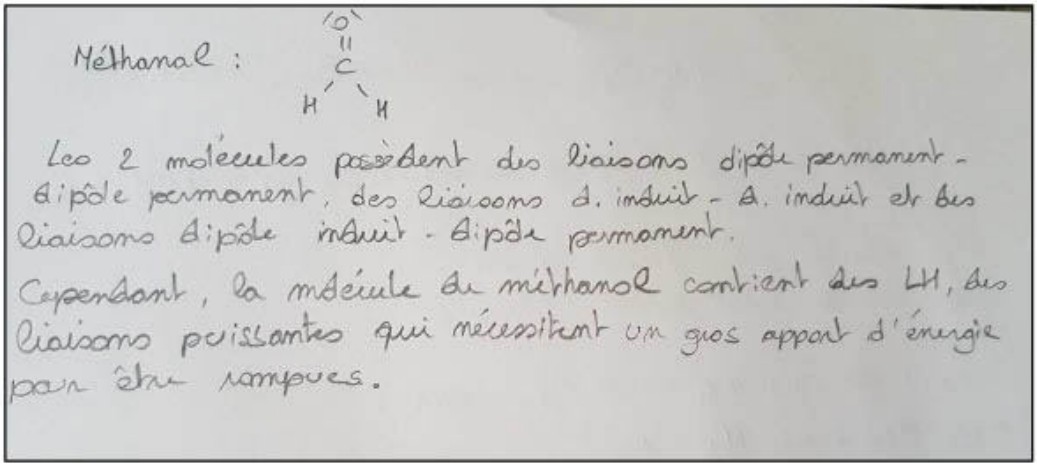
$\Rightarrow x = 0,128$ mol

$y = 0,076$ mol

$m_{\text{acide oléique}} = 78,52$ g $\Rightarrow 78,52\ \%$

$m_{\text{acide linoléique}} = 21,48$ g $\Rightarrow 21,48\ \%$

Question 2

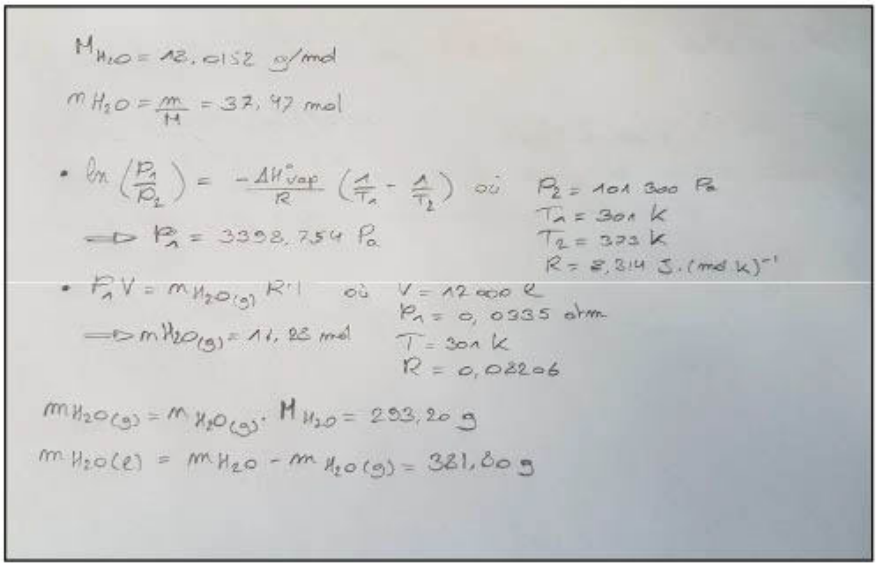


Méthanal :

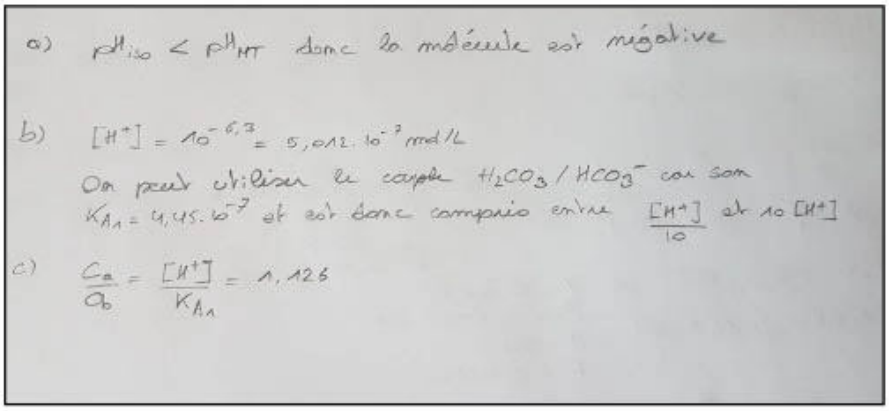
Les 2 molécules possèdent des liaisons dipôle permanent - dipôle permanent, des liaisons d. induit - d. induit et des liaisons dipôle induit - dipôle permanent.

Cependant, la molécule de méthanol contient des LH, des liaisons puissantes qui nécessitent un gros apport d'énergie pour être rompues.

Question 3



Question 4



Question 5

a) $E = E^\circ - \frac{0,059 2}{n} \log Q$ où $n = 1$

Réd : $Ag^+_{(aq)} + 1e^- \rightleftharpoons Ag_{(s)}$

ox : $Ag_{(s)} \rightleftharpoons Ag^+_{(aq)} + 1e^-$

$E_{cathode} = 0,7402\ V$
$E_{anode} = 0,6224\ V$
$\Rightarrow E = E_c - E_a = 0,1184\ V$

b) Précipitation de $Ag^+_{(aq)}$ en $AgCl_{(s)}$

$K_s = s^2 \Rightarrow s_{Ag^+} = 1,414.10^{-4}\ mol/L$

$m_{NaCl} = \frac{m_{NaCl}}{M_{NaCl}} = 1.10^{-3}\ \frac{mol}{L}$

$E_{anode} = 0,572\ V \Rightarrow E = 0,1687\ V$

Question 6

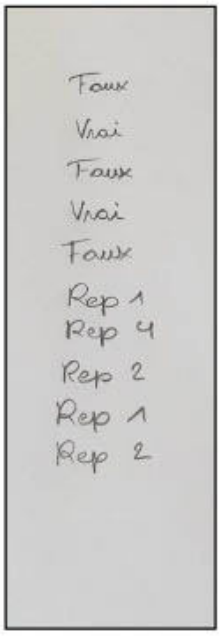
a) $K = A.\exp(-E_A/RT)$
$= 5,54.10^{-6}\ s^{-1}$

b) $K = 0,116\ s^{-1}$

c) $\ln\left(\frac{[A]_t}{[A]_0}\right) = -kt$

$\frac{[A]_t}{[A]_0} = 0,75 \Rightarrow t = 2,42\ s$

Question 7



Auditoire UD.2.120 - place N°

Année académique 2020/2021

PREMIERE ANNEE DE BACHELIER EN SCIENCES BIOLOGIQUES, CHIMIQUES, GEOGRAPHIQUES, GEOLOGIQUES, PHYSIQUES, EN SCIENCES DE L'INGENIEUR (ORIENTATION BIOINGENIEUR), MATHEMATIQUES (ORIENTATION BIOLOGIE), PREMIERE ANNEE POLYVALENTE EN SCIENCES

INTERROGATION DE CHIMIE du 4 janvier 2021

..... /20

Section et numéro de matricule :

QUESTION 1 (20 points)

Cette question validera le cas échéant les travaux personnels des étudiants en sciences physiques

La combustion complète de 100 g d'un hydrocarbure oxygéné de formule $C_xH_yO_z$ est réalisée en présence de 8,08 moles de dioxygène. La réaction produit 122 grammes d'eau ainsi que 138,7 litres de dioxyde de carbone à la température de 300 K sous une pression de 0,950 atm.
Déterminez la formule moléculaire de l'hydrocarbure, sachant que sa masse molaire vaut 74,1 g/mol.
Détaillez les étapes de votre raisonnement.

Auditoire UD.2.120 - place N°

Examen de chimie générale – CHIM-F-101 – 04 janvier 2021

/20

Section et numéro de matricule :

QUESTION 2 (20 points)

À basse température et dans des conditions spécifiques, le monoxyde d'azote et le dioxyde d'azote réagissent ensemble en recombinant leur électron célibataire pour former du trioxyde de diazote.

Structure de Lewis du monoxyde d'azote	
Structure de Lewis du trioxyde de diazote (+numérotez les deux atomes d'azote)	
Hybridation de l'atome d'azote n°1 + justification	Réponse : Justification :
Hybridation de l'atome d'azote n°2	Réponse :
Moment dipolaire	☐ Nul ☒ Non nul
Type d'interactions intermoléculaires possibles entre les molécules de trioxyde de diazote	

.....

/15

Section et numéro de matricule :

QUESTION 3 (15 points)

La couche d'ozone (O_3) est située majoritairement dans la stratosphère terrestre. Les molécules d'ozone protègent la vie sur terre en absorbant la quasi-totalité des rayonnements ultra-violets de type UVC émis par le soleil. L'énergie des photons des rayonnements UVC est telle que ceux-ci peuvent engendrer des ruptures de liaisons chimiques incompatibles avec le maintien de la vie sur terre.

L'absorption d'un photon provoque la rupture d'une liaison de la molécule d'ozone selon le mécanisme suivant :

$$O_3(g) + h\nu \rightarrow O_2(g) + O(g)$$

En considérant une absorption de photons d'une longueur d'onde unique de 255 nm et que la couche d'ozone absorbe $7{,}50\ 10^{23}$ Joules par an, déterminez la masse d'ozone (en tonnes) détruite chaque année par le soleil par ce processus.

Auditoire UD.2.120 - place N°

Examen de chimie générale – CHIM-F-101 – 04 janvier 2021

/15

Section et numéro de matricule :

QUESTION 4 (15 points)

Déterminez l'énergie de réseau (ou enthalpie réticulaire) de l'oxyde de calcium en vous aidant des données suivantes, recueillies dans divers ouvrages de physique et de chimie.
Ces valeurs sont mentionnées dans les conditions standard à 298 K :

	Ca	O
Énergie de 1ère ionisation	6,1131 eV	1313,94 kJ/mol
Énergie de 2eme ionisation	11,8717 eV	3388,67 kJ/mol
Enthalpie de capture du premier électron	Non disponible	-142 kJ/mol
Enthalpie de capture du deuxième électron	Non disponible	+844 kJ/mol
Enthalpie de sublimation	164 kJ/mol	Non applicable

L'enthalpie de dissociation du dioxygène est de 498 kJ/mol les conditions standard à 298 K.

Détaillez votre raisonnement.

Auditoire UD.2.120 - place N°

Examen de chimie générale – CHIM-F-101 – 04 janvier 2021

.....

/15

Section et numéro de matricule :

QUESTION 5 (15 points)

Un élément métallique inconnu fait l'objet d'une analyse par diffraction des rayons X. L'examen détaillé du diffractogramme révèle que l'élément cristallise dans le réseau cubique centré. L'analyse est faite à l'aide d'une source d'une longueur d'onde de 0,114 nm et le pic correspondant au plan d'indices de Miller (002) apparaît à un angle de 20,2° pour le premier ordre de diffraction.

À l'aide de ces données,

a) Déterminez la distance internucléaire entre atomes premiers voisins.

b) Calculez la masse molaire (en g/mol) de cet élément connaissant sa masse volumique : 8,57 g/cm^3. Détaillez toutes les étapes de votre calcul.

c) Déduisez de ce calcul la nature chimique de cet élément

Auditoire UD.2.120 - place N°

Examen de chimie générale – CHIM-F-101 – 04 janvier 2021

/15

Section et numéro de matricule : .....

QUESTION 6 (15 points)

Soient trois configurations électroniques de l'ion X^{2-} :

C1 : $1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^4 4s^2$

C2 : $1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^5 4s^1$

C3 : $1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^2 4s^2 3d^2$

a) Quelle est la nature chimique de l'élément X ?

b) Classez par ordre croissant d'énergie ces trois configurations électroniques en justifiant votre raisonnement.

Interrogation de Chimie du 4 janvier 2021

Question 1

- $x = \frac{n_{CO_2}}{n_{C_xH_yO_z}}$ $\qquad n_{CO_2} = \frac{P.V}{RT} = \frac{0,95.138,7}{0,082.300} = 5,35$ mol

$n_{C_xH_yO_z} = \frac{100}{74,1} = 1,35$ mol

$x = \frac{5,35}{1,35} = 3,96 \simeq 4 \rightarrow$ 4 atomes de C

- 1 mole $C_xH_yO_z \rightarrow y/2$ moles de H_2O

$\frac{y}{2} = \frac{n_{H_2O}}{n_{C_xH_yO_z}} \Leftrightarrow y = 2.\frac{n_{H_2O}}{1,35}$ $\qquad n_{H_2O} = \frac{122}{2.1,0079+15,9994} = 6,772$ mol

$= 2.\frac{6,772}{1,35} = 10,0 \rightarrow 10$

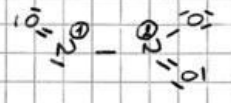
- z ? $4m_C + 10m_H + zm_O = 74,1$ g/mol

$\Leftrightarrow 4.12,0110 + 10.1,0079 + z.15,9994 = 74,1$

$\Leftrightarrow z = 0,998 \simeq 1$

$\Rightarrow C_4H_{10}O$

Question 2

- structure de Lewis du monoxyde d'azote : $|\dot{N} = O|$
- structure de Lewis du trioxyde de diazote : 
- Hybridation atome N n°1 + justification : sp^2 car 3 liens effectifs autour de cet atome
- Hybridation atome N n°2 : sp^2
- moment dipolaire : non nul
- type d'interactions intermoléculaires :
  - dipôle - dipôle
  - dipôle - dipôle induit
  - dipôle induit - dipôle induit

Question 3

$E_{photon} = h\nu = \frac{hc}{\lambda} = \frac{6,626.10^{-34}.2,998.10^8}{255.10^{-9}} = 7,790.10^{-19}$ J

$n_{photons} = \frac{7,5.10^{23}}{7,790.10^{-19}} = 9,628.10^{41} = n_{O_3}$

$\frac{n_{O_3}}{N_A}.M_{O_3} = \frac{9,628.10^{41}}{6,02252.10^{23}}.(3.15,9994) = 7,67.10^{19}$ g $= 7,67.10^{13}$ tonnes

Question 4

$Ca^{2+}(g) + O^{2-}(g)$

↑ $\Delta H^\circ_{CE1} + \Delta H^\circ_{CE2}$ — 702 kJ mol⁻¹

$Ca^{2+}(g) + O(g)$

↑ $1/2\ D_{O_2}$ — 249 kJ mol⁻¹

$Ca^{2+}(g) + \frac{1}{2} O_2(g)$

↑ $I_{1,Ca} + I_{2,Ca}$ — 1735 kJ mol⁻¹

$Ca(g) + \frac{1}{2} O_2(g)$

↑ ΔH° sublimation Ca — 164 kJ mol⁻¹

$Ca(s) + \frac{1}{2} O_2(g)$

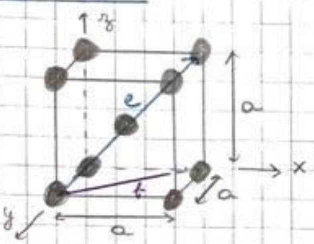
↓ $\Delta_f H^\circ_{298K}(CaO)$ — $-635,09$ kJ mol⁻¹

$CaO(s)$

↓ $\Delta_{réseau} H^\circ = 3485$ kJ mol⁻¹

$\Delta_{réseau} H^\circ = 702 + 249 + 1735 + 164 - (-635,09) = 3485$ kJ mol⁻¹

Question 5



$(001) \rightarrow x : \frac{1}{0} = \infty,\ y : \frac{1}{0} = \infty,\ z : \frac{1}{1} = \frac{1}{2}$

$n\lambda = 2d \sin\theta$ ($\theta \to 20,2°$; $n = 1$; $\lambda = 0,114$ nm; $d \to d_{002}$)

$\Leftrightarrow d_{002} = 0,165$ nm $\Rightarrow 2d = a$

$\Leftrightarrow a = 0,330$ nm

a) $e^2 = f^2 + a^2 = 3a^2$ $\quad f^2 = a^2 + a^2$

$\Leftrightarrow e = \sqrt{3}\, a$

d interatomique $= \frac{e}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot a = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot 0,330 = 0,286$ nm

b) $V_{maille} = (0,330 \text{ nm})^3 = 3,594 \cdot 10^{-2}$ nm³ $\xrightarrow{N_A}$ $2,164 \cdot 10^{22}$ nm³ $= 21,64$ cm³

cubique centré ⇒ 2 atomes / maille → $V_m = \frac{21,64}{2} = 10,82$ cm³

$M = \rho \cdot V_m = 8,57 \cdot 10,82 = 92,7274$ g mol⁻¹

c) Nb

Question 6

a) Soufre

b) 1s
2s 2p
3s 3p 3d
4s

18 e⁻ : $1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6$

$C_2 < C_1 < C_3$

Interrogation de chimie de juin 2021 : partie Q1

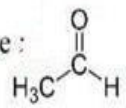
QUESTION 1 (20 points)

La plupart des autoroutes belges sont encore éclairées de nuit à l'aide d'ampoules à vapeur de sodium à basse pression. Ce type d'ampoule émet une lumière jaune-orangé caractéristique, correspondant à des photons émis à une longueur d'onde de 589 nm.
En considérant une ampoule standard libérant exclusivement ces photons à raison d'une puissance de 100 W. calculez le nombre de photons émis par une ampoule durant une nuit de 8,00 heures.

QUESTION 2 (20 points)

Les paramètres **a** et **b** de l'équation de van der Waals sont donnés ci-dessous pour l'éthanol, le propane et l'éthanal (ou acétaldéhyde). En utilisant vos connaissances, attribuez les paramètres à ces gaz.

La structure de l'éthanal est reproduite ci-contre :
Justifiez votre raisonnement.



Gaz	a / bar.L^2.mol^{-2}	B / L.mol^{-1}
1	11,37	0,08695
2	9,385	0,09044
3	12,56	0,08710

QUESTION 3 (20 points)

L'éthylène (C_2H_4) est un composé chimique utilisé massivement en milieu industriel, notamment en pétrochimie pour la fabrication de polymères. Il peut également être utilisé pour la synthèse d'éthanol par addition d'eau.

1) Écrivez l'équation de la réaction de formation de l'éthanol gazeux à partir d'éthylène gazeux et de vapeur d'eau.
2) Calculez la chaleur de réaction isobare à 25°C sous 1,00 bar. La réaction est-elle endothermique ou exothermique ? Justifiez.
3) Calculez la chaleur de réaction isochore à 25°C.
4) On suppose que la chaleur libérée à pression constante par la combustion complète d'éthanol liquide est totalement transférée à 500 g de glace à -20°C contenue dans un réacteur. Quel volume d'éthanol à 25 °C faut-il brûler pour porter le contenu du réacteur à la température de 95°C ? La pression de départ dans le réacteur vaut 1,00 bar et est maintenue constante au cours de l'opération. Tous les produits de la combustion de l'éthanol sont gazeux.

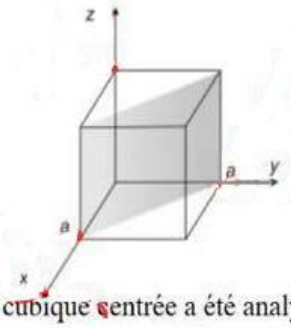
Remarque : l'enthalpie de fusion de la glace à 0°C vaut 6,07 kJ/mol, la chaleur spécifique de la glace 2,092 J/g.K. La masse volumique de l'éthanol à 25 °C vaut 0,789 g.cm^{-3}.

QUESTION 4 (20 points)

L'ion peroxynitrite est un isomère de l'ion nitrate : il possède la même formule moléculaire mais une structure différente. En sachant que le squelette de l'ion peroxynitrite est O-N-O-O, déterminez sa structure de Lewis, l'hybridation de l'atome d'azote et la charge formelle de chaque atome.

Structure de Lewis		
Hybridation de l'azote		Justification :
Charge formelle (numérotez chaque atome d'oxygène dans votre structure de Lewis)	N : O(1) : O(2) : O(3) :	

QUESTION 5 (20 points)



Un métal de structure cristalline cubique centrée a été analysé par diffraction des rayons X. La maille élémentaire et un plan sont schématisés ci-dessus.

Un rayonnement de 6,242 keV a donné, pour le plan représenté, une interférence constructive de premier ordre pour un angle incident de 26,63 degrés.

À partir de ces données et en détaillant vos démarches, déterminez :

1) les indices de Miller du plan de l'image,
2) la longueur d'onde du rayonnement incident,
3) le rayon cristallin d'un atome de cet élément.

Interrogation de chimie de juin 2021 : partie Q1

Question 1 :

$$E = h\nu = \frac{hc}{\lambda} = \frac{6{,}626.10^{-34}.\ 2{,}998.10^{8}}{589.10^{-9}} = 3{,}373.10^{-19}\ J$$

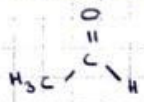
100 W = 100 J/s pendant 8 h ou 28 800 s

$\Rightarrow 28\,800 . 100 = 2{,}88.10^{6}\ J$

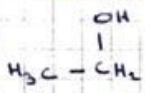
nb de photons : $\frac{2{,}88.10^{6}}{3{,}373.10^{-19}} = 8{,}54.10^{24}$ photons

Question 2 :

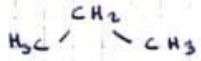
éthanal



éthanol



propane



D D → Kelson ① ← éthanal : μ, ~~LH~~
Di D → Debye ③ ← éthanol : μ, LH
Di Di → London ② ← propane : $\underset{=0}{\mu}$, ~~LH~~

Question 3 :

1) $C_2H_4(g) + H_2O(g) \rightarrow C_2H_5OH(g)$

2) $Q_p = \Delta_r H^\circ_{298K} = -235{,}10 - (-241{,}82 + 52{,}26) = -45{,}54$ kJ/mol
$\Rightarrow$ exothermique

3) $\Delta H = Q_v + \Delta(PV) \Leftrightarrow Q_v = \Delta H - \Delta(PV)$
$= \Delta H - \Delta(nRT)$
$= \Delta H - RT\,\Delta n_{gaz}$
$\hookrightarrow = 1 - 2 = -1$

$\Rightarrow Q_v = -45{,}54 - 8{,}314.10^{-3}.298.(-1)$
$= -43{,}06$ kJ/mol

4) $C_2H_5OH(l) + 3O_2(g) \rightarrow 2CO_2(g) + 3H_2O(g)$

$\Delta_r H^\circ_{298K} = 3.(-241{,}82) + 2.(-393{,}51) - (-277{,}69) = -1234{,}79$ kJ/mol

$Q_p = C_{p,glace}.m.\Delta T_1 + n\Delta H^\circ_{fus} + C_{p,eau}.n.\Delta T_2$
$= 2{,}092.500.20 + \frac{500}{18{,}02}.6{,}07.10^{3} + 75{,}29.\frac{500}{18{,}02}.95$
$= 387{,}9$ kJ

$n_{éthanol} = \frac{Q_p}{\Delta_r H^\circ} = 0{,}314$ mol

$m_{éthanol} = 0{,}314.46{,}07 = 14{,}46$ g

$V = \frac{m}{\rho} = \frac{14{,}46}{0{,}789} = 18{,}33\ cm^3$

Question 4

- Structure de Lewis : $\overset{①}{\bar{O}} = \bar{N} - \overset{②}{\bar{O}} - \overset{③}{\bar{O}}\,]^{-1}$

- hybridation de N : sp^2 car 3 liaisons effectives autour de l'atome N.

- charge formelle :
  - N : 0
  - O(1) : 0
  - O(2) : 0
  - O(3) : −1

Question 5 :

1) $h, k, l \rightarrow h = \frac{1}{x}$; $k = \frac{1}{y}$; $l = \frac{1}{z}$ $\rightarrow \frac{1}{1} = 1$; $\frac{1}{1} = 1$, $\frac{1}{\infty} = 0$

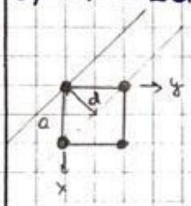
$\Rightarrow (1, 1, 0)$

2) $1\,eV = 1{,}602 \cdot 10^{-19}\,J \rightarrow 6242\,eV = 1{,}000 \cdot 10^{-15}\,J$

$E = h\nu = \frac{hc}{\lambda} \Leftrightarrow \lambda = \frac{hc}{E} = \frac{6{,}626 \cdot 10^{-34} \cdot 2{,}998 \cdot 10^{8}}{10^{-15}}$

$= 1{,}99 \cdot 10^{-10}\,m$

3) $n\lambda = 2d \sin\theta \Leftrightarrow d = \frac{1{,}99 \cdot 10^{-10}}{2 \cdot \sin 26{,}63°} = 2{,}22 \cdot 10^{-10}\,m$



$a^2 = d^2 + d^2 = 2d^2 \Leftrightarrow a = \sqrt{2}\,d = 3{,}14 \cdot 10^{-10}\,m$

r : rayon cristallin

$(4r)^2 = a^2 + (\sqrt{2}\,a)^2 = 3a^2$

$\Leftrightarrow r^2 = \frac{3a^2}{16}$

$\Leftrightarrow r = \frac{\sqrt{3}\,a}{4} = 1{,}36 \cdot 10^{-10}\,m$

EXAMEN CHIM-F101 JANVIER 2022

Partie exercices

ULB

QUESTION 1 *(40 points)* Partie exercice

Soient deux composés liquides (A et B) de formule générique $S_xO_yCl_z$. A a une masse volumique de 1,63 g/cm^3, présente une tension de vapeur de 400 mmHg à 56°C, et contient 59,6 % en masse de chlore. B a une masse volumique de 1,68 g/cm^3, présente une tension de vapeur de 477 mmHg à 56°C et contient 53% en masse de chlore.

a) Sachant que la vapeur de A a une densité de 4,107 par rapport à l'air (masse molaire 28,96 g/mol), et que A et B peuvent être considérés comme des gaz parfaits, quelle est la formule moléculaire de cette substance ?

b) Un mélange idéal à volumes égaux de A (liq) et B(liq) est placé dans une enceinte initialement vide, maintenue à 56°C. Une pression de 437 mmHg s'établit à l'équilibre.

Quelle est la fraction molaire de A dans la phase liquide ?

Quelle est la formule moléculaire de B ?

QUESTION 2 *(30 points)* Partie exercice

Les composés méthylés contenant un hétéroatome tel que O, S, N ou un halogène absorbent entre 167 et 227 nm. Certains de ces composés peuvent également servir à faire une méthylation de l'ammoniac, c'est-à-dire qu'ils peuvent réagir avec l'ammoniac afin de remplacer un ou plusieurs atomes d'hydrogène par un groupement CH_3 suivant les réactions (non équilibrées) :

$$NH_3 + CH_3X \rightarrow H_2N\text{-}CH_3$$

$$H_2N\text{-}CH_3 + CH_3X \rightarrow HN\text{-}(CH_3)_2$$

$$HN\text{-}(CH_3)_2 + CH_3X \rightarrow N\text{-}(CH_3)_3$$

$$N\text{-}(CH_3)_3 + CH_3X \rightarrow N^+\text{-}(CH_3)_4$$

a) Si une solution absorbe un rayonnement ayant une fréquence de $1{,}16.10^{15}\ s^{-1}$, quel composé méthylé contient-elle parmi ceux proposés dans le tableau suivant ?

Composé	λ_{max} (nm)	ε_{max} ($L.cm^{-1}.mol^{-1}$)
CH_3OH	167	1480
$(CH_3)_2O$	184	2520
CH_3Cl	173	200
CH_3I	258	365
$(CH_3)_2S$	229	140
CH_3NH_2	215	600
$(CH_3)_3N$	227	900

b) 250 mL de cette solution ayant une absorbance de 0,858, mesurée dans une cellule dont le chemin optique vaut 4,00 cm, sont mélangés avec 5,00 mL d'une solution d'ammoniac 25% en masse. Quelles seront les espèces présentes en solution à la fin de la réaction et leur quantité ?
(Densité ammoniac 25% = 0,892)

QUESTION 3 *(30 points)* Partie exercice

L'aniline ($C_6H_5NH_2$) se présente sous la forme d'un cycle aromatique, comme le benzène, avec une fonction amine greffée sur un des atomes de carbone. C'est un liquide dont la température d'ébullition est de 184,4°C sous 1 atm, et dont la tension de vapeur vaut 400 mmHg à 161,9°C.

a) Calculez l'enthalpie de vaporisation de l'aniline.

b) Le toluène ($C_6H_5CH_3$) présente la même structure que l'aniline, mais la fonction amine est remplacée par un groupe méthyle. Son enthalpie de vaporisation vaut 37 kJ/mol.
Dessinez les deux molécules (aniline et toluène), caractérisez les forces intermoléculaires dans les deux liquides et, sur cette base, justifiez la différence des enthalpies de vaporisation entre les deux liquides.

CHIM-f101 : examen janvier 2022

(Q1)

① a) Pour 1 mol de A :

59,6 % de Cl $\Rightarrow m_{Cl} = 118,94 \cdot 0,596 = 70,88\ g$

$\Rightarrow$ 2 Cl vu que Cl = 35, ...

$M_{tot} = 118,96\ g/mol = 2 \cdot M_{Cl} + y \cdot M_O + x \cdot M_S$

$\Rightarrow$ $\boxed{\begin{array}{l} z = 2 \\ y = 1 \\ x = 1 \end{array}}$ $\rightsquigarrow$ seules solutions possibles.

b) Fraction molaire de A dans la phase liquide :

$P_{tot} = x_A^L \cdot P_A^\circ + x_B^L \cdot P_B^\circ$

$= x_A^L \cdot P_A^\circ + (1 - x_A^L) P_B^\circ$

$\Leftrightarrow 437 = x_A^L \cdot 400 + (1 - x_A^L) \cdot 477$

$\Leftrightarrow x_A^L = 0,5195$

Formule moléculaire de B

$x_A^L = \dfrac{n_A}{n_A + n_B} = \dfrac{m_A / M_A}{\frac{m_A}{M_A} + \frac{m_B}{M_B}}$

↳ mélange à volumes égaux :

100 mL de A $\rightarrow m_A = 1,63\ g/cm^3 \cdot 100\ mL = 163\ g$

100 mL de B $\rightarrow m_B = 1,68\ g/cm^3 \cdot 100\ mL = 168\ g$

$\Leftrightarrow 0,5195 = \dfrac{163/112,94}{\frac{163}{112,94} + \frac{168}{M_B}}$ $\Leftrightarrow M_B = 132,54\ g/mol$

$m_{Cl} = 53\,\% \cdot 132,54 = 70,24\ g$ $\Rightarrow$ 2 Cl

$M_{tot} = 132,54 = x \cdot M_S + y \cdot M_O + 2 \cdot M_{Cl}$ $\Rightarrow$ $\boxed{\begin{array}{l} z = 2 \\ x = 1 \\ y = 2 \end{array}}$

(2) a) $\nu = \frac{c}{\lambda} \iff \lambda = \frac{c}{\nu} = \frac{3 \cdot 10^8 \cdot 10^9}{1,16 \cdot 10^{15}} = 258 \text{ nm}$

=> la solution contient du CH_3I

b) $A = \varepsilon \cdot l \cdot c$

$\therefore c_{CH_3I} = \frac{0,858}{365 \cdot 4} = 0,588 \cdot 10^{-3} \text{ mol/L}$

Ammoniac 25% d'ammoniac et 75% d'eau

$m_{solution\ NH_3} = 5,00 \text{ ml} \cdot 0,892 \text{ g/ml} = 4,46 \text{ g}$

$m_{NH_3} = \%_{NH_3} \cdot m_{sol\ NH_3} = 25\% \cdot 4,46 = 1,115 \text{ g}$

$n_{NH_3} = \frac{m_{NH_3}}{M_{NH_3}} = \frac{1,115}{14+3} = 6,56 \cdot 10^{-2} \text{ mol}$

	NH_3	+ CH_3X	$\longrightarrow H_2N-CH_3$	+ HI
	$n_{NH_3} = 6,56 \cdot 10^{-2}$ mol	$n = cV$ $= 0,588 \cdot 10^{-3} \cdot 250 \cdot 10^{-3}$ $= 1,469 \cdot 10^{-4}$ mol => limitant	0	0
Fin réaction	$6,56 \cdot 10^{-2} - 1,469 \cdot 10^{-4} = 0,065$ mol	0	$1,469 \cdot 10^{-4}$ mol	$1,469 \cdot 10^{-4}$ mol

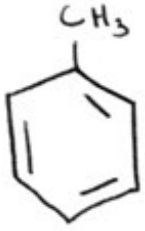
③ a) $\ln\left(\frac{P_1^\circ}{P_2^\circ}\right) = -\frac{\Delta H_{vap}}{R}\left(\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2}\right)$

↳ $\Delta H_{vap} = -\ln\left(\frac{760}{400}\right) \cdot 8,314 \cdot \left(\frac{1}{457,55} - \frac{1}{435,05}\right)^{-1}$

$= 47210,8 \text{ J/mol}$

$= 47,21 \text{ kJ/mol}$

b)



toluène

aniline

DI - DI	1
DP - DP	~0
DP - DI	~0
LH	0

DI - DI	1
DP - DP	1
DP - DI	1
LH	1

↳ interactions + fortes

$\Rightarrow \Delta H_{vap}^{+}$ élevée

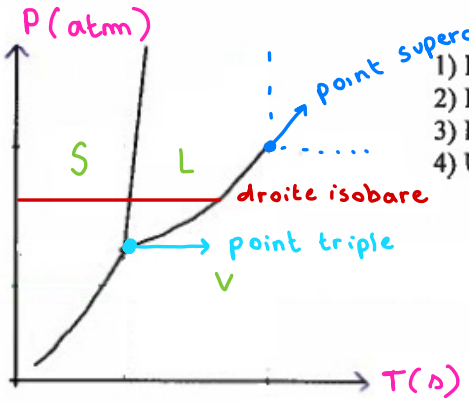
EXAMEN CHIM-F101 JANVIER 2022

Partie théorique

ULB

QUESTION 1 *(20 points)* Théorie

- Sur le diagramme des phases d'un corps pur ci-dessous, indiquez :



1) La légende pour les axes et les unités.
2) Les états de la matière dans les différentes zones du graphique.
3) La position du point triple et celle de la limite supercritique.
4) Une droite isobare traversant seulement deux états différents.
↳ pression constante

L'allure de ce graphique correspond-elle au diagramme de phase du CO_2 ou de H_2O (justifiez en 3 lignes maximum) ?

Déterminez la variance dans les conditions suivantes :

a) Au point triple $V = 1 - 3 + 2 - 0 = 0$

b) Sur la courbe d'équilibre liquide – vapeur $V = 1 - 2 + 2 - 0 = 1$

c) Dans la phase liquide uniquement $V = 1 - 1 + 2 - 0 = 2$

- Ecrivez l'équation mathématique décrivant la courbe d'équilibre solide-gaz, et explicitez chacune des grandeurs. (Soyez précis dans l'écriture des symboles.)

QUESTION 2 *(20 points)* Théorie

(a) Schématisez le diagramme d'orbitales moléculaires d'O_2 pour ses électrons de valence. Veillez à identifier les orbitales atomiques et moléculaires sur votre diagramme, indiquez l'axe d'énergie et remplissez les orbitales avec le bon nombre d'électrons.

O : $1s^2 2s^2 2p^4$ donc pour O_2 on a 12 e⁻ de valences

6 e⁻ de valences

(b) Écrivez la structure électronique correspondante.

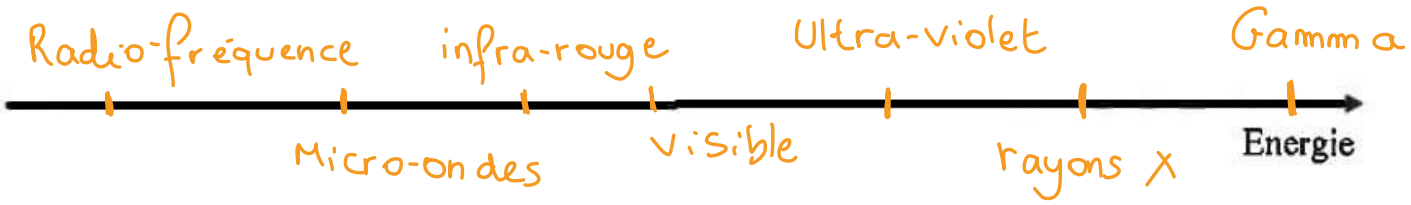
(c) Que vaut l'ordre de la liaison ? (Détaillez votre calcul.)

(d) La molécule de O_2 est-elle para ou diamagnétique ? Justifiez en 2 lignes maximum.

(e) L'ordre de liaison de O_2^+ est-il inférieur, supérieur, ou identique à celui de O_2 ? Justifiez en 2 lignes maximum.

QUESTION 3 *(15 points)* Théorie

Placez dans l'ordre d'énergie croissante, sur l'axe ci-dessous, les rayonnements Visible (Vis), Infrarouge (IR), Ultraviolet (UV), microonde (MO), X (RX), radiofréquence (RF) et gamma (γ).



Attention ⚠

On vous demande l'énergie donc $E = R \frac{c}{\lambda}$

Ainsi, + λ est grand => + l'E est petite

QUESTION 4 *(15 points)* théorie

a) Pour une solution idéale A-B, établissez mathématiquement la relation entre la fraction molaire de A en phase vapeur et la fraction molaire de A en phase liquide.

b) Si A est plus volatil que B, sa fraction molaire en phase vapeur est-elle supérieure inférieure, ou égale à celle de A en phase liquide ? (Entourez la bonne réponse et justifiez.)

QUESTION 5 (15 points) Théorie

QCM: Entourez la bonne réponse. Attention, une mauvaise réponse peut entraîner des points négatifs.

5.1. Le fer présente, à température ambiante, une maille cubique centré, représentée par l'Atomium à Bruxelles. Combien d'atomes comporte cette maille ?

- 9
- 2
- 4

5.2.

Dans l'équation de Bragg ($n\lambda = 2d\sin\theta$), utilisée en diffraction de rayons X, d représente :

- le diamètre des atomes
- la distance entre deux atomes
- la distance entre deux plans
- le diamètre du faisceau de rayons X

5.3.

Un interstice octaédrique est l'espace libre situé entre :

- 3 atomes
- 4 atomes
- 6 atomes
- 8 atomes

5.4. À molalité égale, quel sel abaisse le plus le point de congélation de l'eau ?

- chlorure de sodium
- chlorure de calcium
- nitrate d'ammonium
- chlorure de fer(III)

5.5. Le Césium se trouve dans la première colonne du tableau périodique, à la 6ième ligne. Comparé à l'azote,

- son rayon atomique est plus petit et son énergie de première ionisation est plus petite
- son rayon atomique est plus grand et son énergie de première ionisation est plus petite
- son rayon atomique est plus petit et son énergie de première ionisation est plus grande
- son rayon atomique est plus grand et son énergie de première ionisation est plus grande

QUESTION 6 *(15 points)*

Théorie

Pourquoi le CO_2 est-il un gaz à effet de serre alors qu'il ne présente pas de moment dipolaire permanent ? Justifiez en trois lignes (éventuellement avec des schémas).

EXAMEN CHIM-F101 JUIN 2022 (Q2)

Partie exercices

ULB

Ecrivez les équations ioniques nettes (s'il y a lieu) des réactions qui se produisent si on mélange les substances suivantes. Indiquez de quel type de réaction il s'agit (oxydo-réduction, acido-basique, précipitation, substitution, autre, ...). Calculez la constante d'équilibre de chaque réaction et justifiez vos valeurs

(1) CHIMIE Q2 2022 EXERCICES p. 1

120

(a) Bromure d'hydrogène (aq) et carbonate de magnésium (s) à 25°C

(b) Permanganate de potassium (aq) et hypochlorite de sodium (aq) en milieu basique à 25°C

(c) Méthane (g) et dichlore (g) pour former $CHCl_3$ et HCl (g) à 55°C, sachant que le point d'ébullition standard de $CHCl_3$ est de 61°C (négligez les éventuelles variations d'enthalpie et d'entropie avec la température).

(d) Quelle est l'enthalpie libre standard de vaporisation de $CHCl_3$ à 25°C ?

(2) /20

La constante d'équilibre de la réaction suivante vaut 0,090 à 25°C : $H_2O(g) + Cl_2O(g) \rightleftharpoons 2HClO(g)$. L'enthalpie libre standart de formation de Cl_2O vaut 97,9 kJ/mol à 25°C

(a) Calculez les valeurs (à 25°C) de l'enthalpie libre standart de réaction et de l'enthalpie libre standart de formation de l'hypochlorite d'hydrogène (gazeux).

(b) Calculez la composition (en fraction molaire) du mélange à l'équilibre si on part quantités $H_2O(g)$ et $Cl_2O(g)$

(c) Quel serait l'effet d'une augmentation de la pression totale sur la composition à l'équilibre ? (Justifiez votre réponse)

(d) Uniquement pour les étudiants que ont suivi le module 2 :
Si l'on dissout l'hypochlorite d'hydrogène dans une solution à pH bas ($<< 5$) quelle réaction a lieu ?

Et la pile suivante :

③ CHIMIE Q2 2022 EXERCICES p. 3

/20

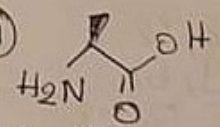
Ag(s)	AgBr(s) $[Br^-] = 0{,}1 \frac{mol}{L}$	$[XO_3^-] = 0{,}1 \frac{mol}{L}$ $[XO_4^-] = 0{,}05 \frac{mol}{L}$ pH = 4	Pt(s)

ⓐ Ecrivez les équations des réactions anodique, cathodique et globale.

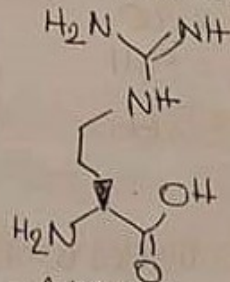
ⓑ En sachant que la force électromotrice de cette pile est de 0,822 V, déterminez par calcul la nature de l'élément X.

Des chercheurs doivent réaliser l'électrophorèse d'un échantillon comprenant un mélange de 8 acides aminés. En utilisant une solution tampon de pH = 6, ils observent la migration de 6 acides aminés vers la borne négative. En réalisant l'expérience avec une solution de pH = 3,50 2 acides aminés migrent vers la borne positive

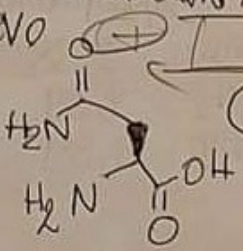
/20

(1) 

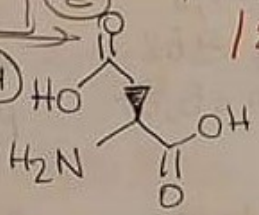
L-Alanine
pKa1 = 2,34
pKa2 = 9,69
pH iso = 6,01

(2) 

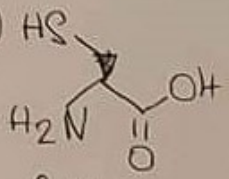
L-Arginine
pKa1 = 2,17
pKa2 = 9,04
pH iso = 10,8

(3) 

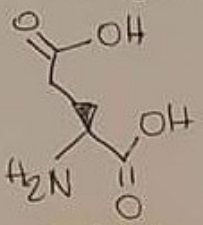
L-Asparagine
pKa1 = 2,02
pKa2 = 8,08
pH iso = 5,41

(4) 

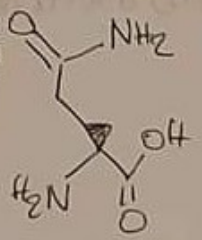
L-Acide aspartique
pKa1 = 2,19
pKa2 = 9,60
pH iso = 2,77

(5) 

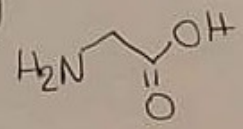
L-Cystéine
pKa1 = 1,96
pKa2 = 8,18
pH iso = 5,07

(6) 

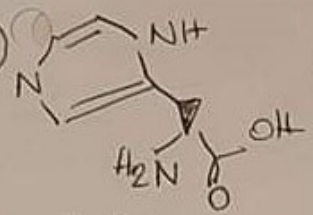
L-acide glutamique
pKa1 = 2,19
pKa2 = 9,67
pH iso = 3,22

(7) 

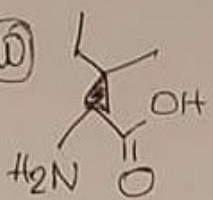
L-Glutamine
pKa1 = 2,17
pKa2 = 9,13
pH iso = 5,65

(8) 

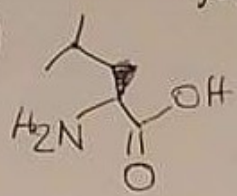
L-Glycine
pKa1 = 2,35
pKa2 = 9,60
pH iso = 5,97

(9) 

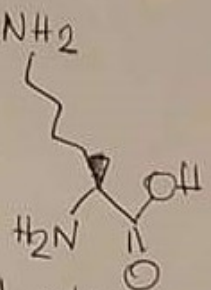
L-Histidine
pKa1 = 1,82
pKa2 = 9,17
pH iso = 7,59

(10) 

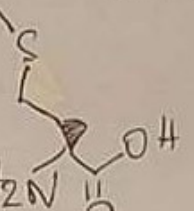
L-Isoleucine
pKa1 = 2,36
pKa2 = 9,68
pH iso = 6,02

(11) 

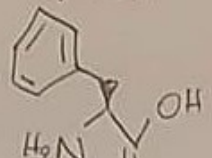
L-Leucine
pKa1 = 2,36
pKa2 = 9,60
pH iso = 5,98

(12) 

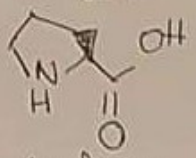
L-Lysine
pKa1 = 2,18
pKa2 = 8,95
pH iso = 9,74

(13) 

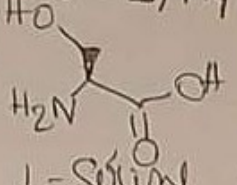
L-Méthionine
pKa1 = 2,28 pH iso
pKa2 = 9,21 = 5,74

(14) 

L-Phénylalanine
pKa1 = 1,83 pH iso
pKa2 = 9,13 = 5,98

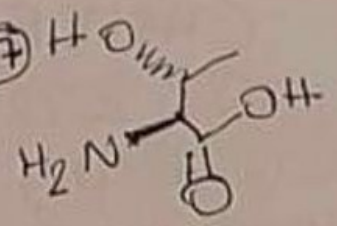
(15) 

L-Proline
pKa1 = 1,99 pH iso
pKa2 = 10,96 = 6,48

(16) 

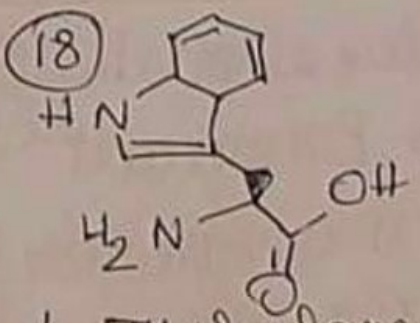
L-Sérine
pKa1 = 2,21 pH iso
pKa2 = 9,15 = 5,68

(17)



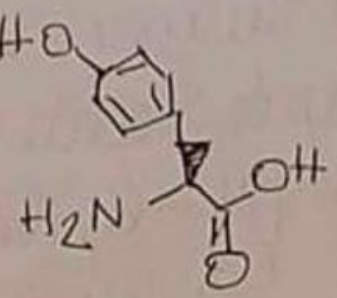
L - thréonine
$pKa_1 = 2,11$
$pKa_2 = 9,62$
$pHiso = 5,87$

(18)



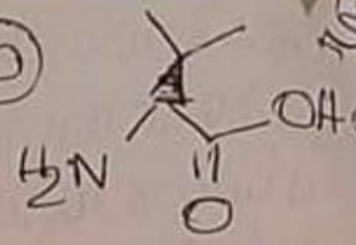
L - Tryptophane
$pKa_1 = 2,38$
$pKa_2 = 9,39$
$pHiso = 5,89$

(19)



L - Tyrosine
$pKa_1 = 2,20$
$pKa_2 = 9,11$
$pHiso = 5,66$

(20)



L - Valine
$pKa_1 = 2,32$
$pKa_2 = 9,62$
$pHiso = 5,97$

ⓐ Identifiez, sur base du tableau ci-dessus, les acides aminés contenus dans le mélange (± justification)

ⓑ Proposez sur base de vos tables de constantes, un ensemble de réactifs permettant la préparation d'une solution tampon de pH = 3,50 ainsi que les quantités (relatives) à utiliser.

La réaction $A(g) \rightarrow B(g) + 2C(g)$ a été étudiée à 25°C. En partant de A pur et en suivant la variation de la pression totale au cours du temps, les résultats suivants ont été obtenus :

CHIMIE Q2 2022

EXERCICES P. 5

(5) 120

Temps (s)	0	20	50	100	180
Pression totale (atm)	1,000	1,659	2,266	2,729	2,945

(a) A partir de ce tableau, déterminez graphiquement l'ordre de la réaction choisie et la valeur de la constante cinétique

(b) Après combien de temps la pression totale sera-t-elle égale à 2,0 atm ?

Exercice 1 :

a) $2HBr_{(aq)} + MgCO_{3(s)} \rightleftharpoons H_2CO_{3(aq)} + MgBr_2$

acide base : $CO_3^{2-} + H_3O^+ \rightleftharpoons H_2O_{(l)} + HCO_3^-{}_{(aq)}$ $\quad \frac{1}{Ka_2} = 1,78\ 10^{10}$

Précipitation : $MgCO_{3(s)} \rightleftharpoons Mg^{2+}{}_{(aq)} + CO_3^{2-}{}_{(aq)}$ $\quad K_S = 6,82 \cdot 10^{-6}$

$$MgCO_{3(s)} + H_3O^+{}_{(aq)} \rightleftharpoons HCO_3^- + Mg^{2+} + H_2O_{(l)}$$

$$K = \frac{[HCO_3^-][Mg^{2+}]}{[H_3O^+]} = \frac{K_S}{Ka_2} = 1,2 \cdot 10^5$$

b) $ClO^-{}_{(aq)} + H_2O_{(l)} + 2e^- \rightleftharpoons Cl^-{}_{(aq)} + 2\,OH^-{}_{(aq)}$ $\quad \times 2$

$MnO_4^- + 2H_2O_{(l)} + 3e^- \rightleftharpoons MnO_{2(s)} + 4\,OH^-{}_{(aq)}$ $\quad \times 3$ $\quad \} 6e^-$

$\mathcal{E}^\circ = 0,890\ V$ $\quad \mathcal{E}^\circ = 0,595\ V$

$$2MnO_{2(s)} + \cancel{8OH^-}\ {}^{2OH^-}{}_{(aq)} + 3ClO^-{}_{(aq)} + \cancel{3H_2O} \rightleftharpoons 2MnO_4^-{}_{(aq)} + \cancel{4}H_2O_{(l)} + 3Cl^-{}_{(aq)} + \cancel{6OH^-}_{(aq)}$$

On a ici une Redox ! $K = \exp\left(\frac{n.F.\Delta\mathcal{E}}{R.T}\right) = \exp\left(\frac{6\ 96485.(0,890-0,595)}{8,314 \cdot 298}\right)$

$K = 8,63 \cdot 10^{29}$

c) $6e^-$

$CH_{4(g)} + 3Cl_{2(g)} \rightleftharpoons CHCl_{3(g)} + 3HCl_{(g)}$ $\quad 3e^-$

On a encore une Redox !

$K = \exp\left(\frac{\Delta S^\circ}{R}\right) \cdot \exp\left(\frac{-\Delta U}{RT}\right) = \exp\left(\frac{-\Delta G^\circ}{RT}\right)$

$\Delta U^\circ = 3(-92,3) - 103 + 74,81 - 3.0 = -305,22\ kJ/mol$

$\Delta S^\circ = 3.186,79 + 295,7 - 186,15 + 3.222,96 = 1338,8\ J/mol.K$

$\Delta G_{328K} = -305,22.10^3 - 328,15 \cdot 1338,8 = -744547,22$

$K = \exp\left(\frac{-\Delta G^\circ}{RT}\right) = e^{277}$

d) $CHCl_{3(l)} \rightleftharpoons CHCl_{3(g)}$

On a une vaporisation !

$\Delta G^\circ = -70,4 - (-73,7) = 3,3\ kJ/mol$

Exercice 2 :

$H_2O_{(g)} + Cl_2O_{(g)} \rightleftharpoons 2HClO_{(g)}$

$\Delta_f G^\circ_{Cl_2O} = 97,9$ kJ/mol

$K = 0,09$

a) $K = \exp\left(-\frac{\Delta G^\circ}{RT}\right) \iff \ln K = -\frac{\Delta G^\circ}{RT}$

$\iff \Delta_r G^\circ = -\ln(K) \cdot RT = -\ln(0,09) \cdot 8,314 \cdot 298,15$

$= 5968,86$ J/mol

$= 6$ kJ/mol

$\Delta_r G^\circ = \sum n_p \Delta_f G^\circ(\text{prod}) - \sum n_r \Delta_f G^\circ(\text{réa})$

$\iff 6 = 2 \cdot \Delta_f G^\circ_{HClO} - \Delta_f G^\circ_{Cl_2O} - \Delta_f G^\circ_{H_2O}$

$\iff \Delta_f G^\circ_{HClO} = \frac{6 + 97,9 - 228,59}{2} = -62,36$ kJ/mol

b) * $K = \frac{(2x^2)}{(a-x)^2} \iff 0,09 = \frac{4x^2}{1-x^2-2x} \iff x = 0,13$

* $n_{tot} = a - x + a - x + 2x$

$= 2a$

$= 2 \cdot 1 = 2$ mol

* $\chi_{H_2O} = \frac{a-x}{2a} = \frac{1-x}{2} = 0,43$

$\chi_{Cl_2O} = \chi_{H_2O} = 0,43$

$\chi_{HClO} = 1 - \chi_{H_2O} - \chi_{Cl_2O} = 0,13$

c) Aucune modification car K_p ne dépend que de la T°.

d) Formation de $Cl_2(g)$.

Exercice 3 :

a) Anode : $(AgBr_{(s)} + e^- \rightleftharpoons Ag_{(s)} + Br^-) \times 2$ $\quad \mathcal{E}^\circ = 0,071\ V$

Cathode : $[XO_4^-]_{(aq)} + 2H^+_{(aq)} + 2e^- \rightleftharpoons [XO_3^-] + H_2O_{(l)}$ $\quad \mathcal{E}^\circ = ?$

$$[XO_4^-]_{(aq)} + 2H^+_{(aq)} + 2Ag_{(s)} \rightleftharpoons [XO_3^-]_{(aq)} + H_2O_{(l)} + 2Ag_{(s)} + 2Br^-_{(aq)}$$

b) $f.é.m = 0,822\ V$

$$E_{anode} = \mathcal{E}^\circ_{anode} - \frac{R.T}{n.F} \ln(0,1) = 0,071 - \frac{8,314 \cdot 298}{2 \cdot 96485} \cdot \ln(0,1)$$

$$E_{anode} = 0,130\ V$$

$$\Delta E = E_{cath} - E_{an}$$

$$\Rightarrow E_{cath} = \Delta E + E_{an} = 0,822 + 0,130 = 0,952\ V$$

$$\mathcal{E}^\circ_{cath} = E_{cath} + \frac{R.T}{n.F} \cdot \ln\left(\frac{0,1}{0,05 \cdot 10^{-4}}\right) = 1,197\ V$$

C'est donc le chlore

Exercice 4 :

a) Dans le premier mélange (pH = 6), les a.a qui migrent vers la borne négative, ont un $pH_{iso} > 6$ ainsi ceux-ci sont : Alanine, Arginine, Histidine, isoleucine, lysine et la proline ! Dans le deuxième mélange (pH = 3,5), les a.a migrent vers la borne positive ! Ils ont donc un $pH_{iso} < 3,5$ c'est donc l'acide aspartique et l'acide glutamique

b) pH = 3,5

On va prendre l'acide qui a le pKa le plus proche de 3,5 c'est donc l'acide malique avec $Ka_1 = 3,9 . 10^{-4}$ => pKa = 3,4

Vérifions notre choix :

$pH = 3,5 \rightarrow [H_3O^+] = 10^{-3,5} = 3,162 . 10^{-4}$

$\frac{[H_3O^+]}{Ka_1} = 0,810$ ✓ $10^{-1} < \frac{cb}{ca} < 10^{1}$

Exercice 5 :

	$A_{(g)} \rightarrow$	$B_{(g)} + 2C_{(g)}$	
i	1	0	0
f	$1 - x$	x	$2x$

$P_{tot} = 1 - x + x + 2x$
$= 1 + 2x$

$$x = \frac{P_{tot} - 1}{2}$$

A' 0s : $x = 0$

A' 20s : $x = \frac{1,659 - 1}{2} = 0,3295$

A' 50s : $x = \frac{2,266 - 1}{2} = 0,613$

A' 100s : $x = \frac{2,729 - 1}{2} = 0,8645$

A' 180s : $x = \frac{2,945 - 1}{2} = 0,9725$

Pour savoir l'ordre, il faut trouver le graphique linéaire

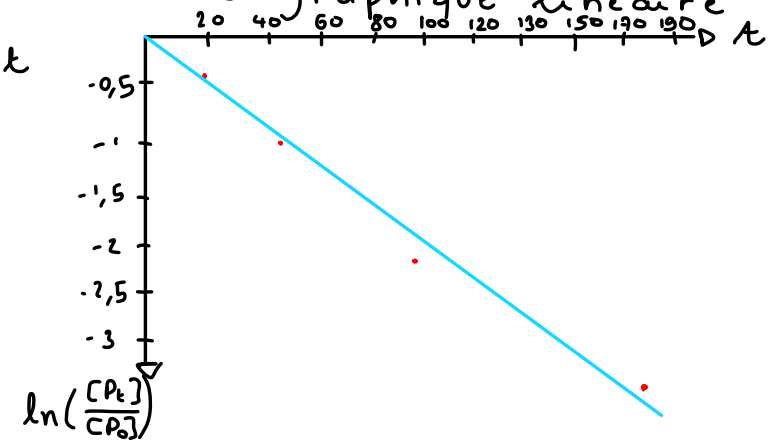
Ordre 1 : $\ln\left(\frac{[P_t]}{[P_0]}\right) = -ak.t$

A' 20s : $\ln\left(\frac{1 - 0,3295}{1}\right) = -0,400$

A' 50s : $\ln\left(\frac{1 - 0,613}{1}\right) = -0,95$

A' 100s : $\ln\left(\frac{1 - 0,8645}{1}\right) = -1,99$

A' 180s : $\ln\left(\frac{1 - 0,9725}{1}\right) = -3,59$



La courbe est linéaire donc l'ordre est 1 !

k = ?

$\ln\left(\frac{[P_t]}{[P_0]}\right) = -ak.t$

$\Leftrightarrow k = \frac{-\ln\left(\frac{[P_t]}{[P_0]}\right)}{t} = 1,9.10^{-2}\ s^{-1}$

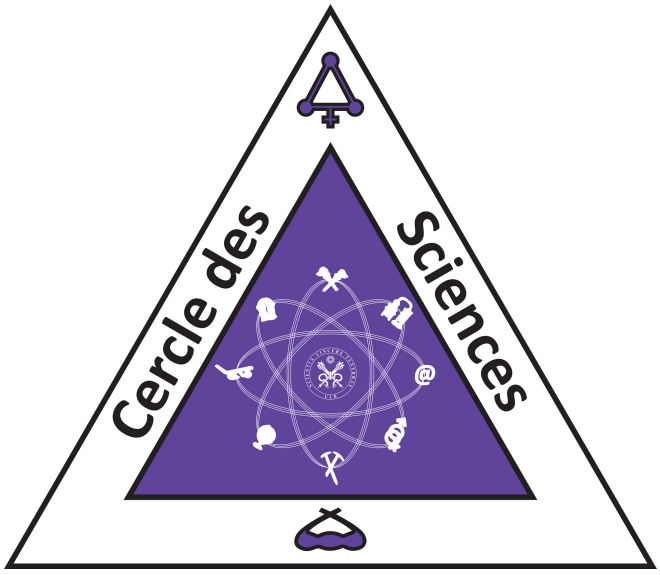
b) Pression totale = 2 atm

$t = \frac{-\ln\left(\frac{[P_t]}{[P_0]}\right)}{k} = \frac{-\ln\left(\frac{1}{2}\right)}{1,9.10^{-2}} = 34$ secondes

Math-f112 + Math-f115

Math-F112 est lui aussi un cours donné à plusieurs bacheliers en sciences!
Encore une fois, un examen facultatif en novembre vous sera proposé.
Il comptera pour 25% de votre Q1 (c'est bcp) donc passez le ;) mais si vous avez vrm un problème de temps et que vous devez ABSOLUMENT choisir entre les 3 exams de novembre, je vous conseille de passer en priorité physique et chimie <3
Le Q1 est constitué de rappels de la secondaire donc si vous avez des difficultés en maths je vous conseille de vrmnt taffer le Q1 parce que le Q2 sera plus compliqué.
Ce n'est pas spécialement un cours très dur mais ne le sous-estimez pas pour autant car c'est quand même 10 crédits!
À l'examen vous aurez des questions d'exercices mais aussi des questions de théorie pour lesquelles il faudra donc apprendre un peu de par cœur.
Les questions de théorie valent quand même un bonne partie de l'examen (~25%) donc encore une fois si vous avez des difficultés, taffez bien ces questions :)
En Mathf-112 vous aurez des cours de théorie (avec Julie), des Ex-cath 2x par semaine ET des séminaires 1x par semaine.
Dans mon année certain.e.s sont allé.e.s à tous les cours, d'autres sont juste allé.e.s aux Ex-cath/séminaires. À vous de voir ce qui vous convient le mieux ;)

Mathf-115 est un cours donné au Q2 par Joel qui est super gentil :)
Il est divisé en 3 parties: « analyse vectorielle, suite-série et algèbre linéaire »
C'était un nouveau cours en 2021-2022 donc vous n'aurez pas beaucoup d'anciens examens alors essayez de tous les faire comme entrainement comme ça vous aurez une idée de ce qu'il attend! De plus, si vous avez la chance qu'il vous donne un examen blanc FAITES LE car il ressemblera très fort à votre exam.
L'examen est divisé en 2 parties, la première est plutôt simple si vous avez fait les exercices donnés en Ex-cath car ça y ressemble BEAUCOUP.
Dans la deuxième partie vous aurez 3 grosses questions et vous devrez en choisir 2.
Elles sont plus compliquées mais elles sont divisées en sous parties pour vous guider et donc même si vous n'arrivez pas à y répondre en entier vous aurez déjà quelques points.
En gros encore une fois même si vous avez des difficultés en maths, y a toujours moyen de moyenner ;)
Bref c'est pas un cours insurmontable et personnellement j'ai vrm apprécié les cours avec Joël car on peut poser des questions et il explique plutôt bien.



Correction

Faculté des Sciences

Examen de Mathématiques — Math-F-112

(Titulaires : D. Leemans, C. Azizieh, S. Rexhep)

3 Novembre 2017

Sections: BIOL1, CHIM1, GEOG1, GEOL1, INFO1, IRBI1, SCIE1

Consignes :

- Indiquez votre nom, prénom et matricule aux endroits indiqués et sur chaque feuille que vous rendez.
- Répondez aux questions à choix multiple en noircissant la case appropriée.

Votre NOM et Prénom :

Votre section :

Votre matricule, à noircir :

☐0	☐0	☐0	☐0	☐0	☐0
☐1	☐1	☐1	☐1	☐1	☐1
☐2	☐2	☐2	☐2	☐2	☐2
☐3	☐3	☐3	☐3	☐3	☐3
☐4	☐4	☐4	☐4	☐4	☐4
☐5	☐5	☐5	☐5	☐5	☐5
☐6	☐6	☐6	☐6	☐6	☐6
☐7	☐7	☐7	☐7	☐7	☐7
☐8	☐8	☐8	☐8	☐8	☐8
☐9	☐9	☐9	☐9	☐9	☐9

Les questions qui suivent sont à choix multiple, répondez-y en cochant la case appropriée.

Question 1 Parmi les fonctions suivantes quelle est celle qui n'est ni paire ni impaire.

- ☐ $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R} : x \to x^2 + 1$
- ☐ $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R} : x \to x$
- ☐ $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R} : x \to \sin(x)$
- ☐ $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R} : x \to x^3 + x$
- ■ $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R} : x \to 2 - x$
- ☐ $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R} : x \to x^2 + 2$

Question 2 Le produit $(1, 1, 5) \times (2, 1, 0)$ vaut

- ☐ $(2, 10, -1)$
- ■ $(-5, 10, -1)$
- ☐ $(4, 3, 2)$
- ☐ $(4, 2, 7)$
- ☐ $(1, 5, 10)$
- ☐ $(3, 3, -3)$

Question 3 L'ensemble des solutions de l'équation suivante est ...

$$\sin^2(x) + 2\sin(x) + 1 = 0$$

- ☐ $\{\pi/4 + k\pi | k \in \mathbb{Z}\}$
- ■ $\{3\pi/2 + 2k\pi | k \in \mathbb{Z}\}$
- ☐ $\{2k\pi | k \in \mathbb{Z}\}$
- ☐ $\{\pi/2 + 2k\pi | k \in \mathbb{Z}\}$
- ☐ $\{\pi/4 + 2k\pi | k \in \mathbb{Z}\}$
- ☐ $\{k\pi | k \in \mathbb{Z}\}$

Question 4 Le point symétrique au point $(1, 0)$ par rapport à la droite d'equation $y = 2-x$ est le point de coordonnées

- ■ $(2, 1)$
- ☐ $(3, -1)$
- ☐ $(3, -4)$
- ☐ $(-1, 1)$
- ☐ $(0, 0)$
- ☐ $(-2, 1)$

Question 5 Si x est tel que $log_x 7 = 1/3$, x vaut

- ■ 343
- ☐ 1/343
- ☐ 49
- ☐ 1/7
- ☐ 7
- ☐ 1/49

Question 6 Combien de mots de 4 lettres peut-on former avec les lettres XYZTUV sans utiliser deux fois la même lettre ?

- ■ 360
- ☐ 240
- ☐ 180
- ☐ 45
- ☐ 720
- ☐ 28

CORRECTION

Question 7 Lesquelles des argumentations suivantes sont correctes ?

- ☐ Quand il pleut je prend mon parapluie. J'ai pris mon parapluie aujourd'hui. Donc il pleut aujourd'hui.
- ■ Tous les rubis sont rouges, et toutes les émeraudes vertes. Une pierre précieuse bleue n'est donc ni un rubis, ni une émeraude.
- ☐ Tout étudiant étudie durant le week-end. Jacques travaille le vendredi. Jacques n'est donc pas étudiant.
- ☐ Aucun étudiant ne possède une voiture. Donc aucun conducteur n'est étudiant.
- ☐ Tout étudiant a le droit de vote. Hélène n'a pas voté, Elle n'est donc pas une étudiante.

Question 8 L'équation du plan de $\mathbb{R}^3$ passant par $a = (1, 4, 2)$ et perpendiculaire à la droite passant par les points $b = (1, 2, -1)$ et $c = (1, 1, 1)$ est

- ☐ $x + 2y + z = 16$
- ☐ $z = 5$
- ☐ $y - 2z = 6$
- ☐ $x + y + z = 12$
- ☐ $x + z = 8$
- ■ $y = 2z$

Question 9 Le sinus de l'angle $-7\pi/6$ vaut

- ☐ $\sqrt{3}/2$
- ☐ $-\sqrt{3}/2$
- ☐ $-1/2$
- ☐ $-\sqrt{2}/2$
- ■ $1/2$
- ☐ $\sqrt{2}/2$

Question 10 Pour quelle(s) valeur(s) de λ, la droite de R^3 d'équation

$$\frac{x-2}{2} = \frac{y-3}{3} = \frac{z-4}{\lambda}$$

est-elle parallèle au plan d'équation $x + y + z = 0$.

■ -5 ☐ -2 ☐ 0 ☐ 5 ☐ -4 ☐ 3

Math-F-112 – Mathématiques

L'examen comprend 5 questions valant chacune 10 points.

Toutes vos réponses doivent être **soigneusement justifiées**.

Vous pouvez utiliser UNIQUEMENT de quoi écrire.

Répondez à chaque question sur la page correspondante.

Inscrivez vos nom, prénom, matricule ci-dessous ET sur chaque feuille de réponse.

NOM, PRENOM:

MATRICULE:

SECTION:

Question 1		/10
Question 2		/10
Question 3		/10
Question 4		/10
Question 5		/10
Total		/50

1. (10 points) Prouver l'égalité

$$\sum_{i=0}^{n} i^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}.$$

Testons d'abord cette égalité pour $n = 0$. Elle donne $0 = 0$.

Supposons ensuite que l'égalité est vérifiée pour n et montrons qu'alors elle est aussi vérifiée pour $n + 1$.

$$\begin{aligned}
\textstyle\sum_{i=0}^{n+1} i^2 &= (n+1)^2 + \textstyle\sum_{i=0}^{n} i^2 \\
&= (n+1)^2 + \tfrac{n(n+1)(2n+1)}{6} \\
&= (n+1)\tfrac{6(n+1)+n(2n+1)}{6} \\
&= (n+1)\tfrac{6(n+1)+2n^2+n}{6} \\
&= (n+1)\tfrac{2n^2+7n+6}{6} \\
&= (n+1)\tfrac{(2n+3)(n+2)}{6} \\
&= \tfrac{(2(n+1)+1)(n+1)((n+1)+1)}{6}
\end{aligned}$$

2. (10 points) Démontrer que la droite d'équation $2x + y + 3 = 0$ coupe le segment limité par les points $a = (-5, 1)$ et $b = (3, 7)$.

   Le point de coordonnées $(-5, 7)$ est sur la droite. Il est au dessus du point a. Le point de coordonnées $(3, -9)$ est aussi sur la droite. Il est en-dessous de b. La droite doit donc nécessairement couper le segment limité par les points a et b.

3. (10 points) Considérons la fonction

$$f : \mathbb{R} \to \mathbb{R} : x \mapsto \lceil x \rceil - \sqrt{x}.$$

(a) Déterminer en quels points de $\mathbb{R}$ cette fonction est continue.

(b) Etudier la croissance de cette fonction.

(a) Il faut d'abord noter que pour que cette fonction soit définie, il faut que x soit un nombre positif à cause de la racine carrée. Pour tout réel non entier, la fonction f est une différence de fonctions continues, et donc elle est continue. Pour les entiers positifs, la fonction est clairement discontinue car la limite à gauche et la limite à droite diffèrent de 1. La réponse est donc l'ensemble des réels positifs non entiers.

(b) La dérivée ne peut être calculée que pour les points où la fonction est continue. En ces points, le plafond est une constante et donc sa dérivée vaut 0. La dérivée de f est donc $-\frac{1}{2\sqrt{x}}$ et la fonction est donc toujours décroissante sur les réels non entiers.

4. (10 points) Calculer en utilisant le développement de Taylor de $y = \sin x$ au voisinage de $x = \pi/6$ une valeur approchée de $\sin 32^o$ (se limiter au terme du second degré).

   L'angle $\pi/6$ est un angle de 30 degrés. $32^o - 30^o = 2^o$. Comme π correspond à 180°, 2° correspond à $\pi/90$.

   Le développement de Taylor du 2ème degré de $\sin x$ au voisinage de $\pi/6$ vaut donc

$$\sin(\pi/6) + \cos(\pi/6)(\pi/90) - \sin(\pi/6)(\pi/90)^2/2$$

5. (10 points) Calculer

$$\int_0^{\sqrt{e-1}} \frac{4x}{1+x^2} dx.$$

On pose $t = 1 + x^2$ et donc $dt = 2xdx$. On remplace dans l'intégrale en recalculant les bornes. Quand $x = 0$, $t = 1$ et quand $x = \sqrt{e-1}$, $t = 1 + e - 1 = e$. L'intégrale devient

$$\int_1^e \frac{2}{t} dt = [2 \ln |t|]_1^e = 2 \ln e - 2 \ln 1 = 2.$$

CORRECTION

Faculté des Sciences

Examen de Mathématiques — Math-F-112

(Titulaires : B. Premoselli, J. de Saedeleer, C. Lecoutre)

31 Octobre 2018

Sections: BIOL1, CHIM1, GEOG1, GEOL1, INFO1, IRBI1, SCIE1

Consignes :

- Indiquez votre nom, prénom et matricule aux endroits indiqués et sur chaque feuille que vous rendez.
- Répondez aux questions à choix multiple en noircissant la case appropriée.

Votre NOM et Prénom :

Votre section :

Votre matricule, à noircir :

☐0	☐0	☐0	☐0	☐0	☐0
☐1	☐1	☐1	☐1	☐1	☐1
☐2	☐2	☐2	☐2	☐2	☐2
☐3	☐3	☐3	☐3	☐3	☐3
☐4	☐4	☐4	☐4	☐4	☐4
☐5	☐5	☐5	☐5	☐5	☐5
☐6	☐6	☐6	☐6	☐6	☐6
☐7	☐7	☐7	☐7	☐7	☐7
☐8	☐8	☐8	☐8	☐8	☐8
☐9	☐9	☐9	☐9	☐9	☐9

Les questions qui suivent sont à choix multiple, répondez-y en cochant la case appropriée.

Question 1 Que vaut $\sin(\frac{\pi}{6} + x)$?

- ■ $\frac{1}{2}\cos x + \frac{\sqrt{3}}{2}\sin x$
- ☐ $\frac{1}{2}\sin x + \frac{\sqrt{3}}{2}\cos x$
- ☐ $\cos x$
- ☐ $-\sin x$
- ☐ $\frac{1}{2}\cos x - \frac{\sqrt{3}}{2}\sin x$
- ☐ $\frac{1}{2}\sin x - \frac{\sqrt{3}}{2}\cos x$

Question 2 Parmi les fonctions suivantes, quelle est celle qui n'est pas surjective ?

- ☐ $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}_+, x \mapsto x^2$
- ☐ $f : \mathbb{R}_+ \to \mathbb{R}_+, x \mapsto x^2$
- ☐ $f : \mathbb{R} \to [-1, 1], x \mapsto \sin x$
- ☐ $f : \mathbb{R}_+ \to \mathbb{R}_+, x \mapsto \sqrt{x}$
- ☐ $f : \mathbb{R}_+ \to \mathbb{R}_+, x \mapsto \sqrt[3]{x}$
- ■ $f : \mathbb{R}_+ \to \mathbb{R}, x \mapsto x^2$

Question 3 Dans le plan, le point symétrique au point $(1, 0)$ par rapport à la droite d'équation $y = 3 - x$ est le point de coordonnées

- ■ $(3, 2)$
- ☐ $(3, -4)$
- ☐ $(-1, 1)$
- ☐ $(0, 0)$
- ☐ $(-3, 2)$
- ☐ $(2, 1)$

Question 4 Le produit vectoriel $(-2, 1, 0) \times (3, 1, 4)$ vaut

- ☐ $(3, 3, -3)$
- ☐ $(2, 10, -1)$
- ☐ $(4, 2, 7)$
- ☐ $(4, 3, 2)$
- ■ $(4, 8, -5)$
- ☐ $(1, 5, 10)$

Question 5 L'équation $x^2 - 6x + y^2 - 8y = 0$ est celle d'un cercle

- ■ de centre $(3, 4)$ et de rayon 5
- ☐ de centre $(4, 5)$ et de rayon 3
- ☐ de centre $(1, 2)$ et de rayon 7
- ☐ de centre $(0, 0)$ et de rayon 5
- ☐ de centre $(0, 0)$ et de rayon 2
- ☐ de centre $(4, 3)$ et de rayon 5

Question 6 Parmi les fonctions suivantes quelle est celle qui n'est ni paire ni impaire ?

- ☐ $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R} : x \to x^2 + 2$
- ☐ $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R} : x \to \cos(x)$
- ☐ $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R} : x \to x^3 + 3x$
- ■ $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R} : x \to x^2 - x$
- ☐ $f : \mathbb{R}\backslash\{0\} \to \mathbb{R} : x \to 1/x$
- ☐ $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R} : x \to x^2 + 1$

Correction

Question 7 Laquelle des argumentations suivantes est correcte ?

- ☐ Quand il pleut je prends mon parapluie. J'ai pris mon parapluie aujourd'hui. Donc il pleut aujourd'hui.
- ☐ Tout homme est mortel. Socrate est mortel. Donc Socrate est un homme.
- ☐ Tout étudiant étudie durant le week-end. Jacques travaille le vendredi. Jacques n'est donc pas étudiant.
- ☐ Tous les rubis sont rouges, et toutes les émeraudes vertes. Une pierre précieuse verte ou rouge est donc un rubis ou une émeraude.
- ■ Toute étudiante a le droit de vote. Hélène est étudiante. Elle a donc le droit de vote.

Question 8 Combien de tas de 5 lettres peut-on former avec les lettres XYZTUVW sans utiliser deux fois la même lettre ?

- ☐ 240
- ■ 21
- ☐ 360
- ☐ 15
- ☐ 2520
- ☐ 720

Question 9 Le cosinus de l'angle $-7\pi/6$ vaut

- ☐ $1/\sqrt{3}$
- ☐ $-1/2$
- ☐ $1/2$
- ■ $-1/\sqrt{3}$
- ☐ $-\sqrt{3}/2$
- ☐ $\sqrt{3}/2$

Question 10 Quelle est l'équation du plan de $\mathbb{R}^3$ passant par $a = (1, 1, 1)$ et perpendiculaire à la droite passant par les points $b = (1, 2, -1)$ et $c = (-1, -1, 3)$?

- ☐ $z = 5$
- ☐ $x + 2y + z = 16$
- ☐ $x + z = 8$
- ■ $-2x - 3y + 4z + 1 = 0$
- ☐ $x + y + z = 12$
- ☐ $y - 2z = 6$

Module S – Examen blanc 2018

1) On considère le champ de vecteurs f défini sur $\mathbb{R}^3$ par :

$$f: \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3: (x, y, z) \mapsto (z^2, xyz, y)$$

   a) Calculer la divergence et le rotationnel de ce champ en un point (x, y, z)quelconque de $\mathbb{R}^3$;
   b) Calculer le flux de ce champ de vecteur à travers la sphère de rayon 1 centrée en l'origine (0,0,0) , orientée vers l'extérieur :

$$\oiint_S f.dS$$

   (Aide : utiliser le théorème de la divergence).

2) On considère la suite (x_n) définie par :

$$x_n = \frac{\ln(n^n)}{n!} \; pour \; n \geq 1$$

   a) Calculer la limite de cette suite : $\lim_{n\to\infty} x_n$
   b) On considère maintenant la série correspondante :

$$\sum_{n=1}^{\infty} x_n.$$

   Cette série est-elle convergente ? convergente absolument ?

3) On considère l'application linéaire suivante de $\mathbb{R}^3$ dans $\mathbb{R}^3$ (aussi appelé opérateur linéaire sur $\mathbb{R}^3$) :

$$L: \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3: (x, y, z) \mapsto (3x, 2y + z, x - z)$$

   a) Quelle est la matrice de L dans la base canonique de $\mathbb{R}^3$?
   b) Les vecteurs (3,0,1), (0,2,0) et (0,1,-1) sont-ils linéairement indépendants ?
   c) Chercher les valeurs propres de cet opérateur linéaire, et chercher les vecteurs propres (sous-espaces propres) associés.
   d) Le noyau de cette application est-il réduit à {(0,0,0)} ? L est-elle injective ? Surjective ?

Note : ceci n'est pas un examen, et ne fera en particulier pas l'objet d'une correction individuelle, et aucune note n'y sera attribuée. Il constitue uniquement un exemple de questions du niveau de celles de l'examen portant sur la matière vue dans le module S du cours MATHF112/MATHF1112.

Examen blanc 2018

① $f: \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3 : (x,y,z) \mapsto (z^2, xyz, y)$.

a) $\operatorname{div} f = \frac{\partial f_1}{\partial x} + \frac{\partial f_2}{\partial y} + \frac{\partial f_3}{\partial z}$

$= \frac{\partial z^2}{\partial x} + \frac{\partial xyz}{\partial y} + \frac{\partial y}{\partial z} = 0 + xz + 0 = xz$

$$\operatorname{rot} f = \begin{vmatrix} \vec{e_1} & \vec{e_2} & \vec{e_3} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ z^2 & xyz & y \end{vmatrix} = (1-xy)\vec{e_1} + 2z\vec{e_2} + yz\vec{e_3}$$

↳ c'est le champ de vecteurs :

$\operatorname{rot} f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3 : (x,y,z) \mapsto (1-xy, 2z, yz)$.

b) flux à travers sphère rayon 1 centrée en $(0,0,0)$:

$$\oint\!\!\oint_S f \cdot dS = \iiint_V \operatorname{div} f \, dx\,dy\,dz$$ (Thm de la divergence)

S : surface fermée orientée vers l'extérieur

V : volume délimité par la sphère = boule rayon 1 centrée en $(0,0,0)$

↳ $\{(x,y,z) \mid x^2+y^2+z^2 \leq 1\} = V$

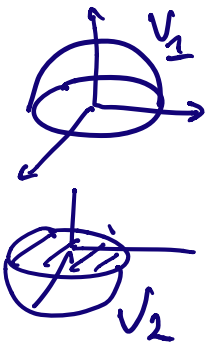
$$\iiint_V xz \, dx\,dy\,dz = ?$$

- En fait, on pouvait directement calculer cette intégrale en utilisant le fait que $z \mapsto z$ est impaire, et que de ce fait :

$$\iiint_V xz \, dx\,dy\,dz = \iiint_{V_1} xz \, dx\,dy\,dz + \iiint_{V_2} xz \, dx\,dy\,dz$$

où $V_1 = \{(x,y,z) \mid x^2+y^2+z^2 \leq 1 \text{ et } z \geq 0\}$

$V_2 = \{ \ldots \ldots \text{ et } z \leq 0\}$



et en utilisant le chgt de variable :

$$\begin{cases} u = x \\ v = y \\ w = -z \end{cases}$$

constater que $\iiint_{V_2} xz \, dx\,dy\,dz = -\iiint_{V_1} xz \, dx\,dy\,dz$,

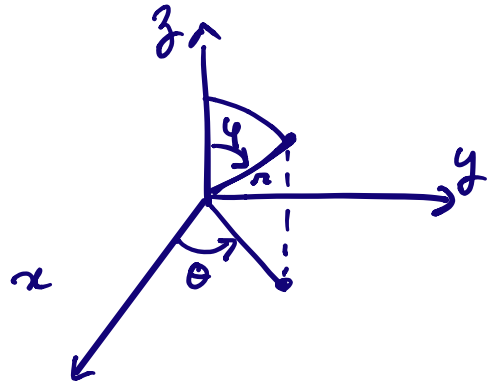
ce qui implique que l'intégrale est nulle.

- Si on ne voit pas cela tout de suite, on peut aussi explicitement calculer l'intégrale en passant aux coord. sphériques :

↳ car le domaine est une boule

$$\begin{cases} x = r\cos\theta\sin\varphi \\ y = r\sin\theta\sin\varphi \\ z = r\cos\varphi \end{cases}$$

$(r,\theta,\varphi) \in [0,1] \times [0,2\pi] \times [0,\pi]$



le jacobien de ce chgt de variable s'obtient comme le dét. de la matrice jacobienne associée :

$$\begin{vmatrix} \cos\theta\sin\varphi & -r\sin\theta\sin\varphi & r\cos\theta\cos\varphi \\ \sin\theta\sin\varphi & r\cos\theta\sin\varphi & r\sin\theta\cos\varphi \\ \cos\varphi & 0 & -r\sin\varphi \end{vmatrix}$$

$= \dots = r^2\sin\varphi$

(! bon à savoir, de même que les jacobiens associés aux coord. polaires (r) et cylindriques (r))

Formule de chgt de variable :

$$\iiint_V f(x,y,z)\,dx\,dy\,dz = \iiint_{V'} r^2\cos\theta\sin\varphi\cos\varphi\,|r^2\sin\varphi|\,dr\,d\theta\,d\varphi$$

où $V' = [0,1] \times [0,2\pi] \times [0,\pi]$

↳ rectangle de dim 3

Par le thm de Fubini, cette dernière intégrale vaut :

$$\left(\int_0^1 r^4\,dr\right)\cdot\left(\int_0^{2\pi}\cos\theta\,d\theta\right)\cdot\left(\int_0^{\pi}\sin\varphi\,|\sin\varphi|\cos\varphi\,d\varphi\right) \quad (*)$$

(l'expression est toute simple car on intègre sur un rectangle en 3D le produit de 3 fonctions ne faisant intervenir qu'une seule variable à chaque fois : r^4, $\cos\theta$ et $\sin\varphi\,|\sin\varphi|\cos\varphi$).

Or, $\int_0^{2\pi}\cos\theta\,d\theta = 0$ (c'est $[\sin\theta]_0^{2\pi} = 0-0$)

Donc cette intégrale vaut 0.

(*) Si vous ne voyez pas cela, appliquez bêtement Fubini comme suit :

$$\int_0^1 dr\left(\int_0^{\pi} d\varphi\left(\int_0^{2\pi} r^4\cos\theta\,\sin\varphi\,|\sin\varphi|\cos\varphi\,d\theta\right)\right)$$

$$= \int_0^1 dr\, r^4\left(\int_0^{\pi}\sin\varphi\,|\sin\varphi|\cos\varphi\,d\varphi\left(\underbrace{\int_0^{2\pi}\cos\theta\,d\theta}_{=0}\right)\right)$$

$= 0$.

(2) a) $x_n = \dfrac{\ln(n^n)}{n!}$, $n \geq 1$.

Que vaut $\lim x_n$? (note: pour les suites, comme la limite est toujours pour $n \to \infty$, on évite souvent "$\lim x_n$" au lieu de "$\lim_{n\to\infty} x_n$")

Soit $n \geq 1$ naturel.

$$0 \leq |x_n| = x_n = \frac{n \ln n}{n!} = \frac{\ln n}{(n-1)!} \leq \frac{\ln n}{n-1}$$

car $(n-1)! \geq n-1$ $\forall n \geq 1$

(démontrée générale, $n! \geq n$ $\forall n \geq 1$:

si $n \geq 1$: $n! = n \underbrace{(n-1)!}_{\geq 1} \geq n$).

Quand on voit cela, et quand on sait que $\ln(n)$ tend vers $+\infty$ beaucoup + lentement que la fonction $n-1$, on "sent" que $\frac{\ln n}{n-1}$ va tendre vers 0 (car $\ln n$ est beaucoup + petit que $n-1$ quand n est "grand").

Montrons-le formellement :

$\lim \dfrac{\ln n}{n-1} = ?$ c'est un cas $\dfrac{\infty}{\infty}$.

On va appliquer la règle de l'Hospital à la lim de la fonction réelle $x \mapsto \frac{\ln x}{x-1}$:

$$\lim_{x \to +\infty} \frac{\ln x}{x-1} = \lim_{+\infty} \frac{\frac{1}{x}}{1} = \lim_{+\infty} \frac{1}{x} : \text{Cas } \frac{1}{+\infty},$$

cette lim vaut donc 0 par les règles de calcul sur les limites.

Donc la suite $\frac{\ln n}{n-1}$ tend aussi vers 0.

Donc par le test de comparaison ("thm des sandwich") :

$$0 \leq \lim |x_n| = \lim x_n \leq \lim \frac{\ln n}{n-1} = 0,$$

donc $\lim x_n = 0$.

b) Convergence de $\sum \frac{\ln(n^n)}{n!}$: (série à termes positifs)

On essaie le critère du quotient (souvent ça marche bien dès qu'il y a des factorielles) :

$$\lim_{n \to \infty} \frac{\ln((n+1)^{n+1})}{(n+1)!} \frac{n!}{\ln(n^n)}$$

$$= \lim \frac{n+1}{n} \frac{\ln(n+1)}{\ln(n)} \frac{n!}{(n+1)n!}$$

$$= \lim \left(1+\frac{1}{n}\right) \cdot \frac{\ln(n+1)}{\ln(n)} \frac{1}{n+1}$$

- $\lim \left(1+\frac{1}{n}\right) = 1 + \lim \underbrace{\frac{1}{n}}_{\cos \frac{1}{\infty} \to 0} = 1 + 0 = 1$

- $\lim \frac{1}{n+1} = 0$ (cas $\frac{1}{\infty}$ à nouveau)

- $\lim \frac{\ln(n+1)}{\ln(n)} = ?$ Cas $\frac{\infty}{\infty} \to$ l'Hospital

appliqué à la fonction d'une variable réelle

$$x \mapsto \frac{\ln(x+1)}{\ln(x)}$$

$$\lim_{x \to +\infty} \frac{\ln(x+1)}{\ln(x)} = \lim_{x \to +\infty} \frac{\frac{1}{x+1}}{\frac{1}{x}} = \lim_{x \to +\infty} \frac{x}{x+1}$$

($\cos \frac{\infty}{\infty}$)

$$= \lim \frac{1}{1} = 1.$$

↓ encore l'Hospital

La lim d'un produit étant égale au produit des limites (lorsque ces différents limites existent dans $\mathbb{R}$), on obtient :

$$\lim \left(\left(1+\frac{1}{n}\right) \frac{\ln(n+1)}{\ln n} \frac{1}{n+1} \right) =$$

$$= \lim \left(1+\frac{1}{n}\right) \cdot \lim \frac{\ln(n+1)}{\ln n} \cdot \lim \frac{1}{n+1}$$

$$= 1 \cdot 1 \cdot 0 = 0.$$

Par le critère du quotient, notre série converge donc absolument (ainsi que simplement).

↓

ici la conv. simple revient à la conv. absolue car c'est une série à termes ≥ 0).

(3) On considère l'application linéaire suivante de $\mathbb{R}^3$ dans $\mathbb{R}^3$:

$$L : \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}^3 : (x,y,z) \longmapsto (3x, 2y+z, x-z).$$

a) Il s'agit des composants des images de $\overline{e_1} = (1,0,0)$, $\overline{e_2} = (0,1,0)$ et $\overline{e_3} = (0,0,1)$ écrits en colonne :

$$L(\overline{e_1}) = L(1,0,0) = (3,0,1)$$
$$L(\overline{e_2}) = (0,2,0)$$
$$L(\overline{e_3}) = (0,1,-1)$$

la matrice s'écrit donc : $\begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$

b) Vecteurs linéairement indépendants ?

Une manière de voir cela est de repartir de la déf de vecteurs lin. indépendants :

$$\lambda(3,0,1) + \mu(0,2,0) + \gamma(0,1,-1) = (0,0,0)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3\lambda = 0 \\ 2\mu + \gamma = 0 \\ \lambda - \gamma = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \lambda = 0 \\ \mu = 0 \\ \gamma = 0 \end{cases}$$

$\Rightarrow$ oui, les vecteurs sont bien lin^t indépendants car la seule sol. est $\lambda = \mu = \gamma = 0$.

On aurait pu aussi calculer le déterminant de la matrice constituée par ces vecteurs et constater que celui-ci est non nul.

c) Vecteurs propres :

$$\begin{vmatrix} 3-\lambda & 0 & 0 \\ 0 & 2-\lambda & 1 \\ 1 & 0 & -1-\lambda \end{vmatrix} = 0 \Leftrightarrow (3-\lambda)(2-\lambda)(-1-\lambda) = 0$$

$$\Leftrightarrow \lambda = 3 \text{ ou } \lambda = 2 \text{ ou } \lambda = -1$$

$\Rightarrow$ 3 valeurs propres : 3, 2 et -1.

- Sous-espace propre associé à 3 : V_3 :

$$\begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3x \\ 3y \\ 3z \end{pmatrix}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \cancel{3x = 3x} \\ 2y + z = 3y \\ x - z = 3z \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = z \\ x = 4z \end{cases}$$

$$\Rightarrow V_3 = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \mid y = z \text{ et } x = 4z\}$$

c'est une droite (intersection de 2 plans).
Il est engendré par n'importe lequel de ses vecteurs non nuls (par ex. par $(4,1,1)$).

- Sous-espace propre associé à la V.P. 2 (V_2) :

$$\begin{cases} 3x = 2x \\ 2y + z = 2y \\ x - z = 2z \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ \cancel{z = 2y} \\ z = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ z = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow V_2 = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \mid x = 0 \text{ et } z = 0\}$$

Autrement, c'est l'intersection de 2 plans, c'est une droite.
Il est engendré par exemple par le vecteur $(0,1,0)$. $(V_2 = \langle (0,1,0) \rangle)$

- Sous-espace propre associé à la V.P. -1 (V_{-1}).

$$\begin{cases} 3x = -x \\ 2y + z = -y \\ x - z = -z \end{cases} \quad \begin{cases} x = 0 \\ 3y + z = 0 \\ \cancel{x = 0} \end{cases}$$

$\Rightarrow V_{-1} = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \mid x=0 \text{ et } 3y+z=0\} = \langle (0,1,-3) \rangle$

Il est engendré par le vecteur $(0,1,-3)$.

d) le noyau de L est réduit à $(0,0,0)$ car on a vu que on était pas valeur propre.

Donc L est injective. Comme $L : \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}^3$,

la dim de l'espace vectoriel de départ ($\mathbb{R}^3$) est 3,

et par le Thm du rang

$$\begin{array}{ccccc} \dim(\mathbb{R}^3) & = & \dim \ker L & + & \dim \operatorname{Im} L \\ \| & & \| & & \\ 3 & & 0 & & \end{array}$$

$\Rightarrow \dim \operatorname{Im} L = 3$.

Donc $\operatorname{Im} L$ est un sous-espace vectoriel de $\mathbb{R}^3$ de dim 3. C'est donc $\mathbb{R}^3$ tout entier.

Donc L surjective.

(si W sous-espace de V avec $\dim W = \dim V (< \infty)$ alors $W = V$).

(L est en fait une bijection).

Math-F-112 – Mathématiques

Modules T et S du Q2

BIOL1 – CHIM1 – IRBI1 – SCIE1

L'examen comprend 5 questions valant chacune 10 points.
Toutes vos réponses doivent être **soigneusement justifiées**.
Vous pouvez utiliser UNIQUEMENT de quoi écrire.
Répondez à chaque question sur la page correspondante.
Inscrivez vos nom, prénom, matricule ci-dessous ET sur chaque feuille de réponse.

NOM, PRENOM:

MATRICULE:

SECTION:

Question 1		/10
Question 2		/10
Question 3		/10
Question 4		/10
Question 5		/10
Total		/50

1. (10 points) Soit l'équation différentielle

$$y'(x) - y(x)\sin(x)\cos(x) = e^{\sin^2(x)}.$$

   (a) Trouver une solution particulière de cette équation.

   (b) Résoudre l'équation homogène associée.

   (c) Donner la solution générale de l'équation.

   (d) Résoudre le problème de Cauchy pour $y(1) = 0$.

2. (10 points) Intégrer la fonction $f(x, y) = y + xy$ sur le domaine $D = \{(x, y) \in R^2 | x^2 + y^2 \leq r_0^2, x \geq 0, y \geq 0\}$ où r_0 est un nombre réel strictement positif.

3. (10 points) On considère le champ de vecteurs f défini sur $\mathbb{R}^3$ par:

$$f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3 : (x, y, z) \mapsto (z + y, y + x, x + z)$$

(a) Calculer la divergence et le rotationel de ce champ en un point (x, y, z) quelconque de $\mathbb{R}^3$

(b) Calculer le flux de ce champ de vecteurs à travers la sphère S de rayon 1 centrée en l'origine $(0, 0, 0)$ et orientée vers l'extérieur:

$$\oiint_S f.dS$$

(Aide: utiliser le théorème de la divergence)

4. (10 points) On considère la suite (x_n) définie par:

$$x_n = \frac{n+1}{n^2\ 3^n} \ \textit{pour}\ n \geq 1$$

(a) Calculer la limite de cette suite: $\lim_{n\to+\infty} x_n$

(b) On considère maintenant la série correspondante:

$$\sum_{n=1}^{\infty} x_n$$

Cette série est-elle convergente? Est-elle convergente absolument?

5. (10 points) On considère l'opérateur linéaire suivant sur $\mathbb{R}^3$:

$$L : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3 : (x, y, z) \mapsto (2x, y + z, -x + 3z)$$

(a) Ecrire la matrice de L dans la base canonique de $\mathbb{R}^3$;

(b) Chercher les valeurs propres de L, et chercher les sous-espaces propres associés;

(c) Montrer que les vecteurs $(2, 0, -1), (0, 1, 0)$ et $(0, 1, 3)$ sont linéairement indépendants.

Juin 2018

Q1 ⚠ erreur dans l'énoncé.

b) $y'(x) = y(x) \cdot 2\sin(x)\cos(x)$

$$\frac{y'(x)}{y(x)} = 2\sin(x)\cos(x) \iff \int \frac{dy}{y_H} = \int 2\sin(x)\cos(x)\,dx$$

$$\iff \ln y_H = \sin^2(x) + C \iff y_H = K \cdot e^{\sin^2 x}$$

a) $y_P = k(x) \cdot e^{\sin^2 x}$

$$\to k' e^{\sin^2 x} + k(x) 2\sin x\cos x \cdot e^{\sin^2 x} - k(x) e^{\sin 2x} \cdot 2\sin x\cos x = e^{\sin^2 x}$$

$$\to k' = e^{\sin^2 x} \cdot e^{-\sin^2 x} = e^{\sin^2 x - \sin^2 x} = 1$$

$$\to k(x) = \int 1\,dx = x$$

$$y_P = x \cdot e^{\sin^2 x}$$

c) $y = y_H + y_P = K \cdot e^{\sin^2(x)} + x e^{\sin^2 x}$

d) $y(\pi) = 0$

$$y = K \cdot e^{\sin^2(\pi)} + \pi \cdot e^{\sin^2(\pi)} = 0$$

$$K = -\pi$$

Q2 $\begin{cases} x = r\cos\theta \\ y = r\sin\theta \end{cases}$ $r \in [0; r_0]$ $\theta \in [0; \frac{\pi}{2}]$

$$\int_0^{r_0}\int_0^{\pi/2} |r\sin\theta + r\cos\theta \; r\sin\theta| \, r \, d\theta \, dr$$

$$= \int_0^{r_0} r^2 \left[-\cos\theta\right]_0^{\pi/2} + r^3\left[\frac{1}{2}\sin^2\theta\right]_0^{\pi/2} dr$$

$$= \int_0^{r_0} r^2\left[-0-(-1)\right] + r^3\left[\frac{1}{2}\cdot 1^2 - \frac{1}{2}\cdot 0^2\right] dr$$

$$= \int_0^{r_0} r^2 + \frac{r^3}{2}\, dr$$

$$= \int_0^{r_0} r^2 dr + \frac{1}{2}\int_0^{r_0} r^3 dr$$

$$= \left[\frac{r^3}{3}\right]_0^{r_0} + \frac{1}{2}\left[\frac{r^4}{4}\right]_0^{r_0}$$

$$= \frac{r_0^3}{3} + \frac{r_0^4}{8}$$

Juin 2018

(3)

a) $\vec{\nabla} \cdot \vec{f} = 2$

$$\begin{pmatrix} \delta x \\ \delta y \\ \delta z \end{pmatrix} x \begin{pmatrix} z+y \\ y+x \\ x+z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0-0 \\ 1-1 \\ 1-1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

b) $\begin{cases} x = r \sin\theta \cos\varphi \\ y = r \sin\theta \sin\varphi \\ z = r \cos\theta \end{cases}$ $\quad \theta \in [0;\pi]$ $\quad \varphi \in [0;2\pi]$

$\iiint \vec{\nabla} \cdot \vec{f}\, dx\,dy\,dz$ $\rightarrow r^2 \sin\theta \, d\theta\, d\varphi\, dr$

$$\int_0^1 \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} 2r^2 \sin\theta \, d\theta \, d\varphi \, dr$$

$$\int_0^1 2r^2 dr \cdot \int_0^{2\pi} d\varphi \cdot \int_0^{\pi} \sin\theta \, d\theta$$

$$2\left[\frac{r^3}{3}\right]_0^1 \cdot [\varphi]_0^{2\pi} [-\cos\theta]_0^{\pi}$$

$$\frac{2}{3} \cdot 2\pi \cdot (-(-1)-(-1)) = \frac{8\pi}{3}$$

Correction examen juin 2018- questions 4 et 5 seconde partie de l 'examen.

(4) (a) $\lim_{n\to\infty} \frac{n+1}{n^2 3^n} = \lim_{n\to\infty} \frac{n+1}{n^2} \cdot \lim_{n\to\infty} \frac{1}{3^n}$

↓ lim d'un produit = produit des limites si chacune des lim existe

- $\lim \frac{n+1}{n^2} = ?$ Cas $\frac{\infty}{\infty}$

$\lim_{\substack{x\to+\infty \\ x\in\mathbb{R}}} \frac{x+1}{x^2} = \lim_{x\to+\infty} \frac{1}{2x}$: Cas $\frac{1}{\infty}$. Par la règle de calcul vues au cours, cette limite est nulle.

↓ règle de l'Hospital

$\Rightarrow \lim_{n\to\infty} \frac{n+1}{n^2} = 0$.

- $\lim_{n\to\infty} 3^n = +\infty$. Donc pas la 1ère règle de calcul $(\text{Cas } \frac{1}{\infty})$,

$\lim \frac{1}{3^n} = 0$.

- $\lim_{n\to\infty} \frac{n+1}{n^2 3^n} = \lim \frac{n+1}{n^2} \cdot \lim \frac{1}{3^n} = 0 \cdot 0 = 0$.

(b) La série $\sum \frac{n+1}{n^2} \frac{1}{3^n}$ est une série à termes positifs. La convergence est donc équivalente à la conv. (simple) absolue.

Par ailleurs, $0 \leq \frac{n+1}{n^2} \leq 1$ dès que $n^2 - n - 1 \geq 0$ ce qui est le cas $\forall n \geq 2$.

Donc pour $n \geq 2$, on a $0 \leq \frac{n+1}{n^2} \frac{1}{3^n} \leq \frac{1}{3^n}$.

Or $\sum \frac{1}{3^n}$ converge (absolument) car c'est la série géométrique de raison $\frac{1}{3}$ (plus petite que 1) et on a vu que $\sum z^n$ converge absolument $\forall z$ tel que $|z| < 1$. C'est bien le cas ici ($z = \frac{1}{3}$), donc $\sum \frac{1}{3^n}$ conv. absolt.

Par le critère de comparaison, $\sum \frac{n+1}{n^2} \frac{1}{3^n}$ converge absolument, et donc en particulier aussi simplement.

(5) Opérateur linéaire :

$L : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3 : (x, y, z) \longmapsto (2x, y+z, -x+3z)$

(a) Matrice de L : il suffit de chercher l'image de la base canonique par L et de mettre les coord. en colonne.

$L(1,0,0) = (2, 0, -1)$

$L(0,1,0) = (0, 1, 0)$

$L(0,0,1) = (0, 1, 3)$

→ matrice :

$$\begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

(b) Valeurs propres de L :

$$\det \begin{pmatrix} 2-\lambda & 0 & 0 \\ 0 & 1-\lambda & 1 \\ -1 & 0 & 3-\lambda \end{pmatrix} = 0 \iff (2-\lambda)(1-\lambda)(3-\lambda) = 0$$

$\iff \lambda = 2$ ou $\lambda = 1$ ou $\lambda = 3$.

Sous espace propre V_1 associé à $\lambda = 1$:

On cherche (x,y,z) tel que $L(x,y,z) = (x,y,z)$:

$$\iff \begin{cases} 2x = x \\ y+z = y \\ -x+3z = z \end{cases} \iff \begin{cases} x = 0 \\ z = 0 \\ (0=0) \end{cases}$$

C'est donc le sous-espace :

$V_1 = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \mid x = z = 0\}$. C'est en fait l'axe des y.

Sous-espace V_2 :

$$L(x,y,z) = 2(x,y,z) \iff \begin{cases} (2x = 2x) \\ y+z = 2y \\ -x+3z = 2z \end{cases} \iff \begin{cases} y = z \\ z = x \end{cases}$$

$\Rightarrow V_2 = \{(x,y,z) \mid x = y = x\}$. (C'est une bissectrice)

Sous-espace V_3 :

$$L(x,y,z) = 3(x,y,z) \iff \begin{cases} 2x = 3x \\ y+z = 3y \\ -x+3z = 3z \end{cases}$$

$$\iff \begin{cases} x = 0 \\ 2y = z \\ x = 0 \end{cases} \implies V_3 = \{(x,y,z) \mid x=0 \text{ et } z=2y\}.$$

C'est une droite située dans le plan (y,z), passant par l'origine $(0,0,0)$, et de pente 2 (coef. angulaire).

(c) Pour voir que les vecteurs $(2,0,-1)$, $(0,1,0)$ et $(0,1,3)$, sont lin. indt, on peut par ex. calculer le dét. de la matrice qu'ils constituent :

$$\begin{vmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 3 \end{vmatrix} = 2 \cdot 3 - 1 \cdot 0 = 6 \neq 0$$

Comme ce dét. est non nul, les 3 vecteurs sont lin^t indépendants.

Une autre manière (+ longue) est de montrer que la seule solution du système d'équations :

$$\lambda(2,0,-1) + \mu(0,1,0) + \gamma(0,1,3) = (0,0,0)$$

et la solution $\begin{cases} \lambda = 0 \\ \mu = 0 \\ \gamma = 0 \end{cases}$.

Ce système se réécrit :

$$\begin{cases} 2\lambda = 0 \\ \mu + \gamma = 0 \\ -\lambda + 3\gamma = 0 \end{cases} \iff \begin{cases} \lambda = 0 \\ \mu = -\gamma \\ 3\gamma = 0 \end{cases} \iff \begin{cases} \lambda = 0 \\ \mu = 0 \\ \gamma = 0 \end{cases}.$$

Donc les vecteurs sont bien linéairement indépendants.

Examen de MATH F-112 de Janvier 2019 – MATHÉMATIQUES

Toutes vos réponses doivent être **soigneusement justifiées.** Répondez à chaque exercice sur la ou les page correspondante(s).

Vous pouvez utiliser uniquement de quoi écrire. Des feuilles de brouillon sont accessibles à la fin de la copie. **Vous n'avez pas le droit à vos propres feuilles de brouillon.** LE SUJET DOIT RESTER AGRAFÉ: **une copie sans agrafe sera refusée.**

Inscrivez vos nom, prénom, matricule ci-dessous ET sur chaque feuille de réponse.

NOM, PRÉNOM:

MATRICULE:

SECTION:

Q. Théoriques		/10
Exercice 1		/10
Exercice 2		/10
Exercice 3		/ 12
Exercice 4		/10
Exercice 5		/ 8
Total		/ 60

QUESTIONS THÉORIQUES

(1) Soient x et y deux nombres réels. Exprimer (sans donner de justification) $\cos(x+y)$ et $\sin(x+y)$ en fonction de $\cos(x), \sin(x), \cos(y)$ et $\sin(y)$.

(2) Si $\vec{a}$ et $\vec{b}$ désignent deux vecteurs de l'espace $\mathbb{R}^3$, définissez leur produit vectoriel $\vec{a} \times \vec{b}$ et exprimez $\|\vec{a} \times \vec{b}\|$ en fonction de $\|\vec{a}\|$, $\|\vec{b}\|$ et de l'angle entre $\vec{a}$ et $\vec{b}$.

EXERCICE 1

En utilisant un changement de variable judicieux, calculer

$$\int_{\ln 2}^{\ln 3} \frac{e^t}{e^{2t}-1}\mathrm{d}t.$$

EXERCICE 2

Résoudre, en utilisant la méthode du pivot de Gauss, le système linéaire suivant:

$$\begin{cases} x+y \quad +z=2 \\ 2x+y \quad +z=3 \\ 3x+y \ +3z=-1 \end{cases}$$

EXERCICE 3

On rappelle que la fonction tangente est définie, pour $x \in]-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}[$, par

$$\tan(x) = \frac{\sin(x)}{\cos(x)}.$$

On rappelle aussi que la fonction tan admet une *fonction réciproque* sur $]-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}[$, qu'on notera ici arctan:

$$\arctan :]-\infty, +\infty[\to]-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}[, \quad x \mapsto \arctan(x).$$

(1) Montrer que

$$\tan'(x) = 1 + (\tan(x))^2.$$

(2) Montrer que, pour tout $y \in]-\infty, \infty[$:

$$(\arctan)'(y) = \frac{1}{1+y^2}.$$

[Indication: utiliser la question 1.]

(3) Donner le polynôme de Taylor d'ordre 2 de la fonction arctan en 0.

EXERCICE 4

Trouver l'équation du plan de $\mathbb{R}^3$ passant par le point $A = (4, -2, 1)$ et perpendiculaire à la droite d'équations

$$\frac{x-1}{7} = \frac{y-3}{2} = \frac{z-2}{3}.$$

EXERCICE 5

Résoudre l'équation

$$\log_9(x^3) + 2\log_3\left(\frac{1}{x}\right) = 1.$$

Examen de MATH F-112 de JUIN 2019 – PARTIE Q1 DU MODULE T

BA1 BIOL/CHIM/IRBI/SCIE/INFO

Durée: 2h

Vérifiez que ce sujet correspond à votre section.

Toutes vos réponses doivent être **soigneusement justifiées.** Répondez à chaque exercice sur la ou les page correspondante(s).

Vous pouvez utiliser uniquement de quoi écrire. Des feuilles de brouillon sont accessibles à la fin de la copie. **Vous n'avez pas le droit à vos propres feuilles de brouillon.** LE SUJET DOIT RESTER AGRAFÉ: **une copie sans agrafe sera refusée.**

Inscrivez vos nom, prénom, matricule ci-dessous ET sur chaque feuille de réponse.

NOM, PRÉNOM:

MATRICULE:

Exercice 1		/10
Exercice 2		/10
Exercice 3		/ 10
Exercice 4		/10
Total		/ 40

EXERCICE 1

En utilisant *la méthode du pivot de Gauss* et en justifiant à chaque étape les opérations effectuées, résolvez le système linéaire suivant d'inconnues (x, y, z, t):

$$\begin{cases} x - 2y - t = -5 \\ x - y + z - t = -2 \\ 2x - y + z - 2t = -3 \\ 3x + 3y + 3z - 3t = 0 \end{cases}$$

Correction: On écrit le système sous la forme d'une matrice augmentée:

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & -2 & 0 & -1 & -5 \\ 1 & -1 & 1 & -1 & -2 \\ 2 & -1 & 1 & -2 & -3 \\ 3 & 3 & 3 & -3 & 0 \end{array}\right)$$

Les opérations sur les lignes donnent alors:

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & -2 & 0 & -1 & -5 \\ 1 & -1 & 1 & -1 & -2 \\ 2 & -1 & 1 & -2 & -3 \\ 3 & 3 & 3 & -3 & 0 \end{array}\right) \underset{\substack{L_2 \leftarrow L_2 - L_1 \\ L_3 \leftarrow L_3 - 2L_1 \\ L_4 \leftarrow L_4 - 3L_1}}{\Rightarrow} \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & -2 & 0 & -1 & -5 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 3 \\ 0 & 3 & 1 & 0 & 7 \\ 0 & 9 & 3 & 0 & 15 \end{array}\right)$$

$$\underset{L_4 \leftarrow \frac{1}{3}L_4}{\Rightarrow} \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & -2 & 0 & -1 & -5 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 3 \\ 0 & 3 & 1 & 0 & 7 \\ 0 & 3 & 1 & 0 & 5 \end{array}\right)$$

Les deux dernières équations sont incompatibles donc le système n'a pas de solutions.

EXERCICE 2

(1) Soit $R > 0$. Calculer

$$\int_3^R \frac{\mathrm{d}x}{x^2 - 3x + 2}.$$

(2) Est-ce que $\int_3^{+\infty} \frac{1}{x^2-3x+2}\mathrm{d}x$ existe? (Autrement dit: est-ce que l'intégrale converge?). Si oui, donner sa valeur.
(3) Soit $2 < r < 3$. Calculer $\int_r^3 \frac{\mathrm{d}x}{x^2-3x+2}$.
(4) Est-ce que $\int_2^3 \frac{\mathrm{d}x}{x^2-3x+2}$ existe? Si oui, donner sa valeur.

Correction:

(1) Le polynôme de second degré $x^2 - 3x + 2$ a pour racines 1 et 2 et se factorise sous la forme suivante:

$$x^2 - 3x + 2 = (x - 1)(x - 2).$$

Par le cours, on sait alors que la fraction rationnelle $\frac{1}{x^2-3x+2}$ s'écrit sous la forme suivante:

$$\frac{1}{x^2 - 3x + 2} = \frac{a}{x - 1} + \frac{b}{x - 2},$$

où a et b sont deux constantes que nous devons déterminer. On réduit au même dénominateur:

$$\begin{aligned}\frac{a}{x - 1} + \frac{b}{x - 2} &= \frac{a(x - 2) + b(x - 1)}{(x - 1)(x - 2)} \\ &= \frac{(a + b)x - 2a - b}{x^2 - 3x + 2}.\end{aligned}$$

Nous avons donc $a+b=0$ et $-2a-b=1$, ce qui donne alors $b=1$ et $a=-1$. On a donc:

$$\begin{aligned}\int_3^R \frac{\mathrm{d}x}{x^2-3x+2} &= \int_3^R \left(\frac{1}{x-2}-\frac{1}{x-1}\right)\mathrm{d}x \\ &= \left[\ln(x-2)-\ln(x-1)\right]_3^R \\ &= \left[\ln\left(\frac{x-2}{x-1}\right)\right]_3^R \\ &= \ln\left(\frac{R-2}{R-1}\right)-\ln(\frac{1}{2}) \\ &= \ln\left(\frac{R-2}{R-1}\right)+\ln 2.\end{aligned}$$

(2) Par définition, $\int_3^{+\infty}\frac{1}{x^2-3x+2}\mathrm{d}x$ existe si $\int_3^R\frac{1}{x^2-3x+2}\mathrm{d}x$ a une limite lorsque R tend vers $+\infty$, et dans ce cas la valeur de $\int_3^{+\infty}\frac{1}{x^2-3x+2}\mathrm{d}x$ est cette limite. Comme

$$\lim_{R\to\infty}\frac{R-2}{R-1}=1,$$

par la question précédente et la règle de composition des limites on a

$$\int_3^{+\infty}\frac{1}{x^2-3x+2}\mathrm{d}x=\lim_{R\to+\infty}\int_3^R\frac{1}{x^2-3x+2}\mathrm{d}x=\ln 2.$$

(3) **On connaît déjà une primitive de $\frac{1}{x^2-3x+2}$ qu'on a calculée à la question** (1) **donc on réutilise le calcul ici:**

$$\begin{aligned}\int_r^3\frac{\mathrm{d}x}{x^2-3x+2} &= \left[\ln\left(\frac{x-2}{x-1}\right)\right]_r^3 \\ &= -\ln 2+\ln\left(\frac{r-1}{r-2}\right)\end{aligned}$$

(4) Comme $\lim_{r\to 2}\ln\left(\frac{r-1}{r-2}\right)=+\infty$ l'intégrale $\int_2^3\frac{\mathrm{d}x}{x^2-3x+2}$ n'existe pas.

EXERCICE 3

Montrer par récurrence que pour tout entier naturel n:

$$\sum_{k=0}^{n} k^3 = \frac{n^2(n+1)^2}{4}.$$

Correction:
On définit, pour tout entier $n \geq 0$, la proposition suivante:

$$\text{P(n)} : \sum_{k=0}^{n} k^3 = \frac{n^2(n+1)^2}{4}.$$

Initialisation: d'un côté, $\sum_{k=0}^{0} k^3 = 0^3 = 0$. D'un autre côté, $\frac{0^2 \times (0+1)^2}{4} = 0$. Ces deux quantités sont égales, et donc $P(0)$ est vraie.

Étape de récurrence: supposons que la propriété $P(n)$ est vraie pour un certain entier $n \geq 0$. On veut montrer que $P(n+1)$ est encore vraie, et donc on calcule la somme de gauche:

$$\begin{aligned}\sum_{k=0}^{n+1} k^3 &= \sum_{k=0}^{n} k^3 + (n+1)^3 \\ &= \frac{n^2(n+1)^2}{4} + (n+1)^3,\end{aligned}$$

où pour écrire cette dernière égalité on a utilisé l'hypothèse de récurrence. On continue alors le calcul:

$$\begin{aligned}
\sum_{k=0}^{n+1} k^3 &= \frac{n^2(n+1)^2}{4} + (n+1)^3 \\
&= (n+1)^2 \left[\frac{n^2}{4} + (n+1)\right] \\
&= (n+1)^2 \times \frac{n^2+4n+4}{4} \\
&= (n+1)^2 \times \frac{(n+2)^2}{4} \\
&= \frac{(n+1)^2(n+1+1)^2}{4}.
\end{aligned}$$

Donc $P(n+1)$ est démontrée.

EXERCICE 4

On rappelle que les fonctions *sinus et cosinus hyperbolique* sont données, pour tout $x \in \mathbb{R}$, par

$$\sinh(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{2} \quad \text{et} \quad \cosh(x) = \frac{e^x + e^{-x}}{2}.$$

(1) Montrer que pour tout $x \in \mathbb{R}$,

$$\cosh(x)^2 - \sinh(x)^2 = 1.$$

(2) Montrer que pour tout $x \in \mathbb{R}$,

$$\sinh'(x) = \cosh(x) \quad \text{et} \quad \cosh'(x) = \sinh(x).$$

(3) On admet que $\sinh : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ admet une fonction réciproque, notée $\operatorname{argsh} : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$. Montrer que pour tout $x \in \mathbb{R}$,

$$\operatorname{argsh}'(x) = \frac{1}{\sqrt{x^2+1}}.$$

(4) En déduire que pour tout $x \in \mathbb{R}$,

$$\operatorname{argsh}(x) = \ln\left(x + \sqrt{x^2+1}\right).$$

Correction:

(1) On calcule:

$$\begin{aligned}\cosh(x)^2 - \sinh(x)^2 &= \left(\frac{e^x + e^{-x}}{2}\right) - \left(\frac{e^x - e^{-x}}{2}\right) \\ &= \frac{e^{2x} + 2 + e^{-2x} - (e^{2x} - 2 + e^{-2x})}{4} \\ &= \frac{4}{4} = 1.\end{aligned}$$

(2) Comme la dérivée de $x \mapsto e^{-x}$ est $-e^{-x}$ il sort:

$$\sinh'(x) = \frac{e^x - (-e^{-x})}{2} = \frac{e^x + e^{-x}}{2} = \cosh(x),$$

et de même pour la dérivée de $\cosh(x)$.

(3) Par la formule de la dérivée des fonctions réciproques on a, pour tout $x \in \mathbb{R}$:

$$\text{argsh}'(x) = \frac{1}{\sinh'(\text{argsh}(x))} = \frac{1}{\cosh(\text{argsh}(x))}.$$

En utilisant la question (1) on trouve:

$$\cosh(\text{argsh}(x))^2 - \sinh(\text{argsh}(x))^2 = 1,$$

et comme par définition $\sinh(\text{argsh}(x)) = x$ on trouve

$$\cosh(\text{argsh}(x)) = \sqrt{x^2+1}.$$

La dérivée de argsh est alors:

$$\text{argsh}'(x) = \frac{1}{\sqrt{x^2+1}}.$$

(4) On calculer la dérivée de la fonction $x \mapsto \ln\left(x + \sqrt{x^2+1}\right)$: par la dérivée des fonctions composées on trouve:

$$\begin{aligned}
\frac{d}{dx}\left(\ln\left(x+\sqrt{x^2+1}\right)\right) &= \frac{1+\frac{x}{\sqrt{x^2+1}}}{x+\sqrt{x^2+1}} \\
&= \frac{\sqrt{x^2+1}+x}{x\sqrt{x^2+1}+x^2+1} \\
&= \frac{\sqrt{x^2+1}+x}{x\sqrt{x^2+1}+x^2+1} \times \frac{x^2+1-x\sqrt{x^2+1}}{x^2+1-x\sqrt{x^2+1}} \\
&= \frac{(x^2+1)\sqrt{x^2+1}-x(x^2+1)+x(x^2+1)-x^2\sqrt{x^2+1}}{(x^2+1)^2-x^2(x^2+1)} \\
&= \frac{(x^2+1)\sqrt{x^2+1}-x^2\sqrt{x^2+1}}{(x^2+1)^2-x^2(x^2+1)} \\
&= \frac{1}{\sqrt{x^2+1}} \times \frac{(x^2+1)(x^2+1)-x^2(x^2+1)}{(x^2+1)^2-x^2(x^2+1)} \\
&= \frac{1}{\sqrt{x^2+1}}.
\end{aligned}$$

Les deux fonctions considérées ont même dérivée donc sont égales à une constante près. Comm elles valent toutes les deux 0 en 0 elles sont donc égales.

Examen de MATH F-112 de JUIN 2019 – PARTIE Q2 DU MODULE T

Durée: 1h30

Vérifiez que ce sujet correspond à votre section.

Toutes vos réponses doivent être **soigneusement justifiées.** Répondez à chaque exercice sur la ou les page correspondante(s).

Vous pouvez utiliser uniquement de quoi écrire. Des feuilles de brouillon sont accessibles à la fin de la copie. **Vous n'avez pas le droit à vos propres feuilles de brouillon.** LE SUJET DOIT RESTER AGRAFÉ: **une copie sans agrafe sera refusée.**

Inscrivez vos nom, prénom, matricule ci-dessous ET sur chaque feuille de réponse.

NOM, PRÉNOM:

MATRICULE:

Exercice 1		/10
Exercice 2		/10
Total		/ 20

EXERCICE 1

Soit $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ définie par

$$f(x, y) = \frac{1}{1 + x^2 + y^2}.$$

(1) Calculer le gradient de f et la matrice Hessienne de f en un point $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.
(2) Déterminer tous les points critiques de f sur $\mathbb{R}^2$. Pour chaque point critique, déterminer sa nature (c'est-à-dire: dire si c'est ou non un maximum local ou un minimum local).
(3) Soit $R > 0$. On note C la région de l'espace $\mathbb{R}^3$ égale à l'intersection entre le demi-cylindre $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3, x^2 + y^2 \leq R^2, z \geq 0\}$ et la région située en-dessous du graphe de la fonction f.

Calculer le volume de C.

Correction:

(1) Le gradient est le vecteur de $\mathbb{R}^2$ composé des dérivées partielles de f:

$$\nabla f(x, y) = \Big(\frac{\partial f}{\partial x}(x, y), \frac{\partial f}{\partial y}(x, y)\Big).$$

En dérivant d'abord par rapport à x (en considérant y comme une constante) et ensuite par rapport à y on trouve:

$$\nabla f(x, y) = \Big(\frac{-2x}{(1 + x^2 + y^2)^2}, \frac{-2y}{(1 + x^2 + y^2)^2}\Big).$$

La matrice Hessienne est la matrice formée par les dérivées partielles secondes:

$$\mathrm{Hess}(f)(x, y) = \begin{pmatrix} \frac{\partial^2 f}{\partial x^2}(x, y) & \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(x, y) \\ \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(x, y) & \frac{\partial^2 f}{\partial y^2}(x, y) \end{pmatrix}$$

En dérivant les expressions des dérivées partielles précédentes on trouve alors:

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}(x,y) = \frac{-2}{(1+x^2+y^2)^2} + \frac{8x^2}{(1+x^2+y^2)^3}$$
$$\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(x,y) = \frac{8xy}{(1+x^2+y^2)^3}$$
$$\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(x,y) = \frac{-2}{(1+x^2+y^2)^2} + \frac{8y^2}{(1+x^2+y^2)^3}$$

(2) On rappelle que $(x,y) \in \mathbb{R}^2$ est un point critique pour f si et seulement si $\frac{\partial f}{\partial x}(x,y) = 0$ et $\frac{\partial f}{\partial y}(x,y) = 0$. Avec l'expression trouvée ci-dessus on a:

$$\begin{cases} \dfrac{\partial f}{\partial x}(x,y) = 0 \\ \dfrac{\partial f}{\partial y}(x,y) = 0 \end{cases} \iff \begin{cases} \dfrac{-2x}{(1+x^2+y^2)^2} = 0 \\ \dfrac{-2y}{(1+x^2+y^2)^2} = 0 \end{cases} \iff (x,y) = (0,0).$$

Le point $(0,0)$ est donc le seul point critique de f sur $\mathbb{R}^2$. En remplaçant x et y respectivement par 0 et 0 dans l'expression de la Hessienne de f, la matrice Hessienne de f en $(0,0)$ vaut:

$$\mathrm{Hess}(f)(0,0) = \begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 0 & -2 \end{pmatrix}.$$

Le déterminant de cette matrice vaut 4, qui est strictement positif. Comme -2 est strictement négatif, $(0,0)$ est un minimum local de f sur $\mathbb{R}^2$ (et en particulier un minimum global, car c'est le seul point critique).

(3) Par définition, le volume de la région C est donné par la double intégrale:

$$\begin{aligned} \mathrm{Vol}(C) &= \int_{\{x^2+y^2 \leq R^2\}} f(x,y)\mathrm{d}x\mathrm{d}y \\ &= \int_{\{x^2+y^2 \leq R^2\}} \frac{1}{1+x^2+y^2}\mathrm{d}x\mathrm{d}y \end{aligned}$$

On calcule cette intégrale avec un changement de coordonnées polaires (ρ, θ), où $\rho = \sqrt{x^2 + y^2}$. Le domaine sur lequel on intègre devient dans ces coordonnées:

$$\Big\{0 \leq \rho \leq R, 0 \leq \theta < 2\pi\Big\}.$$

L'élément de volume se transforme comme $\mathrm{d}x\mathrm{d}y = \rho \mathrm{d}\rho\mathrm{d}\theta$, de sorte que le volume de C se calcule comme:

$$\begin{aligned}
\mathrm{Vol}(C) &= \int_0^R \int_0^{2\pi} \frac{\rho}{1+\rho^2} \mathrm{d}\rho\mathrm{d}\theta \\
&= 2\pi \int_0^R \frac{\rho}{1+\rho^2} \mathrm{d}\rho \\
&= \Big[\pi \ln(1+\rho^2)\Big]_0^R \\
&= \pi \ln(1+R^2).
\end{aligned}$$

EXERCICE 2

On considère l'équation différentielle suivante, définie sur $\mathbb{R}$:

$$y' - 5x^4 y = 5x^4.$$

(1) Donner toutes les solutions $y : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ de l'équation homogène

$$y' - 5x^4 y = 0.$$

(2) Donner une solution particulière de l'équation

$$y' - 5x^4 y = 5x^4.$$

(3) Résoudre les problèmes de Cauchy suivants:

$$\begin{cases} y' - 5x^4 y = 5x^4 \\ y(0) = 3 \end{cases} \quad \text{et} \quad \begin{cases} y' - 5x^4 y = 5x^4 \\ y(0) = -1 \end{cases}.$$

On considère maintenant l'équation différentielle suivante, définie sur $\mathbb{R}$:

$$y'' - 2y' + y = 3e^x.$$

(4) Donner toutes les solutions $y : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ de l'équation homogène

$$y'' - 2y' + y = 0.$$

(5) Montrer que, pour une certaine valeur de β qu'on déterminera, la fonction $x \mapsto \beta x^2 e^x$ est une solution particulière de l'équation

$$y'' - 2y' + y = 3e^x.$$

(6) Donner alors toutes les solutions de l'équation

$$y'' - 2y' + y = 3e^x.$$

Correction

(1) Soit $y : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$. Alors

$$y' - 5x^4 y = 0 \iff \frac{y'}{y} = 5x^4 \iff \int \frac{y'}{y} \mathrm{d}x = \int 5x^4 \mathrm{d}x \iff \ln|y| = x^5 + C$$

pour une constante $C \in \mathbb{R}$. Ceci donne donc:

$$|y| = e^C e^{x^5} = C' e^{x^5}$$

et donc

$$y = C' e^{x^5}$$

pour une contante $C' \in \mathbb{R}$.

(2) Pour ce genre d'équations on commence toujours par chercher une solution constante. Dans ce cas $y(x) = a$ est solution si et seulement si

$$-5x^4 a = 5x^4 \iff a = -1.$$

$y(x) = -1$ est donc une solutions constante de l'équation. Sinon la méthode de la variation des constantes permet de retrouver cette solution particulière.

(3) La solution générale de l'équation différentielle $y' - 5x^4 y = 5x^4$ est donc donnée par:

$$y(x) = -1 + C' e^{x^5}$$

pour $C' \in \mathbb{R}$.

Si on impose $y(0) = 3$ on a alors $3 = y(0) = -1 + C'$ et donc $C' = 4$. La solution du premier problème de Cauchy est donc

$$y(x) = -1 + 4e^{x^5}.$$

Si on impose en revanche $y(0) = -1$ on a alors $-1 = y(0) = -1 + C'$ et donc $C' = 0$. La solution du deuxième problème de Cauchy est donc

$$y(x) = -1.$$

(4) L'équation caractéristique associée à l'équation homogène est

$$\lambda^2 - 2\lambda + 1 = 0,$$

dont 1 est **une racine double.** La solution générale de l'équation homogène est ainsi donnée par:

$$y(x) = C_1 e^x + C_2 x e^x$$

pour deux constante C_1 et C_2.

(5) Soit $y_0(x) = \beta x^2 e^x$. Alors:

$$y_0'(x) = \beta(2x + x^2)e^x,$$
$$y_0''(x) = \beta(2 + 4x + x^2)e^x.$$

Ainsi, y_0 est solution particulière de l'équation $y'' - 2y' + y = 3e^x$ si et seulement si:

$$\beta(2 + 4x + x^2)e^x - 2\beta(2x + x^2)e^x + \beta x^2 e^x = 3e^x$$
$$\iff e^x \left(2\beta + 4\beta x - 4\beta x + \beta x^2 - 2\beta x^2 + \beta x^2\right) = 3e^x$$
$$\iff 2\beta e^x = 3e^x \iff \beta = \frac{3}{2}.$$

La solution particulière cherchée est ainsi

$$y_0(x) = \frac{3}{2}x^2 e^x.$$

(6) Toutes les solutions de l'équation $y'' - 2y' + y = 3e^x$ sont alors données par:

$$y(x) = \frac{3}{2}x^2 e^x + C_1 e^x + C_2 x e^x.$$

Examen de MATH F-112 d'AOÛT 2019 – PARTIE Q1 DU MODULE T

BA1 BIOL/CHIM/IRBI/SCIE/INFO

Durée: 2h

Vérifiez que ce sujet correspond à votre section.

Toutes vos réponses doivent être **soigneusement justifiées.** Répondez à chaque exercice sur la ou les page correspondante(s).

Vous pouvez utiliser uniquement de quoi écrire. Des feuilles de brouillon sont accessibles à la fin de la copie. **Vous n'avez pas le droit à vos propres feuilles de brouillon.** LE SUJET DOIT RESTER AGRAFÉ: **une copie sans agrafe sera refusée.**

Inscrivez vos nom, prénom, matricule ci-dessous ET sur chaque feuille de réponse.

NOM, PRÉNOM:

MATRICULE:

Exercice 1		/10
Exercice 2		/10
Exercice 3		/ 10
Exercice 4		/10
Total		/ 40

EXERCICE 1

(1) Calculer le produit scalaire *et* le produit vectoriel des vecteurs $\begin{pmatrix}1\\1\\1\end{pmatrix}$ et $\begin{pmatrix}3\\3\\-2\end{pmatrix}$.

(2) Écrire l'équation *cartésienne* du plan passant par le point $A = (1,1,1)$ et orthogonal à la droite d'équations paramétriques

$$\begin{cases} x = -5t \\ y = 4t \\ z = t \end{cases}$$

(3) Soit D la droite de vecteur directeur $\begin{pmatrix}1\\2\\2\end{pmatrix}$ et passant par le point $B = (1,1,1)$. Est-ce que le plan d'équation cartésienne

$$x + 2y + 3z - 6 = 0$$

contient D?

EXERCICE 2

(1) Calculer

$$\int_1^e \ln x \mathrm{d}x.$$

(2) Calculer

$$\int_0^1 x^2 e^{x^3} \mathrm{d}x.$$

EXERCICE 3

On considère la fonction

$$f(x) = x\cos(x^2)$$

définie pour tout $x \in \mathbb{R}$.

(1) Calculer $f'(x)$ et $f''(x)$.
(2) Donner le polynôme de Taylor d'ordre 2 de f en 0.
(3) Calculer

$$\int_0^{\sqrt{\pi}} f(x)\mathrm{d}x.$$

EXERCICE 4

Résoudre l'équation

$$\log_8(x^3) + \log_2(4 - x) = 2.$$

Correction

Faculté des Sciences

Interrogation de Mathématiques — Math-F-112

(Titulaires : J. De Saedeleer, D. Leemans, M. D'Adderio)

29 Octobre 2019

Sections: BIOL1, CHIM1, GEOG1, GEOL1, INFO1, IRBI1, SCIE1

Consignes :

- Indiquez votre nom, prénom et matricule aux endroits indiqués et sur chaque feuille que vous rendez.
- Répondez aux questions à choix multiple en noircissant la case appropriée.

Votre NOM et Prénom :

Votre section :

Votre matricule, à noircir :

☐0	☐0	☐0	☐0	☐0	☐0
☐1	☐1	☐1	☐1	☐1	☐1
☐2	☐2	☐2	☐2	☐2	☐2
☐3	☐3	☐3	☐3	☐3	☐3
☐4	☐4	☐4	☐4	☐4	☐4
☐5	☐5	☐5	☐5	☐5	☐5
☐6	☐6	☐6	☐6	☐6	☐6
☐7	☐7	☐7	☐7	☐7	☐7
☐8	☐8	☐8	☐8	☐8	☐8
☐9	☐9	☐9	☐9	☐9	☐9

Les questions qui suivent sont à choix multiple, répondez-y en cochant la case appropriée.

Question 1 Parmi les fonctions suivantes quelle est celle qui est paire ?

- ■ $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R} : x \to x^2 + 1$
- ☐ $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R} : x \to x$
- ☐ $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R} : x \to \sin(x)$
- ☐ $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R} : x \to x^3 + x$
- ☐ $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R} : x \to 2 - x$
- ☐ $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R} : x \to x^2 + x + 2$

Question 2 Le produit $(5, 2, 3) \times (1, 3, 2)$ vaut

- ☐ $(3, 2, -1)$
- ■ $(-5, -7, 13)$
- ☐ $(7, 13, 2)$
- ☐ $(-5, 7, 13)$
- ☐ $(1, 5, -5)$
- ☐ $(13, 3, -3)$

Question 3 Quel est l'ensemble des solutions de l'équation $(\sin(x) + \cos(x))^2 = 1$?

- ☐ $\{\pi/4 + k\pi | k \in \mathbb{Z}\}$
- ☐ $\{2k\pi | k \in \mathbb{Z}\}$
- ☐ $\{k\pi | k \in \mathbb{Z}\}$
- ☐ $\{\pi/2 + 2k\pi | k \in \mathbb{Z}\}$
- ☐ $\{\pi/4 + 2k\pi | k \in \mathbb{Z}\}$
- ■ $\{k\pi/2 | k \in \mathbb{Z}\}$

Question 4 Le point symétrique au point $(1, 1)$ par rapport à la droite d'equation $y = 3 - x$ est le point de coordonnées

- ■ $(2, 2)$
- ☐ $(3, -1)$
- ☐ $(2, 4)$
- ☐ $(-1, 1)$
- ☐ $(0, 0)$
- ☐ $(-2, 1)$

Question 5 Si x est tel que $log_x 5 = 2$, x vaut

- ■ $\sqrt{5}$
- ☐ 125
- ☐ 25
- ☐ $1/5$
- ☐ 5
- ☐ $\sqrt{25}$

Question 6 Combien de mots de 3 lettres peut-on former avec les lettres X, Y, Z, T, U et V ?

- ☐ 108
- ■ 216
- ☐ 120
- ☐ 45
- ☐ 180
- ☐ 28

Correction

Question 7 Lesquelles des argumentations suivantes sont correctes ?

- ☐ Quand il pleut je prend mon parapluie. J'ai pris mon parapluie aujourd'hui. Donc il pleut aujourd'hui.
- ■ Aucun étudiant n'est agé de plus de 45 ans. Alfred a 60 ans. Alfred n'est donc pas un étudiant.
- ☐ Tout étudiant étudie durant le week-end. Jacques travaille le vendredi. Jacques n'est donc pas étudiant.
- ☐ Aucun étudiant ne possède une voiture. Donc aucun conducteur n'est étudiant.
- ☐ Tout étudiant a le droit de vote. Jules a voté, Jules est donc un étudiant.

Question 8 L'équation du plan de $\mathbb{R}^3$ passant par $a = (1, 2, 3)$ et perpendiculaire à la droite passant par les points $b = (1, 1, 1)$ et $c = (0, 1, 2)$ est

- ☐ $x + 2y + z = 16$
- ☐ $z = 5$
- ☐ $y - 2z = 6$
- ☐ $x + y + z = 12$
- ☐ $x + z = 8$
- ■ $x - z + 2 = 0$

Question 9 Le cosinus de l'angle $-2\pi/3$ vaut

- ☐ $\sqrt{3}/2$
- ☐ $-\sqrt{3}/2$
- ■ $-1/2$
- ☐ $-\sqrt{2}/2$
- ☐ $1/2$
- ☐ $\sqrt{2}/2$

Question 10 Pour quelle(s) valeur(s) de λ, la droite de $\mathbb{R}^3$ d'équation

$$\frac{x-3}{4} = \frac{y-2}{5} = \frac{z}{\lambda}$$

est-elle parallèle au plan d'équation $x + 2z = 2019$?

- ☐ -5
- ■ -2
- ☐ 0
- ☐ 5
- ☐ -4
- ☐ 3

MATH-F-111 : Examen janvier 2020

1) Trouver l'équation cartésienne
   a. du plan passant par le point (-1, 1, -1) et orthogonal au vecteur (1, 2, 1)
   b. du plan passant par le point (1, -1, 2) et parallèle aux vecteurs (1, 1, 2) et (0, 1, 4)
   c. du plan passant par le point (0, -2, 2) et contenant la droite d'équations
      x + 3y – z = 7
      3x -2y + 2z = 8

2) Calculer l'intégrale définie suivante :

$$\int_3^4 \frac{dx}{x^2-7x+10}$$

3) Résoudre le système d'équations suivant :

   x + y + z = 2
   x – y + z = -1
   x + 3y + z = 5

4) Calculer les asymptotes de la fonction suivante :

$$\sqrt{x^2+1}+x$$

5) Calculer le développement de Taylor d'ordre 5 en 0 pour la fonction sin(x)

6) Quelle est la valeur de la limite suivante :

$$\lim_{x\to 0}\left(\frac{\sin(x)-x}{x^2}\right)$$

7) Déterminer les valeurs de a et b pour lesquelles la matrice suivante est inversible et calculer son inverse.

$$\begin{matrix} 1 & a & 0 \\ 1 & 2 & b \\ 0 & 1 & 0 \end{matrix}$$

8) Résoudre :
   a. $\frac{1-3x}{1-x} \geq 2$
   b. $|x^2-2x-7| = 8$
   c. $\log_2(-2x+3) = \log_2(x^2-4x) - 2$

9) De combien de manières est-ce que 8 personnes peuvent être assises en ligne si
   a) Il n'y a pas de contrainte ?
   b) Il y a 5 hommes et ils doivent être assis les uns à côté des autres ?
   c) Il y a 4 couples et chaque couple doit être assis ensemble ?

Correction examen janvier 2020

① a) π ? $\pi \in (-1;1;-1)$ et $\perp$ à $(1;2;1)$

$\pi \equiv ax + by + cz + d = 0$

$\equiv x + 2y + z + d = 0$

$\Leftrightarrow -1 + x - 1 + d = 0$

$\Leftrightarrow d = 0 \quad \Rightarrow \underline{\pi \equiv x + 2y + z = 0}$

b) $V_1(1,1,2)$ et $V_2(0,1,4)$

$$V_d = \begin{pmatrix} u_x & u_y & u_z \\ 1 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 4 \end{pmatrix} = (2;-4;1)$$

$\Rightarrow \pi \equiv 2x - 4y + z + d = 0$

$\equiv 2.1 - 4(-1) + 2 + d = 0$

car passe par $(1;-1;2)$

$\Rightarrow d = -8$

$\Rightarrow \underline{\pi \equiv 2x - 4y + z - 8 = 0}$

c) $d \begin{cases} x + 3y - z = 7 \\ 3x - 2y + 2z = 8 \end{cases} \Rightarrow \begin{matrix} \bar{V_1} = (1;3;-1) \\ \bar{V_2} = (3;-2;2) \end{matrix}$

$$\bar{V_d} = \bar{V_1} \times \bar{V_2} = \begin{vmatrix} u_x & u_y & u_z \\ 1 & 3 & -1 \\ 3 & -2 & 2 \end{vmatrix} = (6-2); -(2+1); (-2-9)$$

$= (4; -3; -11)$

$\pi = 4x - 3y - 11z + d = 0$

$\Leftrightarrow -6 - 22 = -d \quad \Rightarrow d = 28 \Rightarrow \underline{\pi = 4x - 3y - 11z + 28 = 0}$

② $\int \frac{dx}{x^2 - 7x + 10}$ $\quad \Delta = 9 \quad x_{1,2} = \frac{7 \pm 3}{2} \nearrow \begin{matrix} 5 \\ 2 \end{matrix} \Rightarrow \frac{1}{x^2 - 7x + 10} \overset{DFS}{=} \frac{A}{(x-5)} + \frac{B}{(x-2)}$

$= A(x-2) + B(x-5)$

$= x(A+B) - 2A - 5B$

$\begin{cases} A + B = 0 \\ -2A - 5B = 1 \end{cases}$

$\Rightarrow I = \frac{1}{3}\int_3^4 \frac{dx}{x-5} - \frac{1}{3}\int_3^4 \frac{dx}{x-2}$

$= \frac{1}{3}\left[\ln(x-5)\right]_3^4 - \frac{1}{3}\left[\ln(x-2)\right]_3^4 \Rightarrow \begin{cases} A = -B \\ 2B - 5B = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A = -1/3 \\ B = 1/3 \end{cases}$

$= -\frac{1}{3}\left(\underset{0}{\ln(1)} - \ln(2)\right) - \frac{1}{3}\left(\ln(2) - \underset{0}{\ln(1)}\right)$

$= -\frac{2}{3}\ln(2)$

③ $\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 2 \\ 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & 3 & 1 & 5 \end{array}\right] \begin{array}{l} L_2 \to L_2 - L_1 \\ L_3 \to L_3 - L_1 \end{array} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 2 \\ 0 & -2 & 0 & -3 \\ 0 & 2 & 0 & 3 \end{array}\right]$ ↕ m̂ info

$\Leftrightarrow$ $L_2 \to L_2 - L_3$ $\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 2 \\ \cancel{0} & \cancel{0} & \cancel{0} & \cancel{0} \\ 0 & 2 & 0 & 3 \end{array}\right] \begin{array}{l} L_1 \to L_1 - L_2 \\ L_3 \to L_3/2 \end{array} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 1 & 1/2 \\ 0 & 1 & 0 & 3/2 \end{array}\right] \Rightarrow \left| \begin{array}{l} x + z = 1/2 \\ y = 3/2 \end{array} \right.$

$\Rightarrow \left| \begin{array}{l} z = 1/2 - x \\ y = 3/2 \end{array} \right.$

$\Rightarrow S = \{(x, 3/2, 1/2 - x)\} \quad x \in \mathbb{R}$

④ $f(x) = \sqrt{x^2+1} + x \quad$ CE: $x^2 + 1 \geq 0 \to x \in \mathbb{R}$

→ pas d'AV car pas de points hors du domaine

AH: $\lim\limits_{x \to \pm\infty} \left(\sqrt{x^2+1} + x\right) \left| \begin{array}{l} = +\infty + \infty = +\infty \to \text{pas d'AH en } +\infty \\ = +\infty - \infty \quad \text{FI} \end{array} \right.$

$= \lim\limits_{-\infty} \sqrt{x^2+1} + x \cdot \dfrac{(\sqrt{x^2+1} - x)}{(\sqrt{x^2+1} - x)} = \lim\limits_{-\infty} \dfrac{(x^2+1) - x^2}{\sqrt{x^2+1} - x} = \dfrac{1}{\sqrt{x^2}} = \dfrac{1}{-\infty} = 0^-$

→ AH ≡ $y = 0$ en $-\infty$

AO: $\lim\limits_{\pm\infty} \left(\dfrac{\sqrt{x^2+1}}{x} + 1\right) = \lim\limits_{\pm\infty} \left(\dfrac{\sqrt{x^2\left(1 + \frac{1}{x^2}\right)}}{x} + 1\right)$

$= \dfrac{|\cancel{x}|\sqrt{1+0}}{\cancel{x}} + 1 = 2 = m \to$ AO

$p = \lim\limits_{\pm\infty} \left(\sqrt{x^2+1} + x\right) - 2x = \sqrt{x^2+1} - x = |x|\sqrt{1 + 1/x^2} - x$

$= |x| - x = 0$

→ AO ≡ $y = 2x$

⑤ $f(x) = \sin(x) \quad f(0) = 0$

$f'(x) = \cos(x) \quad f'(0) = 1$

$f''(x) = -\sin(x) \quad f''(0) = 0$

$f'''(x) = -\cos(x) \quad f'''(0) = -1$

$f^4(x) = \sin(x) \quad f^4(0) = 0$

$f^5(x) = \cos(x) \quad f^5(0) = 1$

$P = 0 + \dfrac{1(x-0)}{1!} + 0 + (-1)\dfrac{(x-0)^3}{3!} + 0 + \dfrac{1(x-0)^5}{5!}$

$= 0 + x + 0 - \dfrac{x^3}{3!} + 0 + \dfrac{x^5}{5!}$

$= x - \dfrac{x^3}{6} + \dfrac{x^5}{120}$

⑥ $\lim_{x\to 0} \frac{\sin(x)-x}{x^2} = \frac{0}{0}$ FI → L'Hospital

$= \lim_{x\to 0} \frac{(\sin(x)-x)'}{(x^2)'} = \lim_{x\to 0} \frac{\cos(x)-1}{2x} = \lim_{x\to 0} \frac{-\sin(x)}{2}$

$= \frac{-\sin(0)}{2} = 0$

⑦ $M = \begin{pmatrix} 1 & a & 0 \\ 1 & 2 & b \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ $M^t = \begin{pmatrix} \textcircled{1} & 1 & 0 \\ a & 2 & 1 \\ 0 & b & 0 \end{pmatrix}$ mineur de ① $= \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ b & 0 \end{vmatrix} = -b$

etc .....

$\Rightarrow$ $cof(M^t) = \begin{pmatrix} -b & 0 & ab \\ 0 & 0 & -b \\ 1 & -1 & 2-a \end{pmatrix}$ et $\det(M) = 1\begin{vmatrix} 2 & b \\ 1 & 0 \end{vmatrix} - 1\begin{vmatrix} a & 0 \\ 1 & 0 \end{vmatrix}$

$= -b$

$\Rightarrow M^{-1} = \frac{cof(M^t)}{\det(M)}$ $\Rightarrow$ CE: $\underline{b \neq 0}$

$= \begin{pmatrix} 1 & 0 & -a \\ 0 & 0 & 1 \\ -\frac{1}{b} & \frac{1}{b} & \frac{a-2}{b} \end{pmatrix}$

⑧ a) $\frac{1-3x}{1-x} \geq 2$ CE: $1-x \neq 0$ $\Rightarrow x \neq 1$

$\rightarrow$ dom $f =]-\infty; -1] \cup]1; +\infty[$

$1-3x \geq 2(1-x)$

$1-3x \geq 2-2x$

$-3x+2x \geq 2-1$

$\underline{x \leq -1}$

b) $|x^2-2x-7| = 8$

$\begin{vmatrix} x^2-2x-7 = 8 \\ x^2-2x-7 = -8 \end{vmatrix} \Leftrightarrow \begin{vmatrix} \Delta = 64 \\ \Delta = 0 \end{vmatrix}$ $\begin{vmatrix} x_{1,2} = \frac{2 \pm 8}{2} \nearrow 5 \searrow -3 \\ x_{3,4} = \frac{2 \pm 0}{2} \nearrow 1 \end{vmatrix}$ $\Rightarrow \underline{Sol = \{-3; 1; 5\}}$

$\begin{vmatrix} x^2-2x-15 = 0 \\ x^2-2x+1 = 0 \end{vmatrix}$

c) $\log_2(-2x+3) = \log_2(x^2-4x) - 2$

CE: $-2x+3 > 0$ et $x^2-4x > 0$

$\Rightarrow x < 3/2$

$\Rightarrow 0 > X$

	0	4	
x	− 0	+	+
$x-4$	−	− 0	+
	+	−	+

$\Leftrightarrow \log_2\left(\frac{-2x+3}{x^2+4x}\right) = -2$

$\Leftrightarrow \frac{-2x+3}{x^2+4x} = 1/4$ $\Rightarrow x^2+4x-12 = 0$ $\Delta = 64$ $x_{1,2} = \begin{vmatrix} 2 \\ -6 \end{vmatrix}$

(9) a) $8!$ (pas de contraintes) = $46\,233$

b) - entre eux, il y a $5!$ possibilités de s'assoir
- il y a 4 possibilités pour qu'ils soient assis à côtés
- il y a $3!$ possibilités pour les personnes restantes

Donc $4 . 5! . 3! = 2880$

c) - il y a 2 possibilités pour chaque couple donc 2^4 possibilités
- il y a $4!$ possibilités d'emplacement des couples

Donc $4! \, 2^4 = 384$

MATH-F-112 : Examen juin 2020 ModuleT

1) Quelle est la longueur de la courbe donnée par la paramétrisation suivante ?

$$\gamma : [0, 1] \to \mathbb{R}^3 : t \mapsto (\cos(3t), \sin(3t), 4t)$$

solution : 5

2) Que vaut le déterminant de la matrice suivante ?

$$\begin{pmatrix} 1 & a & b \\ a & 1 & c \\ b & c & 1 \end{pmatrix}$$

solution : $1 - (a^2 + b^2 + c^2) + 2abc$

3) Soit $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R} : (x, y) \mapsto 2x^2 + 5y^3$

Quelle est la direction de plus grande pente au point (1, -1) ?

solution : (4, 15)

4) Que vaut $\lim_{x \to 0} \frac{\sin(4x) + 3x}{x^2}$?

solution : Elle n'existe pas

5) Calculer le produit vectoriel suivant : (1, 3, 7) x (4, 6, 7)

solution : (-21, 21, -6)

6) Calculer l'intégrale suivante, où D est le disque centré en (0, 0) et de rayon 1.

$$\iint_D \frac{x^2 + y^2 + 6}{\pi} dxdy$$

solution : 6,5

7) Quels types d'asymptotes possède cette fonction ?

$$f : dom(f) \to \mathbb{R} : x \mapsto \frac{10x^2 + 7}{5x + 6}$$

solution : f possède une asymptote verticale et une asymptote oblique

8) Que vaut la pente de la droite d'équation 9x + 4y = 2 avec une précision de 0,01 ?

solution : -2,25

9) Dans le champ des nombres complexes, que vaut $(1+\sqrt{3}i)^9$?

solution : -512

10) Soit l'équation différentielle y'' + 3y' + 2y = 0. Résoudre le problème de Cauchy y(0) = 4 et y'(0) = 7. En déduire la valeur de y''(0).

solution : -29

Module S juin 2020 – Michele D'Adderio

Note: cette année l'examen s'arrêtait aux suites à cause du covid-19.

1. L'intégrale $\int_\gamma F(\ x,y)\cdot \boldsymbol{ds}$ où $F(x,y)=(y,x)$ et γ et l'arc de cubique déterminé par $y=x^3+x^2+x+1\ , 0\le x\le 1$, vaut :

- 1
- -4
- 0
- -1
- 4

2. La suite $(a_n)_{n\in N}$ définie par $a_n=(-\frac{1}{3})^n$

- est décroissante et convergente
- n'est ni croissante ni décroissante mais convergente
- est croissante et divergente
- est croissante et convergente
- n'est ni croissante ni décroissante et diverge

3. Que vaut $\lim_{n\to+\infty}\frac{(-1)^n\,n^3+2n}{4n^3-5}$?

- 1/4
- 0
- Elle n'existe pas
- +∞
- -1/4

4. Que vaut $\lim_{n\to+\infty} n^2\sin(\frac{1}{n})$?

- +∞
- 0
- 1
- Elle n'existe pas
- -1

5. Soit *D* le disque de rayon 1 centré à l'origine. L'intégrale $\iint_D(y^2-2x)\,dx\,dy$ est égale à :

- $\oint_C(2xydx+xy^2\,dy)$ où C est le cercle paramétré par $(\cos t\ ,\sin t), t\in[0,2\pi]$
- 0
- $\oint_C(2xdx+2dy)$ où C est le cercle paramétré par $(\cos t\ ,\sin t), t\in[0,2\pi]$
- $\oint_C(2xdx+2dy)$ où C est le cercle paramétré par $(-\cos t\ ,\sin t), t\in[0,2\pi]$
- $\oint_C(2xydx+xy^2\,dy)$ où C est le cercle paramétré par $(-\cos t\ ,\sin t), t\in[0,2\pi]$

6. Un potentiel pour $f(x,y,z)=(e^x,z,y+2z)$ est :

- $F(x,y,z)=yz^2e^x$
- $F(x,y,z)=(e^x,0,2)$
- $F(x,y,z)=e^x+yz+z^2$

- $F(x,y,z) = e^x + 2$
- $F(x,y,z) = (e^x, yz, yz + z^2)$

7. Les courbes de niveau de $F(x,y) = \exp\left(\frac{y}{x^2+1}\right)$ sont :

- uniquement des paraboles
- des cercles
- des droites
- des paraboles et une droite
- des hyperboles

8. On considère la suite définie par la récurrence suivante :

$a_0 = 1$, $a_1 = 1$, $a_n = a_{n-1} + a_{n-2}$ pour tout $n \geq 2$

Calculer a_{12}.

- 12
- 233
- 377
- 11
- 144

9. La valeur au point (1,0,0) du rotationnel de $F(x,y,z) = (y + x, z^2, -5)$ est :

- (0,0,-1)
- n'existe pas
- (-2,0,-1)
- 0
- -1

10. Considérons les fonctions $f(x) = 3x$ et $g(x) = -(x-1)^2 + 3$. Calculer l'aire du domaine délimité par ces deux fonctions et le côté positif de l'axe des abscisses.

- $-2\sqrt{3} - \frac{3}{2}$
- $\sqrt{3} + 3$
- $\sqrt{3} - 3$
- $2\sqrt{3} + \frac{3}{2}$
- $2\sqrt{3} - \frac{3}{2}$

Module S juin 2020 – Michele D'Adderio Correction

1. 4
2. N'est ni croissante ni décroissante mais convergente
3. Elle n'existe pas
4. $+\infty$
5. $\oint_C (2xydx + xy^2\,dy)$ où C est le cercle paramétré par $(\cos t\,, \sin t), t \in [0,2\pi]$
6. $F(x,y,z) = e^x + yz + z^2$
7. Des paraboles et une droite
8. 233
9. (0,0,-1)
10. $2\sqrt{3} - \frac{3}{2}$

Question 1

Terminer

Noté sur 2,00

Marquer la question

On considère la suite définie par la récurrence suivante :

$a_0 = 3, a_n = -a_{n-1} + 3$ pour tout $n \geq 1$.

Calculer a_5.

Veuillez choisir une réponse :

- 1. 3
- 2. 0
- 3. 9
- 4. 10
- 5. 6

La réponse correcte est : 0

Question 2

Terminer

Noté sur 2,00

Marquer la question

On considère la série $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{-6n-1}{n+1000}$.

Laquelle des affirmations suivantes est-elle vraie?

Veuillez choisir une réponse :

- i. La série converge car le numérateur est beaucoup plus petit que le dénominateur
- ii. La série converge car son terme général tend vers 0
- iii. La série est divergente car son terme général ne tend pas vers 0
- iv. La série ne converge pas absolument mais converge simplement
- v. La série est convergente et cela peut se voir par le critère de la racine

La réponse correcte est : La série est divergente car son terme général ne tend pas vers 0

Question 3

Terminer

Noté sur 2,00

Marquer la question

La valeur au point $(0, 0, -1)$ du rotationnel de $F(x, y, z) = (y + x, z^2, -5)$ est :

Veuillez choisir une réponse :

1. $(-2, 0, -1)$
2. n'existe pas
3. $(2, 0, -1)$
4. 0
5. 1

La réponse correcte est : $(2, 0, -1)$

Question 4

Terminer

Noté sur 2,00

Marquer la question

Un potentiel pour $f(x, y, z) = ((2x + 1)y, x^2 + x, 3z^2)$ est :

Veuillez choisir une réponse :

1. $F(x, y, z) = (x^2, y, z^3)$
2. $F(x, y, z) = 2y + 1 + 6z$
3. $F(x, y, z) = (yx^2, yx, z^3)$
4. $F(x, y, z) = yx(x + 1) + z^3$
5. $F(x, y, z) = 2y + 6z$

La réponse correcte est :
$F(x, y, z) = yx(x + 1) + z^3$

Question 5

Terminer

Noté sur 2,00

Marquer la question

On considère dans l'espace vectoriel $\mathbf{R}^3$ les vecteurs suivants:

$(1,0,0)$ et $(2,0,2)$.

Lequel des vecteurs suivants peut-on ajouter aux deux vecteurs précédents afin de constituer une base de notre espace vectoriel?

Veuillez choisir une réponse :

- a. $(2,0,1)$
- b. $(1,0,3)$
- c. $(0,0,0)$
- d. $(2,0,0)$
- e. $(0,-1,0)$

La réponse correcte est : $(0,-1,0)$

Question 6

Terminer

Noté sur 2,00

Marquer la question

La surface $S = \{x^2 + y^2 + z^2 = 1, z \geq 0\}$ peut être paramétrisée par

Veuillez choisir une réponse :

- I. les coordonnées sphériques : $x = \sin\theta\cos\phi$, $y = \sin\theta\sin\phi$, $z = \cos\theta$, avec $0 \leq \phi \leq 2\pi$ et $\frac{\pi}{2} \leq \theta \leq \pi$
- II. les coordonnées cartésiennes : $0 \leq x \leq 1$, $0 \leq y \leq 1$ et $z \geq 0$
- III. les coordonnées sphériques : $x = \sin\theta\cos\phi$, $y = \sin\theta\sin\phi$, $z = \cos\theta$, avec $0 \leq \phi \leq 2\pi$ et $0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$
- IV. les coordonnées cylindriques : $x = \cos\theta$, $y = \sin\theta$, $z = z$, avec $0 \leq \theta \leq 2\pi$ et $z \geq 0$
- V. les coordonnées cartésiennes : $-1 \leq x \leq 1$, $-1 \leq y \leq 1$ et $z \geq 0$

La réponse correcte est : les coordonnées sphériques : $x = \sin\theta\cos\phi$, $y = \sin\theta\sin\phi$, $z = \cos\theta$, avec $0 \leq \phi \leq 2\pi$ et $0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$

Question 7

Terminer

Noté sur 2,00

Marquer la question

On considère dans l'espace vectoriel $\mathbb{R}^2$ la base B suivante:

$e_1 = (2, 1), e_2 = (1, 1).$

On considère ensuite la nouvelle base B' constituée des vecteurs:

$f_1 = (3, 3), f_2 = (3, 1).$

Laquelle des matrices suivantes est-elle la matrice de changement de base permettant de passer de B à B'?

Veuillez choisir une réponse :

a. $\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}.$

b. $\begin{pmatrix} 0 & 3 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}.$

c. $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}.$

d. $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$

e. $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}.$

La réponse correcte est : $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}.$

Question 8

Terminer

Noté sur 2,00

Marquer la question

Soit $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ une application linéaire dont la matrice dans la base canonique est la suivante:

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}.$$

Voici deux affirmations:

Affirmation A: Le vecteur $(0, 1)$ est un vecteur propre associé à la valeur propre $\lambda = 1$.

Affirmation B: $\lambda = 3$ est une valeur propre.

Parmi les quatre propositions suivantes, laquelle est vraie?

Veuillez choisir une réponse :

- A et B sont toutes deux fausses.
- Seule A est vraie.
- Seule B est vraie.
- A et B sont toutes deux vraies.

La réponse correcte est : A et B sont toutes deux vraies.

Question 9

Terminer

Noté sur 2,00

Marquer la question

La suite $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par $a_n = e^{3n+1}$

Veuillez choisir une réponse :

1. n'est ni croissante ni décroissante et diverge
2. est croissante et convergente
3. est croissante et non bornée
4. n'est ni croissante ni décroissante mais convergente
5. est non bornée et convergente

La réponse correcte est : est croissante et non bornée

Question 10

Terminer

Noté sur 2,00

Marquer la question

L'intégrale $\iint_S dS$, où
$S = \{x^2 + y^2 + z^2 = 1, z \leq 0\}$, vaut

Veuillez choisir une réponse :

- A. -2π
- B. 2π
- C. 0
- D. $\frac{\pi}{2}$
- E. π

La réponse correcte est : 2π

Examen de MATH F-112 de Janvier 2022 – MATHÉMATIQUES

NOM PRÉNOM:

MATRICULE:

SECTION:

Exercice 1		/14
Exercice 2		/20
Exercice 3		/16
Exercice 4		/20
Exercice 5		/15
Exercice 6		/15
Total		/100

CORRIGÉ

ATTENTION:
1. Vous ne pouvez sortir de la salle sans remettre définitivement votre copie ni sans autorisation.
2. Toute calculatrice et tout objet connecté (même éteint) sont formellement interdits.
Les seuls documents autorisés sont ceux que nous vous fournissons.

Toute tentative de fraude ou de communication sera sévèrement sanctionnée.

1. Ecrivez immédiatement vos **nom, prénom et matricule** sur cette page.
2. Des feuilles de brouillon sont accessibles à la fin de la copie.
Vous n'avez pas le droit à vos propres feuilles de brouillon.
Les brouillons ne seront en aucun cas lus ni corrigés.
3. **Ne dégrafez pas** les feuilles !
4. Les réponses doivent être **soigneusement justifiées** sauf mention expresse du contraire.
5. Ecrivez lisiblement et soignez la présentation de vos réponses.
6. Vous pouvez écrire vos réponses **au verso des pages** et **au crayon** mais **pas en rouge**.
7. L'examen dure **3 heures**.

EXERCICE 1

(a) (/4) Enoncer la formule du binôme de Newton.

(b) (/5) Aotearoa est le nom d'origine de la Nouvelle Zélande. Combien de mots peuvent être obtenus en réarrangeant les lettres du mot AOTEAROA ?

(c) (/5) Vérifier la parité de la fonction

$$f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, x \mapsto |\cos(3x)|$$

et donner sa (plus petite) période.

Réponse question 1 :

(a)

Résultat (Formule du binôme de Newton)

$$(x+y)^n = \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} x^k y^{n-k}$$
$$= \binom{n}{0} y^n + \binom{n}{1} x y^{n-1} + \binom{n}{2} x^2 y^{n-2} + \cdots + \binom{n}{n-1} x^{n-1} y + \binom{n}{n} x^n$$
$$= y^n + \binom{n}{1} x y^{n-1} + \cdots + \binom{n}{n-1} x^{n-1} y + x^n.$$

(b) On a 8 lettres parmi lesquelles deux se répètent : A, 3 fois, et O, 2 fois. On peut donc obtenir

$$\frac{8!}{3!\,2!} = \frac{8.7.6.5.\cancel{4}^{2}.\cancel{3}.\cancel{2}}{\cancel{3}.\cancel{2}.\cancel{2}} = (7.6).8.10 = (42.8).10$$
$$= 3360$$

CORRIGÉ

Réponse question 1 (suite):

mots en réarrangeant les lettres du mot AOTEAROA

1c) Parité : $\forall x \in \mathbb{R}$, on a

$$f(-x) = |\cos(3.(-x))| = |\cos(-3x)|$$

$$= |\cos(3x)|$$

(puisque $\cos(-t) = \cos(t)$ $\forall t \in \mathbb{R}$)

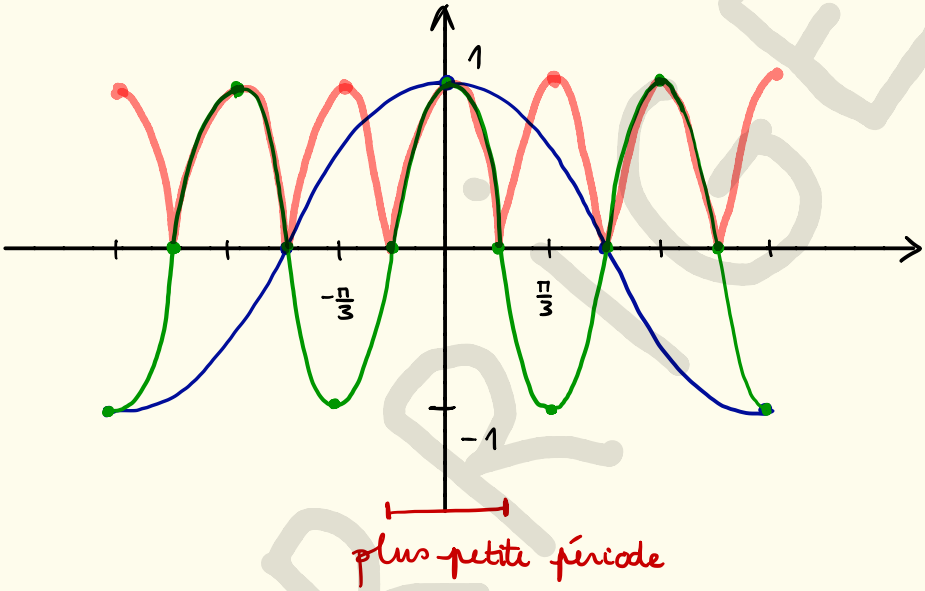
$$= f(x)$$

Donc f est paire.

Périodicité : La fonction $x \longmapsto \cos(x)$ est périodique de période 2π donc la fonction $x \longmapsto \cos(3x)$ et périodique de période $\frac{2\pi}{3}$ et la fonction $x \mapsto |\cos(3x)|$

CORRIGÉ

de période $\dfrac{\frac{2\pi}{3}}{2} = \dfrac{\pi}{3}$



CORRIGÉ

EXERCICE 2

(a) (/8) Enoncer et démontrer l'inégalité de Cauchy-Schwar z.

(b) (/3) Vérifier l'inégalité de Cauchy-Schwar z avec les vecteurs $(2, 1, -1)$ et $(-1, 2, 1)$ dans $\mathbb{R}^3$.

(c) (/9) Dans $\mathbb{R}^3$, donner l'équation cartésienne du plan Π parallèle à la droite d'équations

$$D_1 \equiv 1 - x = \frac{y-2}{2} = z - 1$$

et passant par la droite d'équations

$$D_2 \equiv \begin{cases} x = 2t + 1 \\ y = t + 9 \\ z = 3 - t \end{cases} .$$

Réponse question 2 :

(a)

Résultat (Inégalité de Cauchy-Schwarz)

Pour tous **vecteurs** $\vec{a}, \vec{b}$ *de* $\mathbb{R}^n$, *on a*

$$\left|\langle \vec{a}, \vec{b} \rangle\right| \leq \|\vec{a}\| \left\|\vec{b}\right\|.$$

CORRIGÉ

Réponse question 2 (suite) :

Proof.

Pour tout nombre réel t, on calcule la quantité $\langle \vec{a} + t\vec{b}, \vec{a} + t\vec{b} \rangle$. Elle est positive par définition du produit scalaire. Nous pouvons la ré-écrire grâce à la bilinéarité sous la forme :

$$\begin{aligned}\langle (\vec{a} + t\vec{b}), (\vec{a} + t\vec{b}) \rangle &= \langle \vec{a}, (\vec{a} + t\vec{b}) \rangle + t\langle \vec{b}, (\vec{a} + t\vec{b}) \rangle \\ &= \langle \vec{a}, \vec{a} \rangle + 2\langle \vec{a}, \vec{b} \rangle t + t^2 \langle \vec{b}, \vec{b} \rangle \\ &= \|\vec{a}\|^2 + 2\langle \vec{a}, \vec{b} \rangle t + t^2 \|\vec{b}\|^2 \geq 0\end{aligned}$$

Mais cette expression est un polynôme du second degré. Si elle est positive pour toute valeur de t c'est que son discriminant est négatif:

$$\left(2\langle \vec{a}, \vec{b} \rangle\right)^2 - 4\|\vec{a}\|^2 \|\vec{b}\|^2 \leq 0$$

qui donne alors:

$$\left|\langle \vec{a}, \vec{b} \rangle\right| \leq \|\vec{a}\| \|\vec{b}\|$$

qui est l'inégalité annoncée. □

(b) On calcule

$$\begin{aligned}|\langle (2,1,-1), (-1,2,1) \rangle| &= |2 \cdot (-1) + 1 \cdot 2 + (-1) \cdot 1| \\ &= |-2 + 2 - 1| \\ &= |-1| \\ &= 1,\end{aligned}$$

$$\|(2,1,-1)\| = \sqrt{2^2 + 1^2 + (-1)^2} = \sqrt{4 + 1 + 1} = \sqrt{6}$$

et $\|(-1,2,1)\| = \sqrt{(-1)^2 + 2^2 + 1^2} = \sqrt{1 + 4 + 1} = \sqrt{6}$

On a bien

$$|\langle (2,1,-1),(-1,2,1)\rangle| = 1$$

$$\leq 6 = \sqrt{6}.\sqrt{6} = \|(2,1,-1)\|.\|(-1,2,1)\|,$$

comme l'affirme l'inégalité de Cauchy-Schwarz.

(c) On a

$$D_1 \equiv \frac{x-1}{-1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-1}{1}$$

donc D_1 a un vecteur directeur $(-1,2,1)$.

Sur base de ses équations paramétriques, D_2 a un vecteur directeur $(2,1,-1)$.

Comme Π est parallèle à D_1 et D_2, un vecteur normal de Π est donné par

COPRIGHT

$$\begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2-1 \\ 2-1 \\ -1-4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 \\ 1 \\ -5 \end{pmatrix}$$

$(3,-1,5)$ est également un vecteur normal à Π.

Comme Π passe par D_2, tout point de D_2 appartient à Π.

On a, par exemple, $(1,9,3) \in \Pi$.

Donc

$$\Pi \equiv 3(x-1) - (y-9) + 5(z-3) = 0$$

c'est-à-dire

$$\Pi \equiv 3x - y + 5z - 6 = 0$$

ou $\Pi \equiv 3x - y + 5z = 6$.

CORRIGÉ

EXERCICE 3

(a) (/8) Donner l'ensemble S des solutions à l'équation

$$2 - x = \log_3(3^x - 8).$$

(b) (/8) Donner l'ensemble T des solutions à l'équation

$$\cos x + \sqrt{3} \sin x = 1.$$

Réponse question 3 :

(a) Conditions d'existence :

$3^x - 8 > 0$

Sous les conditions d'existence, on a

$2 - x = \log_3(3^x - 8)$

$\Leftrightarrow 3^{2-x} = 3^x - 8$

$\Leftrightarrow \frac{3^2}{3^x} = 3^x - 8$

$\Leftrightarrow 9 = (3^x)^2 - 8 \cdot 3^x$

$\Leftrightarrow (3^x)^2 - 8 \cdot 3^x - 9 = 0$

CORRIGÉ

Réponse question 3 (suite) :

En posant $t = 3^x$ on obtient

$$t^2 - 8t - 9 = 0$$

$$\Leftrightarrow (t-9)(t+1) = 0$$

$$\Leftrightarrow t = 9 \text{ ou } t = -1$$

Comme $t = 3^x > 0$, on rejette $t = -1$ et on obtient $3^x = 9$ donc $x = 2$.

Cette solution satisfait les conditions d'existence.

On a $S = \{2\}$.

CORRIGÉ

(b) $1\cos x + \sqrt{3}\sin x = 1$

$\Leftrightarrow \frac{1}{2}\cos x + \frac{\sqrt{3}}{2}\sin x = \frac{1}{2}$

(en divisant par $\sqrt{1^2+(\sqrt{3})^2} = \sqrt{1+3} = 2$)

$\Leftrightarrow \sin\frac{\pi}{6}\cos x + \cos\frac{\pi}{6}\sin x = \frac{1}{2}$

$\Leftrightarrow \sin\left(x+\frac{\pi}{6}\right) = \frac{1}{2}$

$\Leftrightarrow x+\frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{6} + 2k\pi$ ou $x+\frac{\pi}{6} = \frac{5\pi}{6} + 2k\pi$

(avec $k \in \mathbb{Z}$)

$\Leftrightarrow x = 2k\pi$ ou $x = \frac{4\pi}{6} + 2k\pi$

$= \frac{2\pi}{3} + 2k\pi$

On a

$T = \left\{2k\pi, \frac{2\pi}{3}+2k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\right\}$

CORRIGÉ

EXERCICE 4

Considérer la fonction réelle donnée par $f(x) = \sqrt{\frac{x^2+x+7}{x-1}}$.

(a) (/3) Déterminer le (plus grand) domaine de f.

(b) (/3) Montrer que $\frac{x^2+x+7}{x-1} = x + 2 + \frac{9}{x-1}$.

(c) (/5) La fonction f admet-elle des points critiques sur son domaine ? Si oui, trouver leurs coordonnées et les caractériser.

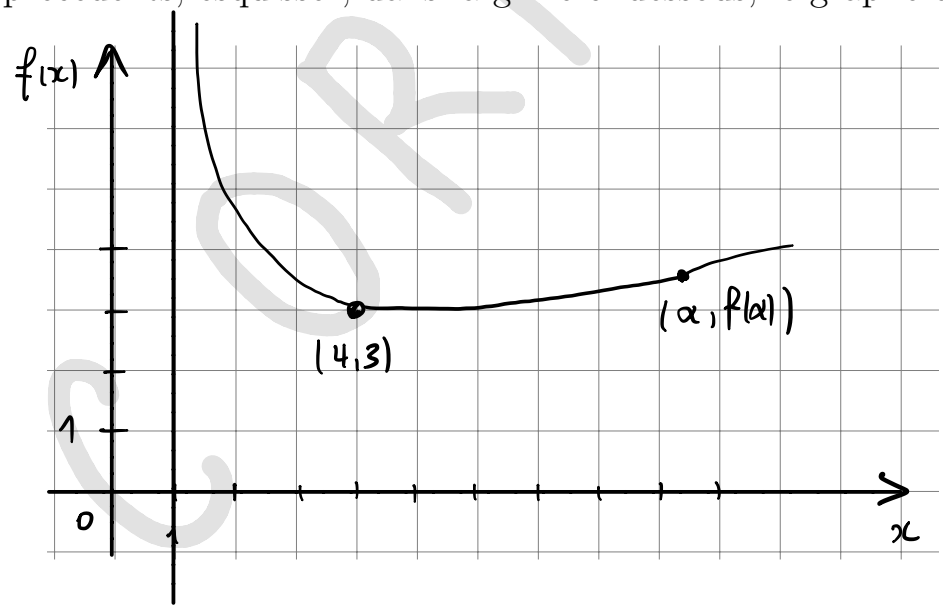
(d) (/5) Déterminer les asymptotes de f s'il en existe.

(e) (/4) Voici le tableau de variation de f'' :

x		1		α	
$f''(x)$		∄	$+$	0	$-$

où $\alpha \approx 9,39$ et $f(\alpha) \approx 3,53$.

En utilisant ce tableau et les informations collectées aux points précédents, esquisser, dans la grille ci-dessous, le graphe de f.



Réponse question 4 :

(a) Le delta de x^2+x+7 est $1^2 - 4.7 = -27 < 0$ et son coefficient de tête est $1 > 0$ donc $x^2 + x + 7 < 0 \quad \forall x \in \mathbb{R}$.

CORRIGÉ

Réponse question 4 (suite) :

		1	
$x-1$	$-$	0	$+$
x^2+x+7	$+$	$+$	$+$
$\frac{x^2+x+7}{x-1}$	$-$	$\nexists$	$+$

$$\text{dom } f = \left\{ x \in \mathbb{R} : \frac{x^2+x+7}{x-1} \geqslant 0 \right\}$$

$$=]1, +\infty[$$

(b) $$x+2+\frac{9}{x-1} = \frac{(x+2)(x-1)+9}{x-1}$$

$$= \frac{x^2+2x-x-2+9}{x-1}$$

$$= \frac{x^2+x+7}{x-1}$$

CORRIGÉ

(c) Pour tout $x \in]1, +\infty[$, on a

$$f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{\frac{x^2+x+7}{x-1}}} \cdot \left(\frac{x^2+x+7}{x-1}\right)'$$

$$= \frac{1}{2\sqrt{\frac{x^2+x+7}{x-1}}} \cdot \left(x+2+\frac{9}{x-1}\right)'$$

$$= \underbrace{\frac{1}{2\sqrt{\frac{x^2+x+7}{x-1}}}}_{>0} \cdot \left(1-\frac{9}{(x-1)^2}\right)$$

On a $f'(x) = 0$ lorsque $\frac{9}{(x-1)^2} = 1$

$$\Leftrightarrow (x-1)^2 = 9$$

$$\Leftrightarrow x-1 = \pm 3$$

$$\Leftrightarrow x = \begin{cases} -2 \\ 4 \end{cases}$$

Comme $-2 \notin \text{dom} f$, on a un unique point critique en $x = 4$.

CORRIGÉ

Les coordonnées du point du graphe ayant cette abscisse sont $(4, f(4)) = \left(4, \sqrt{\frac{16+4+7}{4-1}}\right)$

$= (4, 3)$

x	1		4	
f'	‖	$-$	0	$+$
f	‖ ↘		$(4,3)$ est un minimum local de f	↗

(d) Asymptotes verticales ?

$$\lim_{\substack{x \to 1 \\ >}} f(x) = \lim_{\substack{x \to 1 \\ >}} \sqrt{x+2+\frac{9}{x-1}}$$

$x+2 \to 3$, $\frac{9}{x-1} \to +\infty$

$= +\infty$

Asymptote verticale en $x = 1$

CORRIGÉ

Asymptotes horizontales ?

$$\lim_{x\to+\infty} f(x) = \lim_{x\to+\infty} \sqrt{\underbrace{x+2}_{+\infty} + \underbrace{\frac{9}{x-1}}_{0}}$$

$$= +\infty$$

Pas d'asymptote horizontale

Asymptotes obliques ?

$$\lim_{x\to+\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x\to+\infty} \frac{\sqrt{x+2+\frac{9}{x-1}}}{x}$$

$$= \lim_{x\to+\infty} \sqrt{\frac{x+2+\frac{9}{x-1}}{x^2}}$$

$$= \lim_{x\to+\infty} \sqrt{\frac{1}{x} + \frac{2}{x^2} + \frac{9}{x^2(x-1)}} = 0$$

Pas d'asymptote oblique

CORRIGÉ

10

EXERCICE 5

(a) (/5) Enoncer le théorème fondamental du calcul différentiel et intégral.

(b) (/10) Calculer l'intégrale définie suivante :

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos x dx}{\sin^2 x - 4}.$$

Réponse question 5 :

(a)

Theorem (Théorème fondamental)

Soit f une fonction continue sur un intervalle I et soit a un point de I. Alors la fonction

$$F : I \to \mathbb{R} : x \mapsto \int_a^x f(t)\, dt$$

est l'unique primitive de f qui s'annule en x = a.

(b)

$$\int \frac{\cos x\, dx}{\sin^2 x - 4} = \int \frac{dt}{t^2 - 4} = \cdots$$

$t = \sin x$

$dt = \cos x\, dx$

$$\frac{1}{t^2-4} = \frac{A}{t+2} + \frac{B}{t-2}$$

$$= \frac{A(t-2) + B(t+2)}{(t+2)(t-2)}$$

$$= \frac{(A+B)t + 2(B-A)}{t^2-4}$$

CORRIGÉ

Réponse question 5 (suite) :

$$\begin{cases} A+B=0 \\ 2(B-A)=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A+B=0 \quad (1) \\ B-A=\frac{1}{2} \quad (2) \end{cases}$$

$(1)+(2)$: $2B=\frac{1}{2} \Leftrightarrow B=\frac{1}{4}$

Dans (1) : $A=-B=-\frac{1}{4}$

$$\cdots = \int \frac{dt}{t^2-4} = \int \left(\frac{\frac{-1}{4}}{t+2} + \frac{\frac{1}{4}}{t-2} \right) dt$$

$$= -\frac{1}{4} \int \frac{dt}{t+2} + \frac{1}{4} \int \frac{dt}{t-2}$$

$$= -\frac{1}{4} \ln|t+2| + \frac{1}{4} \ln|t-2| + cst$$

$$= \frac{1}{4} \ln\left| \frac{t-2}{t+2} \right) + cst$$

$$= \frac{1}{4} \ln\left| \frac{\sin x - 2}{\sin x + 2} \right| + cst$$

CORRIGÉ

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos x\,dx}{\sin^2 x - 4}$$

$$= \left[\frac{1}{4} \ln \left| \frac{\sin x - 2}{\sin x + 2} \right| \right]_0^{\frac{\pi}{2}}$$

$$= \frac{1}{4} \ln \left| \frac{\sin \frac{\pi}{2} - 2}{\sin \frac{\pi}{2} + 2} \right| - \frac{1}{4} \ln \left| \frac{\sin 0 - 2}{\sin 0 + 2} \right|$$

$$= \frac{1}{4} \ln \left| \frac{1-2}{1+2} \right| - \frac{1}{4} \ln \left| \frac{-2}{2} \right|$$

$$= \frac{1}{4} \ln \frac{1}{3} - \frac{1}{4} \ln 1$$

$$= \frac{1}{4} \ln \frac{1}{3}$$

$$\left(= -\frac{1}{4} \ln 3 \right).$$

CORRIGÉ

EXERCICE 6

(a) (/10) Montrer, par récurrence, que la n-ième dérivée de la fonction $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, x \mapsto xe^{-x}$ est

$$f^{\underline{n}} : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, x \mapsto (-1)^n e^{-x}(x - n)$$

pour tout $n \in \mathbb{N}$.

(b) (/5) Donner la série de Taylor de la fonction f autour de $x = 0$.

Réponse question 6 :

(a) Initialisation : $n = 0$

$f^{\underline{0}}(x) = f(x) = xe^{-x} = (-1)^0 e^{-x}(x-0)$

Hypothèse de récurrence :

$f^{\underline{n}}(x) = (-1)^n e^{-x}(x-n)$ pour un $n \in \mathbb{N}$

Étape de récurrence :

$$f^{\underline{n+1}}(x) = \left(f^{\underline{n}}(x)\right)' = \left((-1)^n e^{-x}(x-n)\right)'$$

$$= (-1)^n (-1) e^{-x}(x-n) + (-1)^n e^{-x} \cdot 1$$

$$= (-1)^{n+1} e^{-x}(x-n) - (-1)^{n+1} e^{-x}$$

$$= (-1)^{n+1} e^{-x}\left[(x-n) - 1\right]$$

$$= (-1)^{n+1} e^{-x}\left(x - (n+1)\right)$$ CQFD

CORRIGÉ

Réponse question 6 (suite) :

(b) La série de Taylor de f autour de 0 est

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{f^{n}(0)}{n!}(x-0)^{n} = \underbrace{f(0)}_{0} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{f^{n}(0)}{n!} x^{n}$$

$$= \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n} e^{-0}(0-n)}{n!} x^{n}$$

$$= \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n}}{(n-1)!} x^{n}$$

CORRIGÉ

Examen de MATH F-112
2ième Quadrimestre
13 Juin 2022

NOM:
PRÉNOM:
MATRICULE:
SECTION:

Exercice 1		/25
Exercice 2		/25
Exercice 3		/25
Exercice 4		/25
Total		/100

ATTENTION:
1. Vous ne pouvez pas sortir de la salle sans remettre définitivement votre copie, ni sans autorisation.
2. Toute calculatrice et tout objet connecté (même éteint) sont formellement interdits.
Les seuls documents autorisés sont ceux que nous vous fournissons.

Toute tentative de fraude ou de communication sera sévèrement sanctionnée.

1. Ecrivez immédiatement vos **nom, prénom, matricule et section** sur cette page.
2. Des feuilles de brouillon sont accessibles à la fin de la copie.
Vous n'avez PAS le droit à vos propres feuilles de brouillon.
Les brouillons ne seront en aucun cas lus ni corrigés.
3. **Ne dégrafez pas** les feuilles !
4. Les réponses doivent être **soigneusement justifiées** sauf mention expresse du contraire.
5. Ecrivez lisiblement et soignez la présentation de vos réponses.
6. Vous pouvez écrire vos réponses **au verso des pages** et **au crayon** mais **pas en rouge**.
7. L'examen dure **2 heures**.

CORRIGÉ

EXERCICE 1

(a) (/6) Trouver l'ensemble T des solutions complexes à l'équation

$$t^2 - 2t + 2 = 0.$$

(b) (/9) A l'aide du point (a), trouver l'ensemble S des solutions complexes à l'équation

$$z^6 - 2z^3 + 2 = 0.$$

(c) (/10) Enoncer et démontrer la formule de De Moivre.

Réponse question 1 :

(a) $t^2 - 2t + 2 = 0$

$\Delta = (-2)^2 - 4 \cdot 2 = 4 - 8 = -4$

Les racines complexes de -4 sont $\pm 2i$

$$t_{1\atop 2} = \frac{-(-2) \pm 2i}{2} = \frac{2 \pm 2i}{2} = 1 \pm i$$

On trouve $T = \{1+i, 1-i\}$

(b) Posons $t = z^3$.

On a $z^6 - 2z^3 + 2 = 0 \iff t^2 - 2t + 2 = 0$

Donc, par (a),

$z^3 = t = 1 \pm i$

CORRIGÉ

Réponse question 1 (suite):

$$1+i = \sqrt{2}\, e^{i(\frac{\pi}{4}+2k\pi)}$$

$$1-i = \sqrt{2}\, e^{i(-\frac{\pi}{4}+2k\pi)} \qquad (k\in\mathbb{Z})$$

$$z = \rho e^{i\theta} \Rightarrow z^3 = \rho^3 e^{i3\theta}$$

$$\rho^3 = \sqrt{2} = 2^{\frac{1}{2}} \Rightarrow \rho = 2^{\frac{1}{6}}$$

$$3\theta = \pm\frac{\pi}{4} + 2k\pi \Rightarrow \theta = \pm\frac{\pi}{12} + k\frac{2\pi}{3}$$

On trouve

$$S = \{2^{\frac{1}{6}} e^{i\psi} : \psi = \frac{\pi}{12} \text{ ou } -\frac{\pi}{12} \text{ ou } \frac{3\pi}{4} \text{ ou } \frac{7\pi}{12} \text{ ou } \frac{17\pi}{12} \text{ ou } \frac{5\pi}{4}\}$$

(c) Formule de De Moivre:

$$(\rho \exp(i\theta))^n = \rho^n \exp(in\theta) \qquad \forall\, n \geq 1$$

CORRIGÉ

Démonstration :

- Cas de base : $n = 1$

$$(\rho \exp(i\theta))^1 = \rho \exp(1\theta) = \rho^1 \exp(i\,1.\theta)$$

- Supposons que

$$(\rho \exp(i\theta))^n = \rho^n \exp(in\theta)$$

pour un certain $n \geq 1$ fixé.

- $(\rho \exp(i\theta))^{n+1}$

$$= \rho \exp(i\theta) \cdot (\rho \exp(i\theta))^n$$

$$= \rho \exp(i\theta) \cdot \rho^n \exp(in\theta)$$

(par hypothèse de récurrence)

$$= \rho \cdot \rho^n \exp(i(\theta + n\theta))$$

$$= \rho^{n+1} \exp(i(n+1)\theta)$$

□

EXERCICE 2

(a) (/12) Donner l'ensemble $S \subseteq \mathbb{R}^3$ des solutions au système linéaire suivant :

$$\begin{cases} 2x + 3y - 3z = 1 \\ -4x - 5y + 5z = 3. \\ x + 2y - 2z = 3 \end{cases}$$

(b) (/8) Calculer le déterminant de la matrice $\begin{pmatrix} 1 & 3 & 0 \\ 1 & 2 & -1 \\ -3 & -4 & 7 \end{pmatrix}$.

(c) (/5) Ecrire le système linéaire suivant sous forme matricielle :

$$\begin{cases} x + 3y = 0 \\ x + 2y - z = 0 \\ -3x - 4y + 7z = 0 \end{cases}$$

A l'aide du point (b) et **sans** effectuer de calculs, justifier du fait que son unique solution dans $\mathbb{R}^3$ est $(x, y, z) = (0, 0, 0)$.

Réponse question 2 :

(a) Appliquons la méthode de Gauss à la matrice augmentée associée au système :

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 2 & 3 & -3 & 1 \\ -4 & -5 & 5 & 3 \\ 1 & 2 & -2 & 3 \end{array}\right]$$

$L_1 \leftrightarrow L_3$ ⇝

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & -2 & 3 \\ -4 & -5 & 5 & 3 \\ 2 & 3 & -3 & 1 \end{array}\right]$$

Réponse question 2 (suite) :

$$\begin{matrix} L_2 \to L_2 + 4L_1 \\ \rightsquigarrow \\ L_3 \to L_3 - 2L_1 \end{matrix} \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & -2 & 3 \\ 0 & 3 & -3 & 15 \\ 0 & -1 & 1 & -5 \end{array}\right]$$

$$\begin{matrix} L_2 \to \frac{1}{3}L_2 \\ \rightsquigarrow \end{matrix} \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & -2 & 3 \\ 0 & 1 & -1 & 5 \\ 0 & -1 & 1 & -5 \end{array}\right]$$

$$\begin{matrix} L_3 \to L_3 + L_2 \\ \rightsquigarrow \\ L_1 \to L_1 - 2L_2 \end{matrix} \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & -7 \\ 0 & 1 & -1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right]$$

Cette matrice est sous forme échelonnée réduite. Le système donné est équivalent au système suivant :

$$\begin{cases} x = -7 \\ y - z = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -7 \\ y = z + 5 \end{cases}$$

CORRIGÉ

On a

$$S = \{(-7, z+5, z) \mid z \in \mathbb{R}\}$$

(b) En développant selon la 3e colonne,

$$\det \begin{pmatrix} 1 & 3 & 0 \\ 1 & 2 & -1 \\ -3 & -4 & 7 \end{pmatrix}$$

$$= -(-1) \det \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ -3 & -4 \end{pmatrix} + 7 \det \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$$

$$= (-4-(-9)) + 7 \cdot (2-3)$$

$$= 5 - 7 = -2$$

(c) La forme matricielle du système est

$$\begin{pmatrix} 1 & 3 & 0 \\ 1 & 2 & -1 \\ -3 & -4 & 7 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Notons $M = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 0 \\ 1 & 2 & -1 \\ -3 & -4 & 7 \end{pmatrix}$.

Comme $\det M \neq 0$, M est inversible donc

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = M^{-1} \cdot M \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = M^{-1} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

et l'unique solution à notre système est $(x, y, z) = (0, 0, 0)$.

EXERCICE 3

(a) (/4) Définir la notion de *point critique* d'une fonction différentiable $f : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$.

(b) (/14) Considérer la fonction

$$f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R} : (x, y) \mapsto x^3 + y^3 + 3x^2 - 6y^2.$$

Trouver ses points critiques ET déterminer leur nature respective.

(c) (/7) Intégrer la fonction

$$g : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R} : (x, y) \mapsto 7x$$

sur la région de $\mathbb{R}^2$ délimitée par les paraboles d'équations respectives $y = x^2 + 3$ et $y = 2x^2 + 2$.

Réponse question 3 :

(a) On appelle point critique de f tout point $a \in \mathbb{R}^n$ intérieur au domaine de f tel que $\nabla f(a) = \vec{0}$

CORRIGÉ

Réponse question 3 (suite) :

(b) $\nabla f(x,y) = \left(\frac{\partial f}{\partial x}(x,y), \frac{\partial f}{\partial y}(x,y) \right)$

$= (3x^2+6x, 3y^2-12y)$

(x,y) est un point critique de f

ssi $\nabla f(x,y) = (0,0)$

ssi $\begin{cases} 3x^2+6x=0 \\ 3y^2-12y=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x(x+2)=0 \\ 3y(y-4)=0 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \text{ ou } x=-2 \\ y=0 \text{ ou } y=4 \end{cases}$

On a 4 points critiques :

$(0,0), (0,4), (-2,0)$ et $(-2,4)$

CORRIGÉ

Déterminons la nature de ces points critiques.

On a

$$H_f(x,y) = \begin{pmatrix} \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} & \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} \\ \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x} & \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} \end{pmatrix}$$

On

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = 6x+6, \quad \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} = \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x} = 0,$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial y^2} = 6y-12$$

Donc

$\rightarrow \det H_f(0,0) = \det \begin{pmatrix} 6 & 0 \\ 0 & -12 \end{pmatrix} = -72 < 0$

de sorte que $(0,0)$ est un point de selle

$\rightarrow \det H_f(0,4) = \det \begin{pmatrix} 6 & 0 \\ 0 & 12 \end{pmatrix} = 72 > 0$

et $\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}(0,4) = 6 > 0$ de sorte que $(0,4)$ est un minimum local

$\rightarrow \det Hf(-2,0) = \det \begin{pmatrix} -6 & 0 \\ 0 & -12 \end{pmatrix} = 72 > 0$

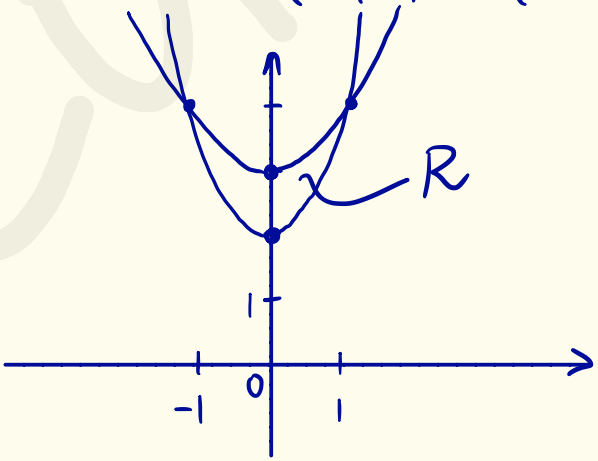
et $\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}(-2,0) = -6 < 0$ de sorte que $(-2,0)$ est un maximum local

$\rightarrow \det Hf(-2,4) = \det \begin{pmatrix} -6 & 0 \\ 0 & 12 \end{pmatrix} = -72 < 0$

de sorte que $(-2,4)$ est un point de selle

(c) On a $x^2+3 = 2x^2+2 \Leftrightarrow x^2 = 1$

$\Leftrightarrow x = \pm 1$. Les deux paraboles s'intersectent en $(-1,4)$ et $(1,4)$.



Nommons R la région qu'elles délimitent

$$\iint_R 7x \, d(xy)$$

$$= 7 \int_{-1}^{1} \int_{x^2+3}^{2x^2+2} x \, dy \, dx$$

$$= 7 \int_{-1}^{1} \left[xy \right]_{y=x^2+3}^{2x^2+2} dx$$

$$= 7 \int_{-1}^{1} x \underbrace{\left(2x^2+2-(x^2+3) \right)}_{x^2-1} dx$$

$$= 7 \int_{-1}^{1} (x^3 - x) \, dx$$

$$= 7 \cdot \left[\frac{x^4}{4} - \frac{x^2}{2} \right]_{x=-1}^{1}$$

$$= 7 \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{2} - \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{2} \right) \right) = 0$$

CORRIGÉ

EXERCICE 4

(a) (/5) Définir la notion de *problème de Cauchy*.

(b) (/5) Vérifier que

$$y_0(x) := \sin x + \cos x$$

est une solution particulière à l'équation

$$y'' - 4y' + 4y = 7\sin x - \cos x.$$

(c) (/8) Donner la solution générale à l'équation non-homogène

$$y'' - 4y' + 4y = 7\sin x - \cos x.$$

(d) (/7) Résoudre le problème de Cauchy suivant :

$$y'' - 4y' + 4y = 7\sin x - \cos x, \qquad y(0) = 1, y'(0) = 2.$$

Réponse question 4 :

(a) Un problème de Cauchy est la donnée d'une équation différentielle ordinaire d'ordre $n \geq 1$ $F(x, y, y', \dots, y^{(n)}) = 0$ définie sur un intervalle I, d'un point $x_0 \in I$, et d'une condition initiale en x_0 : $y(x_0) = y_0, y'(x_0) = y_0', \dots, y^{(n-1)}(x_0) = y_0^{(n-1)}$, où $y_0, y_0', \dots, y_0^{(n-1)}$ sont des constantes données.

CORRIGÉ

Réponse question 4 (suite) :

(b) $y_0(x) = \sin x + \cos x$

$y_0'(x) = \cos x - \sin x$

$y_0''(x) = -\sin x - \cos x$

$y_0'' - 4y_0' + 4y_0$

$= -\sin x - \cos x - 4(\cos x - \sin x) + 4(\sin x + \cos x)$

$= \sin x(-1 - 4(-1) + 4) + \cos x(-1 - 4 + 4)$

$= 7\sin x - \cos x$

Comme requis.

(c) Equation homogène associée :

$y_H'' - 4y_H' + 4y_H = 0$

Equation caractéristique et solution :

$\lambda^2 - 4\lambda + 4 = 0 \Leftrightarrow (\lambda - 2)^2 = 0 \Leftrightarrow \lambda = 2$

CORRIGÉ

Solution générale à l'équation homogène associée :

$$y_{SGHA}(x) = (Ax + B)e^{2x}$$

avec $A, B \in \mathbb{R}$.

Solution générale à l'équation non-homogène :

$$y(x) = (Ax+B)e^{2x} + \cos x + \sin x$$

(d) $1 = y(0) = B + 1 \iff B = 0$

$$y'(x) = 2(Ax+B)e^{2x} + Ae^{2x} - \sin x + \cos x$$

$$2 = y'(0) = 2B + A + 1 \iff A = 1 - 2B = 1$$

Solution unique au problème de Cauchy :

$$y(x) = xe^{2x} + \cos x + \sin x$$

COPYRIGHT

Examen de MATH-F115

Compléments d'analyse et algèbre linéaire

Correction

14 juin 2022

Section A

Répondre à toutes les trois questions dans cette section.

A1 (a) Soit $C \subset \mathbb{R}^3$ une courbe avec parametrisation $\gamma\colon [a,b] \to \mathbb{R}^3$ qui est continûment différentiable. Soit $\mathbf{F}\colon \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ un champ de vecteurs continu.
Définir la circulation de $\mathbf{F}$ le long de C (aussi appelé le travail fournit).

(b) Soit C la courbe avec parametrisation $\gamma\colon [0,\pi/4] \to \mathbb{R}^3$ donnée par $\gamma(t) = (\cos(t), \sin(t), 0)$ et $\mathbf{F}(x,y,z) = (z,x,y)$.
Calculer la circulation de $\mathbf{F}$ le long de C.

Réponse A1.

(a) La circulation de $\mathbf{F}$ le long de C est

$$\int_C \langle \mathbf{F}, \mathbf{dx} \rangle = \int_a^b \big\langle \mathbf{F}(\gamma(t)), \gamma'(t) \big\rangle \, \mathrm{d}t$$

(Il suffit d'écrire l'intégrale à droite.)

3 points

(b)

$$\begin{aligned} \gamma(t) &= (\cos(t), \sin(t), 0) \\ \gamma'(t) &= (-\sin(t), \cos(t), 0) \\ \mathbf{F}(\gamma(t)) &= (0, \cos(t), \sin(t)) \\ \big\langle \mathbf{F}(\gamma(t)), \gamma'(t) \big\rangle &= \cos^2(t) \end{aligned}$$

On voit alors que la circulation de $\mathbf{F}$ le long de C est donnée par l'intégrale

$$\int_0^{\pi/4} \cos^2(t) \mathrm{d}t$$

2 points

Pour calculer cette intégrale, on peut utiliser l'identité

$$\cos^2(t) = \frac{1}{2}\cos(2t) + \frac{1}{2}$$

D'ici on voit que

$$\int_0^{\pi/4} \cos^2(t) \mathrm{d}t = \left[\frac{1}{4}\sin(2t) + \frac{t}{2} \right|_0^{\pi/4} = \frac{1}{4} + \frac{\pi}{8}$$

5 points

A2 Pour chacune des suites suivantes, déterminer si elle converge lorsque $n \to \infty$ et, quand elle converge, calculer sa limite.

(a) $x_n = \frac{n^3+1}{n^3-2}$.

(b) $x_n = \frac{(-1)^n n^3+1}{n^3-2}$.

(c) $x_n = \frac{n^3+1}{n^3-2\sin(n)}$.

Réponse A2

(a)

$$x_n = \frac{n^3+1}{n^3-1} = \frac{1+1/n^3}{1-2/n^3}$$

Or, $1/n \to 0$ lorsque $n \to \infty$ et donc $1/n^3 \to 0$ aussi. Il s'ensuit par les règles de calcul que

$$x_n \to \frac{1+0}{1-0} = 1$$

2 points

(b)

$$x_n = \frac{(-1)^n n^3+1}{n^3-2} = \frac{(-1)^n + 1/n^3}{1-2/n^3}$$

On considère les deux sous-suites (x_{2k}) et (x_{2k+1}). On a

$$x_{2k} = \frac{1+1/8k^3}{1-1/4k^3} \to \frac{1+0}{1-0} = 1$$

au vu du fait que $1/k^3 \to 0$ lorsque $k \to \infty$. En même temps,

$$x_{2k+1} = \frac{-1+1/(2k+1)^3}{1-2/(2k+1)^3} \to \frac{-1+0}{1+0} = -1$$

au vu du fait que $1/(2k+1)^3 \to 0$ lorsque $k \to \infty$.
Nous avons donc deux sous-suites ayant des limites différentes. Nous concluons donc que (x_n) ne converge pas.

4 points

(c)

$$x_n = \frac{n^3+1}{n^3-2\sin(n)} = \frac{1+1/n^3}{1-2\sin(n)/n^3}$$

On va démontrer que $\sin(n)/n \to 0$. D'ici les règles de calcul impliquent que $\lim x_n = 1$.
Pour le voir, constatons que $-1 \leq \sin(n) \leq 1$ et donc

$$-\frac{1}{n} \leq \frac{\sin(n)}{n} \leq \frac{1}{n}$$

Les bornes supérieure et inférieure ont la même limite, qui vaut zéro. Il s'ensuit alors (par le théorème du sandwich) que $\lim \frac{\sin(n)}{n} = 0$ aussi.

4 points

A3 Considérons la rotation du plan $\mathbb{R}^2$ autour de l'origine par un angle de θ radians dans le sens inverse des aiguilles d'une montre.

(a) Donner la matrice M_θ qui correspond à cette rotation par rapport à la base standard de $\mathbb{R}^2$.

Conseil: dessiner les images de la base standard:

$$M_\theta \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad M_\theta \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

(b) Etant donné deux angles θ et ϕ, expliquer pourquoi $M_\theta M_\phi = M_{\theta+\phi}$ (où au coté gauche on prend le produit matriciel).

(c) A partir de l'identité $M_\theta M_\phi = M_{\theta+\phi}$, démontrer que

$$\cos(\theta+\phi) = \cos(\theta)\cos(\phi) - \sin(\theta)\sin(\phi)$$
$$\sin(\theta+\phi) = \sin(\theta)\cos(\phi) + \cos(\theta)\sin(\phi)$$

Réponse A3.

(a)

$$M_\theta \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(\theta) \\ \sin(\theta) \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad M_\theta \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\sin(\theta) \\ \cos(\theta) \end{pmatrix}$$

Alors

$$M_\theta = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}$$

3 points

(b) La matrice associée à la composition de deux applications linéaire et le produit matriciel de leurs matrices. De coup on a que $M_\theta M_\phi$ est la matrice associée a l'application "faire d'abord une rotation par un angle ϕ et puis faire une rotation par un angle θ". Mais cette composition est la même chose que faire une seule rotation par un angle $\theta+\phi$, ce qui explique pour quoi $M_\theta M_\phi = M_{\theta+\phi}$.

On ne peut pas utiliser les identités de partie (c) pour démontrer que $M_\theta M_\phi = M_{\theta+\phi}$.

3 points

(c)

$$\begin{aligned} M_\theta M_\phi &= \begin{pmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos(\phi) & -\sin(\phi) \\ \sin(\phi) & \cos(\phi) \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} \cos(\theta)\cos(\phi) - \sin(\theta)\sin(\phi) & -\cos(\theta)\sin(\phi) - \sin(\theta)\cos(\phi) \\ \sin(\theta)\cos(\phi) + \cos(\theta)\sin(\phi) & -\sin(\theta)\sin(\phi) + \cos(\theta)\cos(\phi) \end{pmatrix} \\ M_{\theta+\phi} &= \begin{pmatrix} \cos(\theta+\phi) & -\sin(\theta+\phi) \\ \sin(\theta+\phi) & \cos(\theta+\phi) \end{pmatrix} \end{aligned}$$

Le fait que $M_\theta M_\phi = M_{\theta+\phi}$ donne maintenant les deux identités. Par exemple, en comparant les coins supérieurs à gauche, on obtient que

$$\cos(\theta+\phi) = \cos(\theta)\cos(\phi) - \sin(\theta)\sin(\phi)$$

Egalement les coins inférieurs à gauche donnent

$$\sin(\theta+\phi) = \cos(\theta)\sin(\phi) + \sin(\theta)\cos(\phi)$$

4 points

Section B

Répondre à deux parmi les trois questions dans cette section.

B1 (a) Soit $\mathbf{F}\colon \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ un champ de vecteurs continûment différentiable. Définir la divergence de $\mathbf{F}$.

2 points

(b) Soit $R \subset \mathbb{R}^3$ une région bornée dont le bord S est une surface continûment différentiable par morceaux. Enoncer le théorème de la divergence, qui lie le flux de $\mathbf{F}$ à travers S à une intégrale triple.

8 points

(c) Appliquer le théorème de la divergence pour calculer $\int_S \langle \mathbf{F}, \mathbf{dA} \rangle$ où

$$\mathbf{F}(x, y, z) = (xy^2, yz^2, zx^2)$$

et $S = \{x^2 + y^2 + z^2 = 1\}$ est la sphère de rayon 1, centrée en l'origine, avec normale positive vers l'extérieure.

10 points

Réponse B1.

(a) Soit $\mathbf{F} = (F_1, F_2, F_3)$. La divergence de $\mathbf{F}$ est

$$\operatorname{div}(\mathbf{F}) = \frac{\partial F_1}{\partial x} + \frac{\partial F_2}{\partial y} + \frac{\partial F_3}{\partial z}$$

2 points

(On accepte aussi la notation $\langle \nabla, \mathbf{F} \rangle$ pour la divergence.)

(b) Le théorème de la divergence dit que

$$\int_R \operatorname{div}(\mathbf{F}) \mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z = \int_S \langle \mathbf{F}, \mathbf{dA} \rangle$$

où dans le coté droite le normale positive à S point vers l'extérieur.
(Attention, il faut absolument préciser l'orientation de S!)

8 points

(c) Le théorème de la divergence donne que

$$\int_S \langle \mathbf{F}, \mathbf{dA} \rangle = \int_R \operatorname{div}(\mathbf{F}) \, \mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z$$

où $R = \{x^2 + y^2 + z^2 \leq 1\}$ est la boule de rayon 1, centrée en l'origine.
Calculons

$$\operatorname{div}(\mathbf{F}) = \frac{\partial}{\partial x}(xy^2) + \frac{\partial}{\partial y}(yz^2) + \frac{\partial}{\partial z}(zx^2) = y^2 + z^2 + x^2$$

On doit alors calculer l'intégrale

$$I = \int_R (x^2 + y^2 + z^2) \, \mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z$$

2 points

Pour le faire on utilise les coordonnées sphériques:

$$x = r\sin(\theta)\cos(\phi)$$
$$y = r\sin(\theta)\sin(\phi)$$
$$z = r\cos(\theta)$$

où R corresponde à la région $\theta \in [0, \pi], \phi \in [0, 2\pi], r \in [0, 1]$. La fonction dont on prend l'intégral est $x^2 + y^2 + y^2 = r^2$. En même temps, on doit aussi insérer la facteur due au changement de coordonnées, $r^2 \sin\theta$. On voit donc que

$$I = \int_{\phi=0}^{2\pi}\int_{\theta=0}^{\pi}\int_{r=0}^{1} r^4 \sin\theta \, \mathrm{d}r\mathrm{d}\theta\mathrm{d}\phi$$

4 points

Nous prenons les intégrales dans l'ordre r, θ, ϕ mais n'importe fonctionne aussi bien.

$$\begin{aligned} I &= [r^5/5]_0^1 \int_{\phi=0}^{2\pi}\int_{\theta=0}^{\pi} \sin\theta \, \mathrm{d}\theta\mathrm{d}\phi \\ &= \frac{1}{5}\int_{\phi=0}^{2\pi}\int_{\theta=0}^{\pi} \sin\theta \, \mathrm{d}\theta\mathrm{d}\phi \\ &= \frac{1}{5}[-\cos(\theta)]_0^{\pi}\int_{\phi=0}^{2\pi} \mathrm{d}\phi \\ &= \frac{2}{5}\int_{\phi=0} 2\pi \mathrm{d}\phi \\ &= \frac{4\pi}{5} \end{aligned}$$

4 points

B2 (a) Soit f une fonction lisse. Définir la série de Taylor de f (autour de $x = 0$).

4 points

(b) Calculer la série de Taylor de la fonction $f(x) = \cos(x)$ (autour de $x = 0$) et déterminer son rayon de convergence.

8 points

(c) Approcher $\cos(0, 1)$ avec une précision de $0, 000001 = (0, 1)^6$.

8 points

Réponse B2.

(a) La série de Taylor de f autour de $x = 0$ est la série suivante:

$$f(0) + f'(0)x + \frac{1}{2}f''(0)x^2 + \frac{1}{3!}f'''(0)x^3 + \cdots + \frac{1}{k!}f^{(k)}(0)x^k + \cdots = \sum_{k=0}^{\infty}\frac{1}{k!}f^{(k)}(0)x^k$$

(Pour avoir tous les points, il faut décrire d'une manière ou l'autre le terme générale, et préciser que la série a un nombre infini de termes.)

4 points

(b)

$$\begin{aligned} f(x) &= \cos(x) \\ f'(x) &= -\sin(x) \\ f''(x) &= -\cos(x) \\ f'''(x) &= \sin(x) \\ f''''(x) &= \cos(x) \end{aligned}$$

A partir d'ici le pattern se répète. On obtient alors que

$$\begin{aligned} f(0) &= 1 \\ f'(0) &= 0 \\ f''(0) &= -1 \\ f'''(0) &= 0 \\ f''''(0) &= 1 \end{aligned}$$

etc. D'ici on voit que la série de Taylor de $\cos(x)$ autour de $x = 0$ est

$$1 - \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{4!}x^4 - \frac{1}{6!}x^6 + \cdots = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k}{(2k)!}x^{2k}$$

(Ce n'est pas nécessaire de donner la forme du terme générale à condition que l'idée est claire)

8 points

(c) Le théorème de Taylor dit que si $|f^{(k+1)}(x)| \leq C$ pour tout $x \in [-1, 1]$ alors,

$$|f(x) - T_k(x)| \leq \frac{C}{(k+1)!}|x|^{k+1}$$

où $T_k(x)$ est le $k^{\text{ième}}$ polynôme de Taylor.
Dans notre cas $f(x) = \cos(x)$, quelque soit k et x, $|f^{(k+1)}(x)| \leq 1$ (puisque $f^{(k+1)}(x)$ est soit $\pm\cos(x)$ soit $\pm\sin(x)$). Nous nous intéressons de $x = 0,1$ pour lequel le théorème de Taylor donne

$$|\cos(0,1) - T_k(0,1)| \leq \frac{(0,1)^{k+1}}{(k+1)!}$$

Nous voulons une erreur inférieure à $(0,1)^6$. Si on prend $k = 4$ l'erreur est majorée par

$$\frac{(0,1)^5}{5!} = \frac{(0,1)^5}{125} \leq (0,1)^7$$

On doit prendre alors quatre termes de la série de Taylor pour approcher $\cos(0,1)$ avec la précision nécessaire, ce qui donne:

$$\cos(0,1) = 1 - \frac{(0,1)^2}{2} + \frac{(0,1)^4}{4!} = 1 - \frac{1}{200} + \frac{1}{240000} = \frac{238801}{240000}$$

8 points

B3 (a) Soit M une matrice carrée. Quand dit-on que v est un vecteur propre de M avec valeur propre λ?

5 points

(b) Soit M la matrice

$$M = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$$

i. Démontrer que les valeurs propres de M sont 4 et -2.

5 points

ii. Trouver les vecteurs propres de M.

5 points

iii. Trouver une matrice inversible S telle que $S^{-1}MS$ est digaonale.

5 points

Réponse B3.

(a) Un vecteur propre de M avec valeur propre λ est un vecteur v non-nul tel que

$$Mv = \lambda v$$

où $\lambda \in \mathbb{R}$.
(Il faut absolument préciser que v soit non-nul.)

5 points

(b) i. Pour calculer les valeurs propres de M on calcule le polynôme caractéristique:

$$p(\lambda) = \det \begin{pmatrix} 1-\lambda & 3 \\ 3 & 1-\lambda \end{pmatrix} = (1-\lambda)^2 - 9 = \lambda^2 - 2\lambda - 8$$

Les valeurs propres sont les racines de p qui sont 4 et -2

5 points

ii. Les vecteurs propres avec valeur propre 4 sont les solutions à

$$\begin{pmatrix} -3 & 3 \\ 3 & -3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = 0$$

ce qui revient a dire que $x = y$.
Les vecteurs propres avec valeur propre -2 sont les solutions à

$$\begin{pmatrix} 3 & 3 \\ 3 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = 0$$

ce qui revient à dire que $x = -y$.

5 points

iii. On prend pour S une matrice dont les deux colonnes sont des vecteurs propre pour les deux valeurs propres différentes. Un choix simple est donc

$$S = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$$

(mais il y en a d'autres!).
On devrait vérifier à la main que ça fonctione correctement. Pour calculer S^{-1}, constatons d'abord que $\det(S) = 2$ et donc

$$S^{-1} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$$

Maintenant c'est simple de calculer

$$\begin{aligned} S^{-1}MS &= \frac{1}{2}\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \\ &= \frac{1}{2}\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 4 & 2 \\ 4 & -2 \end{pmatrix} \\ &= \frac{1}{2}\begin{pmatrix} 8 & 0 \\ 0 & -4 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 4 & 0 \\ 0 & -2 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

5 points

Biol-f105

Q1+Q2: 10 crédits
60% biol-f104 + 40% biol-f103

BIOL-F105 est en fait divisé en deux cours différents (BIOL-F104 et BIOL-F103).
Au Q2, vous aurez 2 labos à Gosselies pour le cours de Biol-F104 et 2/3 labos au Solbosch pour Biol-F103.
Un conseil : essayez d'y marquer le plus de points possibles car ça peut sauver des 9/20 aux examens :)
Biol-F104 est un cours qui va vous demander beaucoup de travail et de régularité!
C'est un gros cours auquel il faut faire attention parce que c'est très dur de rattraper son retard.
Il fera partie de tes trois plus gros cours de l'année c'est à dire Physique, Chimie et Biol-F104 ☹ et pourtant ce cours-ci n'a rien de TRÈS compliqué!
Si vous allez en cours, prenez des notes, et ensuite faites une bonne synthèse en lisant le syllabus alors tout devrait bien se passer :)
Vous aurez l'occasion de gratter des points avec le quiz pré-labo et tout simplement les deux p'tits labos au Q2 (taffez les biens)
Biol-F103 en revanche est beaucoup moins compliqué mais ce n'est pas pour autant que vous pouvez le laisser tomber et juste étudier en blocus!
Le Q1 est donné par Martine qui est vraiment très gentille mais qui sait très bien ce qu'elle attend comme réponse!
Le Q2 est donné par Karine, je vous conseille d'aller en cours et de prendre quelques notes car ses powerpoints ne sont pas très remplis et des fois, elle laisse même des slides blanches pour t'obliger à venir!
Encore une fois ici, profite des labos du Q2 pour gratter des points ;)

Biologie correction exam juin 2021

Q1

Definition

1) Exon
2) Caryocinèse
3) Plasmide : chez procaryote
4) Transduction
5) Nucléotide

Exo de genetique

Exercices de génétique

6) Si l'on ne tient pas compte des éventuelles recombinaisons, le nombre de gamètes différents qui peuvent être formés par un organisme dont la formule diploïde compte douze chromosomes est ?

2^6 (= 64)

7) Dans une population humaine, un quart des individus présentent un certain trait récessif. Quelle est la fréquence de l'allèle dominant dans cette population ?

q2 = 0.25… donc q = 0.5 … donc p = 0.5

8) La coloration de plusieurs espèces sauvages de canards est déterminée par un gène ayant quatre allèles. Les allèles **H**, **I** et **J** sont codominants et l'allèle **k** est récessif par rapport aux trois autres. Combien de phénotypes différents trouve-t-on dans une volée de canards contenant toutes les combinaisons possibles de ces allèles ?

7 : [H] ; [I] ; [J] ; [k] ; [HI] ; [HJ] et [IJ]

9) AABB est croisé avec aabb. On croise ensuite la F1 avec des individus de génotype entièrement récessif. Quel pourcentage de cette descendance sera aabb si les deux gènes sont liés et séparés par 18 unités centimorgan ? **41 % (50 – 18/2)**

Entourez la proposition correcte des questions suivantes
(Attention : un seul choix par question !) :

10) Qu'est-ce qui n'intervient pas dans le processus de traduction:

A. la peptidyl-transférase
B. la petite sous-unité ribosomique
C. l'aminoacyl-ARNt synthétase
D. des liaisons hydrogène au site A du ribosome
E. l'hélicase

11) L'effet fondateur favorise la microévolution parce que

A. les mutations sont plus courantes dans un nouvel environnement
B. une petite population fondatrice entraîne une déviation par rapport aux résultats attendus de l'échantillonnage aléatoire des gamètes parentaux
C. le nouvel environnement est sans doute hétérogène, ce qui favorise la sélection diversifiante
D. le flux génétique augmente
E. les membres d'une petite population ont tendance à migrer

12) Une cellule qui contient deux fois moins d'ADN qu'une autre cellule en phase mitotique active se trouve en :

A. phase G1
B. phase G2
C. prophase
D. métaphase
E. anaphase

13) La sélection naturelle ne dépend pas de :

A. l'adaptation à l'environnement
B. la capacité de reproduction des organismes adaptés
C. la reproduction aléatoire
D. variations héréditaires
E. n'importe laquelle de ces réponses est bonne

14) A la métaphase de mitose, les chromatides sœurs sont attachées les unes aux autres par leur :

A. télomère
B. capsomère
C. kinétochore
D. centromère
E. centrosome

Questions courtes

15) Que se passe-t-il lors de la conjugaison entre une bactérie **Hfr** et une bactérie **F⁻** ?
(Soyez précis !)

Une copie d'une partie de l'ADN principal passe de Hfr vers F⁻
Certains gènes sont donc transférés mais F⁻ reste F⁻

16) Comment appelle-t-on la sélection naturelle qui augmente la variabilité génétique dans une population ?

Sélection naturelle diversifiante (ou divergente)

17) Quel nom donne-t-on à la technique qui permet de produire un grand nombre de fois des copies d'un fragment donné d'ADN ?

PCR (Polymerase Chain Reaction) (ou amplification génique)

18) Quel est le mécanisme régulièrement utilisé pour déterminer la distance entre deux gènes liés ?

Crossing-over (linkage) (le % reflète la distance)

19-20) A quoi sert un test « back-cross » ? Comment le réalise-t-on ?

- **Sert à déterminer le génotype d'un organisme de phénotype dominant**

- **On le croise avec un phénotype récessif et on observe la descendance :**

  Si 1 seul phénotype, il est de génotype homozygote dominant
  Si deux phénotypes, il est de génotype hétérozygote

Q2

Entourez la proposition correcte des questions suivantes
(Attention : un seul choix par question !)

1) Quelle voie métabolique est commune à la fermentation et à la respiration cellulaire aérobie ?
A. le cycle de l'acide citrique
B. la chaîne de transport d'électrons
C. la glycolyse
D. la synthèse de l'acétyl-CoA à partir du pyruvate
E. la réduction du pyruvate en lactate

2) La différenciation cellulaire comprend toujours
A. la production de protéines typiques des tissus
B. la formation d'une gastrula
C. la transcription d'un opéron de régulation
D. la perte sélective de certains gènes du génome
E. la sensibilité de la cellule aux indices présents dans son milieu, comme la lumière ou la chaleur

3) Parmi ces facteurs, lequel ne contribuerait pas à la spéciation allopatrique ?
A. la population est isolée géographiquement de la population mère
B. la population séparée est de petite taille, et elle connaît une dérive génétique
C. la population isolée est exposée à des pressions de sélection naturelle différentes de celles que subit la population ancestrale
D. le flux génétique entre les deux populations est inexistant ou très faible
E. les différents milieux des deux populations favorisent des mutations différentes

4) Le cycle de développement des plantes comprend un sporophyte et un gamétophyte. Au cours de la phase sporophytique :
A. les gamètes sont produits
B. la méiose se déroule
C. il n'y a que des mitoses
D. les gamétophytes se forment
E. aucune proposition ne convient

5) La totipotence est démontrée dans le cas suivant :
A. des mutations touchant des gènes homéotiques entraînent l'apparition d'appendices à des endroits inadéquats
B. une cellule prélevée sur une feuille de plante devient un individu adulte normal
C. une cellule embryonnaire se divise et se différencie
D. le remplacement du noyau d'un ovocyte non fécondé par le noyau d'une cellule intestinale transforme l'ovocyte en une cellule intestinale

6) Dans les branchies de poissons, l'eau ambiante et le sang circulent en sens opposé. Cette particularité

A. réduit les pertes par pression osmotique
B. facilite l'écoulement des deux liquides
C. augmente l'efficacité des échanges par diffusion entre les deux milieux
D. évite l'osmose entre les deux milieux
E. favorise la dissolution de l'oxygène dans le plasma sanguin

7) Les trois espèces vivantes X, Y et Z ont un ancêtre commun, appelé T, qui est également l'ancêtre commun des espèces disparues U et V. Le groupement des espèces T, X, Y et Z forme :

A. un taxon valide
B. un groupe monophylétique
C. un groupe paraphylétique
D. un groupe polyphylétique
E. un groupe intérieur à comparer avec l'espèce U du groupe extérieur

Questions courtes

8) Nos avant-bras et les ailes d'une chauve-souris proviennent d'un même prototype ancestral ; il s'agit donc de structures .....**homologues**.....

En revanche, les ailes d'une chauve-souris et les ailes d'une abeille ont évolué à partir de structures totalement indépendantes ; il s'agit donc de structures .....**analogues**.....

9) Dans l'évolution adaptative des végétaux terrestres, quelle innovation est-elle apportée par les ptéridophytes ?

Systèmes de canaux vasculaires (d'où : trachéophytes)

10) En embryologie, quelle expérience a permis de mettre en évidence le phénomène de l'induction primaire ? (décrivez très brièvement)

Greffe de la lèvre blastoporale (croissant gris) d'une jeune gastrula dans le blastocèle d'un autre embryon de même stade
Constat d'un embryon secondaire accolé côté ventral (l'ectoblaste ventral a formé du tissu nerveux sous l'influence du croissant gris)

Spemann !! il fallait préciser la bonne expérience

11) Les mâles de différentes espèces de Drosophila qui vivent à Hawaii ont diverses sortes de parades nuptiales qui attirent les femelles de leur propre espèce uniquement. Quel type de mécanisme d'isolement reproductif cela représente-t-il ? (Soyez précis !)

Isolement pré-zygotique, éthologique

12) Chez l'embryon de grenouille, comment appelle-t-on le mouvement qui fait apparaître le croissant gris ?

La rotation de symétrisation

13) Quelles jonctions intercellulaires trouve-t-on dans le muscle cardiaque ?

Adhérentes (desmosomes) et « gap junction » (communicantes)

14) On distingue les Parazoaires et les Eumétazoaires en se basant sur l'absence ou la présence de :

Tissus vrais ; de symétrie

15) Dans le règne animal, quelle « innovation » a permis d'introduire dans le mode de vie : mobilité, rapidité et relation prédateur-proie ? Expliquez pourquoi en quelques mots .

- **symétrie bilatérale**
- **Organismes triploblastiques**

16) Légendez la figure ci-contre :

A: **H2O**

B: **O2**

C: **NADPH**

D: **Cycle de Calvin**

E: **glucose, glucides, amidon…**

17) Livre « Planète de virus » de Carl Zimmer :

A. Dans l'histoire de la virologie, quel rôle a joué le virus de la mosaïque du tabac

Découverte des virus (agents infectueux plus petits que les bactéries)

B. Qu'appelait-on la « variolisation » (soyez précis) ?

Frotter une croûte d'un malade sur la peau d'un individu sain

C. Pourquoi dit-on que les virus marins influencent l'écologie des océans ?

innombrables
majorité sont des bactériophages et tuent nombre de bactéries photosynthétiques

Donnez une définition brève et précise des termes suivants :

18) Epibolie : **mouvement de gastrulation; recouvrement par l'ectoblaste**

19) Anagenèse : **speciation; l'espèce A évolue toute entière en l'espèce B**

20) Mycélium : **partie végétative des champignons (hyphes)**

21) Trypanosome : **protiste (protozoaire flagellé) responsible de la maladie du sommeil**

Deux hôtes : mouche tsé – tsé et homme ou bétail)

22) Lysosome : **organite des cellules eucaryotes, responsable de la digestion cellulaire. Contient des enzymes lytiques (hydrolases acides)**

23) A. Expliquez globalement le fonctionnement de la régulation de l'opéron lactose chez les bactéries.

B. Quel est le nom précis de ce type de régulation ?

C. Quel mécanisme supplémentaire complète encore cette régulation (nom + principe) ?

(Attention : la correction tient compte du contenu de la réponse ET de la clarté de sa présentation)

A.

Gène inhibiteur / site promoteur / site opérateur / gènes structure z – y – a

Lactose absent : le répresseur est lié à l'opérateur

Lactose présent : lactose se fixe sur le répresseur qui perd son affinité pour l'opérateur ; la transcription a lieu

B : régulation négative (induction enzymatique)

C : contrôle positif (répression catabolique carbonée)

Complexe AMPc – CAP rendent le promoteur « attractif »

Donnez une définition brève et précise des termes suivants : (/4)

1) Système HLA : **Human Leucocyte A (système d'histocompatibilité)**

Macromolécules individuelles (Antigènes) sur les membranes des cellules somatiques
Système contrôlé par au moins 4 paires de gènes (polyalléliques) différents
Responsable du rejet des greffes

2) Centrosome : **Principal centre d'organisation des microtubules des cellules**

Ces microtubules forment le fuseau des divisions cellulaires (mitose et/ou méiose)
Adjacent au noyau ; masse protéique qui se duplique avant la division.
Entoure une paire de centrioles perpendiculaires.
(Synonyme : complexe centriolaire)

3) Cordocentèse : **Test prénatal qui consiste en un prélèvement de sang directement**

dans le cordon ombilical. Est effectué surtout quand il y a suspicion de maladie sanguine.
Se réalise vers la 20ème semaine. Provoque plus de fausses couches que l'amniocentèse.

7) Laquelle des populations suivantes est-elle en équilibre génétique, les fréquences des génotypes AA, Aa et aa étant :

A. 0.10 – 0.80 – 0.10
B. 0.33 – 0.33 – 0.33
C. **0.04 – 0.32 – 0.64 (p2 + 2pq + q2 = 1)**
D. 0.16 – 0.58 – 0.26
E. Aucune des 4

8) Deux organismes possédant le génotype AaBbCcDdEE s'accouplent. Ces locus sont tous soumis à la loi de l'assortiment indépendant des caractères. Quelle proportion de la descendance possédera le même génotype que celui des parents ?

1er locus : A/a x A/a ; pour obtenir A/a : (1/2 x 1/2) + (1/2 x 1/2) = 1/2

Idem pour B/b, idem pour C/c, idem pour D/d MAIS PAS pour E/E où la fréq pour obtenir E/E = 1 ! Donc : ½ x ½ x ½ x ½ x 1 = 1/16

4) Structure quaternaire d'une protéine : **Association de plusieurs chaînes polypeptidiques, différentes ou identiques (synthétisées indépendamment).**

(DONC : association de plusieurs structures 3D)

Exercices de génétique (/6)

5) Si deux parents, porteurs sains d'une mutation du gène impliqué dans la mucoviscidose, ont trois enfants, quelle est la probabilité qu'ils aient, parmi ces trois enfants, un seul enfant malade ? **Fréq malade : ½ x ½ = ¼ et fréq phénotypes sains : 3/4**

DONC : ¼ (le malade) x ¾ (1er non malade) x ¾ (2ème non malade) = 9/64

(un seul phénotype extrême est privilégié)

20) Comment déterminer si un caractère est polygénique ?

Regarder la distribution des phénotypes dans la population.

Constater : très nombreux phénotypes, variation continue (variable quantitative) caractérisée par une courbe Gaussienne (« cloche »)

Influence de l'environnement

11) On peut établir une carte factorielle par

A. l'observation des mutations ponctuelles
B. la méthode appelée test du back-cross
C. l'utilisation d'enzymes particulières, les polymérases
D. la comparaison des fréquences de crossing-over entre plusieurs allèles liés
E. l'observation des caryotypes

12) Dans l'équation logistique de croissance d'une population bactérienne écrite sous la forme

$$dN/dt = (K-N/K)\ rN\ ,$$ K représente

A. la concentration d'un produit nécessaire à la croissance de la population
B. la concentration d'un produit de déchet entravant la croissance de la population
C. un coefficient numérique exprimant la vitesse de multiplication des bactéries
D. un nombre d'individus
E. aucune des propositions ci-dessus ne convient

9) La fréquence des albinos dans une population est de 0,0009. Quelle est la fréquence des individus hétérozygotes dans cette population ?

0,0009 = q2 , donc q = 0.03 >>> p = 0.97

DONC : fréq hétérozygotes : 2pq = 2 x 0.03 x 0.97 = 0.058 (5.8 %)

10) Une espèce de papillons possède une forme blanche, une forme beige et une forme foncée. **La forme beige procure un camouflage quasi parfait** ; 10% des papillons foncés sont dévorés après éclosion par les oiseaux qui constituent leurs principaux prédateurs, **tandis que seulement 70% des papillons blancs (les plus visibles) arrivent à leur échapper**. Quels sont (+ justification de la réponse) les coefficients de sélection pour :

- Les formes blanches : **70 % survivent >> W = 0.7 DONC : s = 1-W = 0.3**

- Les formes beiges : **camouflage « parfait » >> W = 1 DONC : s = 0**

21) Qu'est-ce que le généticien entend par « **dérive génétique** » ? (/5)
Quand se produit-elle ? Quelles en sont les conséquences ?
Donnez une situation particulière qui la favorise.

(Attention : la correction tient compte du contenu de la réponse ET de la clarté de sa présentation)

- **Variation de la fréquence allélique par diminution ou perte d'un allèle, due au hasard**
  (soit échantillon aléatoire des gamètes, soit petit effectif aléatoire d'individus non représentatifs)

- **Un des écarts à la loi d'équilibre de hardy-Weinberg >>> Evolution !**

- **Se manifeste surtout dans des petites populations**

- **Quand variations aléatoires marquées soit de gamètes, soit d'individus**

- **Entraîne des variations des fréquences phénotypiques, génotypiques et génique**

- **Perte d'allèles, donc : appauvrissement du patrimoine génétique de la population (perte d'un allèle, fixation d'un autre)**

- **Effet du fondateur (petit groupe –non représentatif de la diversité génétique - qui migre)**

- **Perte d'allèles, donc : appauvrissement du patrimoine génétique de la population (perte d'un allèle, fixation d'un autre)**

- **Effet du fondateur (petit groupe –non représentatif de la diversité génétique - qui migre)**

- **Effet d'étranglement (survivants à une catastrophe, non représentatifs de la diversité génétique)**

15) Parmi les affirmations suivantes concernant la maturation de l'ARN, laquelle est fausse ?

A. **les exons sont coupés et hydrolysés avant que l'ARNm ne quitte le noyau**
B. les nucléotides peuvent être ajoutés aux deux extrémités de l'ARN
C. les ligases jouent un rôle dans ce processus
D. l'épissage de l'ARNm est un phénomène complexe
E. le transcrit primaire est souvent beaucoup plus long que l'ARNm qui sort du noyau

13) L'inactivation du chromosome X en un corpuscule de Barr a pour conséquence que :

A. la plupart des gènes liés au chromosome X sont exprimés quantitativement de la même manière chez les femmes et chez les hommes
B. les hommes atteints du syndrome de Klinefelter sont phénotypiquement des hommes adultes normaux
C. les femmes atteintes du syndrome de Turner sont phénotypiquement des femmes normales
D. chez les hommes, les caractères liés au sexe viennent de leur mère
E. aucune des propositions ci-dessus ne convient

14) Durant quels stades du cycle cellulaire un chromosome est-il composé de deux chromatides identiques ?

A. de la fin de la phase S de l'interphase jusqu'à la fin de la métaphase de la mitose
B. du début de la phase G1 de l'interphase jusqu'à la fin de la métaphase de la mitose
C. de la fin de la phase S de l'interface jusqu'à la fin de l'anaphase de la mitose
D. du début de la phase G1 de l'interphase jusqu'à la fin de la métaphase de la mitose
E. de la fin de la phase G2 de l'interphase jusqu'au début de l'anaphase de la mitose

Questions courtes (/5)

16) Que savez-vous sur la transmission de la myopathie Duchenne ?

Maladie génétique (héréditaire) récessive ET hétérosomique (gène sur chromosome X)

17) Qu'est-ce que la « primase » et à quoi sert-elle ? Dans quel mécanisme intervient-elle ?

Enzyme qui synthétise un court segment d'ARN servant d'amorce à l'ADN polymérase.

Intervient dans la réplication.

18) Qu'a découvert Griffith en étudiant des bactéries causant une pneumonie chez des souris ?

Griffith a découvert qu'une « certaine substance » provenant de bactéries lisses (= pathogènes, pneumonie) MORTES pouvait passer dans des bactéries rugueuses (= inoffensives) VIVANTES et les rendre pathogènes.
Découverte : transmission possible des caractères génétiques (ADN : Avery)

19) Dans une population de mygales tropicales, les individus hétérozygotes pour le locus Z2 ont une taille démesurément grande (araignées géantes d'Amazonie !). Cette grande taille leur confère un avantage sélectif important. De quel type de sélection naturelle s'agit-il ? Expliquez votre réponse.

Sélection naturelle DIRECTIONNELLE

6) Une drosophile de phénotype sauvage (hétérozygote pour un corps gris et des ailes normales) est accouplée à un mâle noir à ailes vestigiales. Leurs descendants ont la distribution suivante : phénotype sauvage : 778 ; corps noir-ailes vestigiales : 785 ; corps noir-ailes normales : 158 ; corps gris-ailes vestigiales : 162. Quelle est la fréquence de recombinaison entre les gènes de la couleur du corps et de la taille des ailes ?

Total : 1883 **recombinants : 158 + 162 = 320**

Fréq de recombinaison : 320 / 1883 = 0.17 (17%)

2 / 13 : embryologie expérimentale

3 : différence entre diploblaste et tripoblaste

7 : pourquoi darwin refuse de parler d'infériorité ou de supériorité par rapport aux espèces ? donnez votre avis. Expliquez

11 : darwin / lamarck

Expériences de Spemann, schéma photosynthèse

Spéciation

Différentiation cellulaire (différents mécanismes et stades), caryocinèse, opéron tryptophane, exon

Pourquoi les embryons sont autant étudiés en bio

Comparer et décrire macro et micro-évolution et donner des exemples

Qu'est-ce que la taxinomie

8 : Induction primaire, jonctions

Taper ici pour rechercher

QCM préparatoire Q1

Question 1

Partiellement correct

Note de 1 sur 1

Marquer la question

Indiquez par ordre décroissant (de 1 à 4) les liaisons chimiques en fonction de leur énergie.

(1= énergie la plus élevée)

interaction électrostatique	3 ✗
lien hydrogène	2 ✗
liaison covalente	1 ✓
interaction hydrophobe	4 ✓

La réponse correcte est :
interaction électrostatique → 2,

lien hydrogène → 3,

liaison covalente → 1,

interaction hydrophobe → 4

Question 2

Correct

Note de 1 sur 1

Marquer la question

Indiquez par vrai ou faux si la molécule est amphipatique.

la glycine	faux ✓
le sodium dodécyl sulfate (SDS)	vrai ✓
l'acide palmitique	vrai ✓
l'acide arachidonique	vrai ✓
le glucose	faux ✓
l'acide phosphatidique	vrai ✓

La réponse correcte est :
la glycine → faux,

le sodium dodécyl sulfate (SDS) → vrai,

l'acide palmitique → vrai,

l'acide arachidonique → vrai,

le glucose → faux,

l'acide phosphatidique → vrai

Question 3

Correct

Note de 1 sur 1

Marquer la question

A quels lipides attribuez-vous ces propriétés :

est un composant majeur des membranes cellulaires	phosphatidylcholine ✔
comporte 3 acides gras	triglycéride ✔
est très hydrophobe et constitue un imperméabilisant biologique	céride ✔
est composé de céramide	sphingomyéline ✔
est précurseur des hormones stéroïdes, acides biliaires, et vitamine D	cholestérol ✔

La réponse correcte est : est un composant majeur des membranes cellulaires → phosphatidylcholine, comporte 3 acides gras → triglycéride, est très hydrophobe et constitue un imperméabilisant biologique → céride, est composé de céramide → sphingomyéline, est précurseur des hormones stéroïdes, acides biliaires, et vitamine D → cholestérol

Question 4

Correct

Note de 1 sur 1

Marquer la question

indiquez quelles classes de lipides sont saponifiables.

le cholestérol	non ✔
les cérides	oui ✔
les terpènes	non ✔
les sphingolipides	oui ✔
les triglycérides	oui ✔
les prostaglandines	non ✔

La réponse correcte est : le cholestérol → non, les cérides → oui, les terpènes → non, les sphingolipides → oui, les triglycérides → oui, les prostaglandines → non

Question 5

Correct

Note de 1 sur 1

Marquer la question

Les lipides saponifiables contiennent toujours une liaison ester.

Veuillez choisir une réponse.

- Vrai
- Faux ✔

La réponse correcte est « Faux ».

Question 6

Partiellement correct

Note de 1 sur 1

Marquer la question

Indiquer Vrai ou Faux aux propositions suivantes.

Le cholestérol est :

un lipide saponifiable	Vrai	✖
un dérivé de terpène	Vrai	✔
un alcool gras	Faux	✖
un céride	Faux	✔

La réponse correcte est :
un lipide saponifiable → Faux,

un dérivé de terpène → Vrai,

un alcool gras → Vrai,

un céride → Faux

Question 7

Correct

Note de 1 sur 1

Marquer la question

L'acide arachidonique est un lipide saponifiable

Veuillez choisir une réponse.

- Vrai
- Faux ✔

La réponse correcte est « Faux ».

Question 8

Correct

Note de 1 sur 1

Marquer la question

Indiquer Vrai ou faux aux propositions suivantes:

L'acide arachidonique est un céride. — Faux ✔

L'acide arachidonique est un précurseur des prostaglandines. — Vrai ✔

L'acide arachidonique est un produit de dégradation de la phospholipase A2 — Vrai ✔

L'acide arachidonique est un composant de phospholipides. — Vrai ✔

La réponse correcte est :
L'acide arachidonique est un céride. → Faux,

L'acide arachidonique est un précurseur des prostaglandines. → Vrai,

L'acide arachidonique est un produit de dégradation de la phospholipase A2 → Vrai,

L'acide arachidonique est un composant de phospholipides. → Vrai

Question 9

Correct

Note de 1 sur 1

Marquer la question

Le(s) céramide(s) sont des composants des sphingolipides.

Veuillez choisir une réponse.

- (●) Vrai ✔
- ( ) Faux

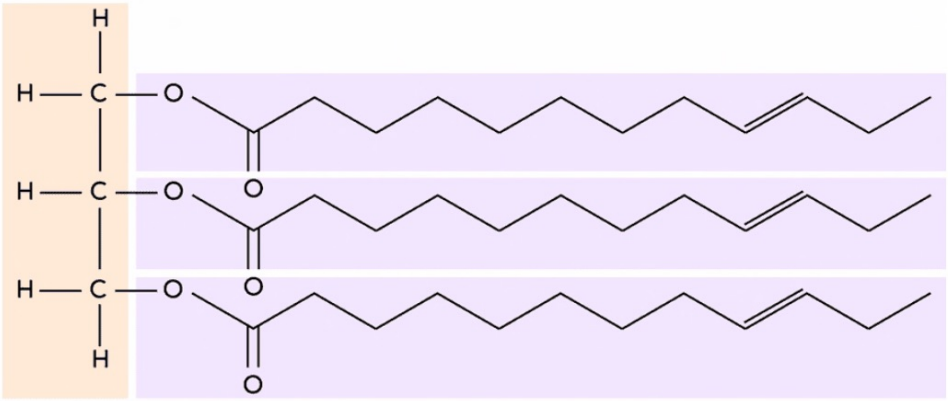
La réponse correcte est « Vrai ».

Question 10

Correct

Note de 1 sur 1

Marquer la question



Cette structure représente un lipide saponifiable. vrai ou faux — vrai ✔

Cette structure correspond à un triglycéride. Vrai ou faux — vrai ✔

Cette structure contient 3 acides gras saturés. Vrai ou faux — faux ✔

La réponse correcte est :
Cette structure représente un lipide saponifiable. vrai ou faux → vrai,

Cette structure correspond à un triglycéride. Vrai ou faux → vrai,

Cette structure contient 3 acides gras saturés. Vrai ou faux → faux

Question 11

Correct

Note de 1 sur 1

Marquer la question

Indiquez si l'ose est un aldose ou un cétose.

Le ribose	aldose ✔
Le glycéraldéhyde	aldose ✔
Le glucose	aldose ✔
Le fructose	cétose ✔
La dihydroxyacétone	cétose ✔

Question 12

Correct

Note de 1 sur 1

Marquer la question

Indiquez par oui ou non. Quels disaccharides peuvent faire de la mutarotation?

Le saccharose	non ✔
Le lactose	oui ✔
Le maltose	oui ✔

La réponse correcte est : Le saccharose → non, Le lactose → oui, Le maltose → oui

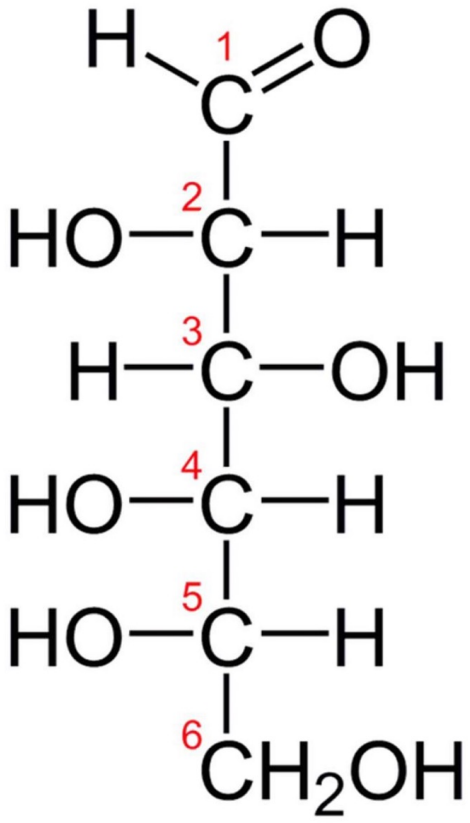
Question 13

Correct

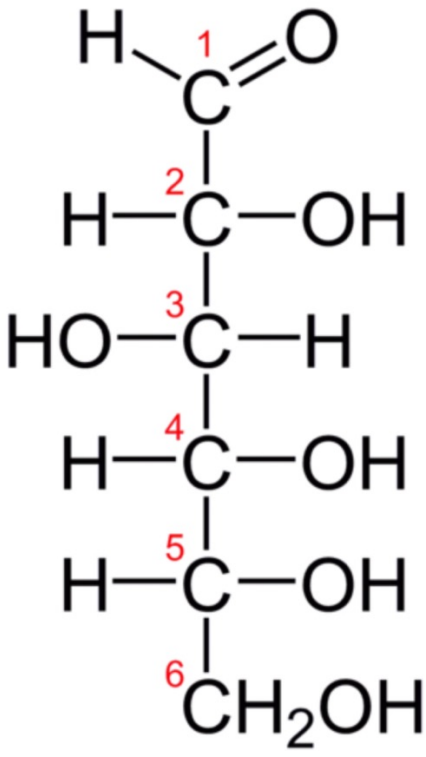
Note de 1 sur 1

Marquer la question

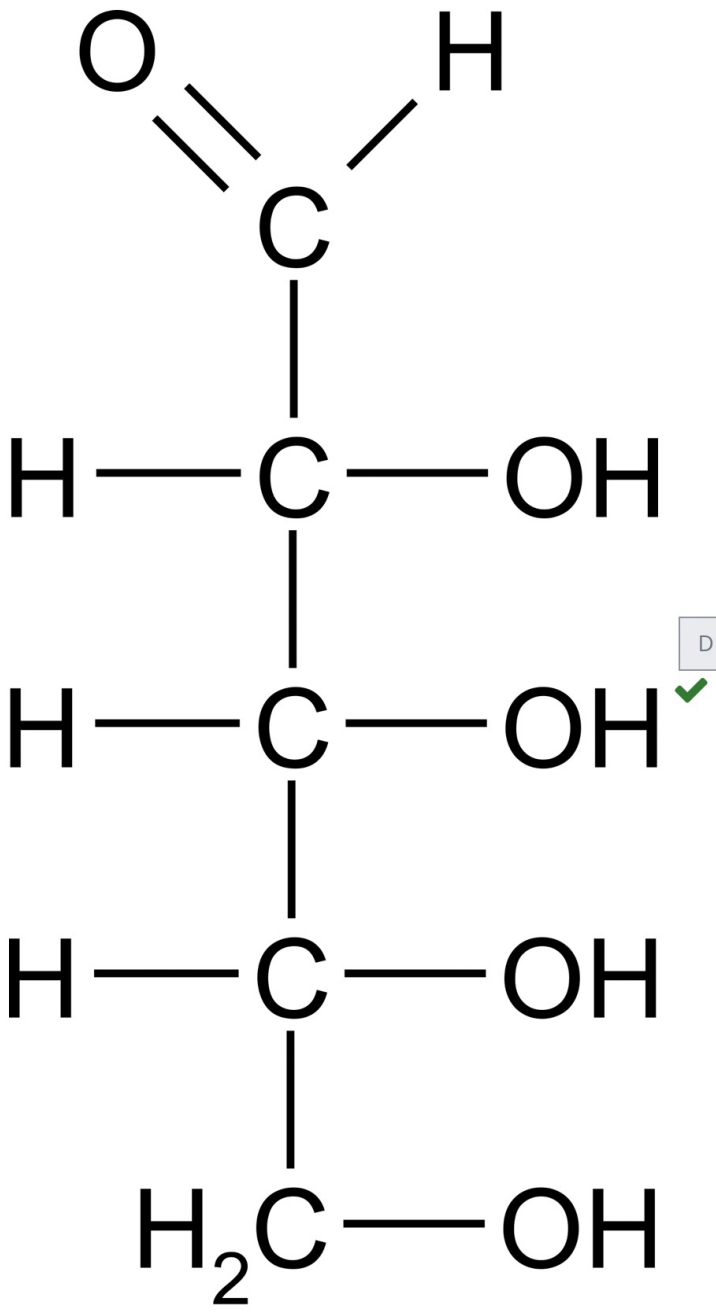
Indiquez si l'ose représenté est en configuration L ou D selon la convention de Fisher



L



D



D

Question 14

Correct

Note de 1 sur 1

Marquer la question

Le saccharose est un hétérodimère dont les unités osidiques sont liées par une liaison osidique de type beta 1,4.

Veuillez choisir une réponse.

- Vrai
- Faux ✔

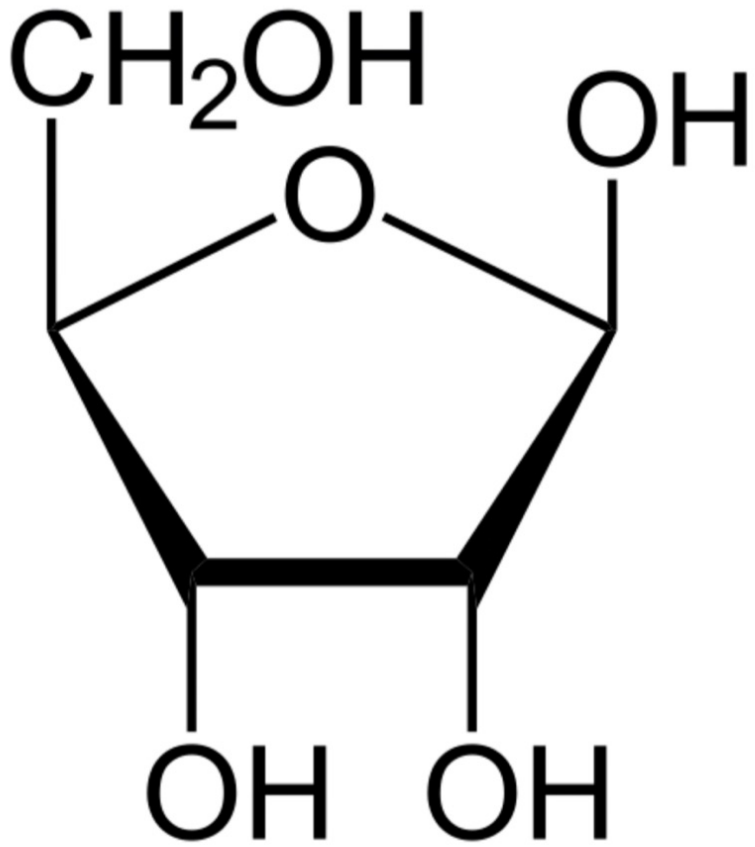
La réponse correcte est « Faux ».

Question 15

Correct

Note de 1 sur 1

Marquer la question



1. alpha-ribopyrannose
2. alpha-glucofurannose
3. béta-ribofurannose ✔
4. béta-glucopyrannose
5. béta-glucofurannose

Question 16

Correct

Note de 1 sur 1

Marquer la question

La mutarotation définit la conversion d'un aldose en cétose.

Veuillez choisir une réponse.

- Vrai
- Faux ✔

La réponse correcte est « Faux ».

Question 17

Correct

Note de 1 sur 1

Marquer la question

Les peptidoglycanes sont des hétéropolyosides d'origine bactérienne.

Veuillez choisir une réponse.

- Vrai ✔
- Faux

La réponse correcte est « Vrai ».

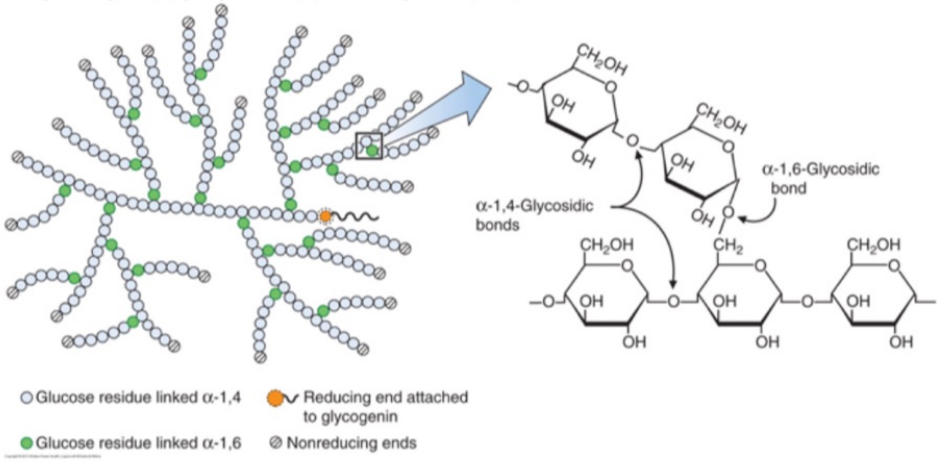
Question 18

Correct

Note de 1 sur 1

Marquer la question

Indiquez quel(s) polymère(s) correspond(ent) à cette structure?



- [x] 1. glycogène ✔
- [ ] 2. chitine
- [ ] 3. cellulose
- [x] 4. amidon ✔

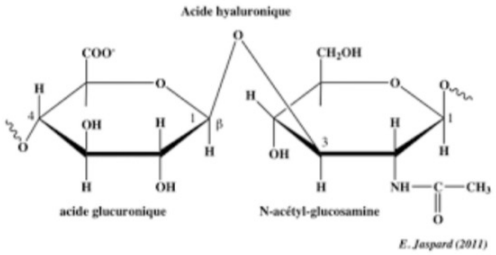
Question 19

Correct

Note de 1 sur 1

Marquer la question

L'acide hyaluronique



- [ ] a. est un composant de la chitine
- [ ] b. est un composant de l'amidon
- [ ] c. est un composant de la cellulose
- [ ] d. est un composant de peptidoglycannes
- [x] e. est un composant de glycosaminoglycannes ✔

La réponse correcte est :
est un composant de glycosaminoglycannes

Question 20

Correct

Note de 1 sur 1

Marquer la question

Indiquez quelle(s) proposition(s) est/sont vraie(s)

Veuillez choisir au moins une réponse.

- [x] 1. Si on fait abstraction de la chaîne latérale, les acides aminés sont des zwitterions à pH physiologique. ✔
- [ ] 2. aucune proposition
- [ ] 3. Tous les acides aminés sont chiraux.
- [ ] 4. Tous les acides aminés sont de type L dans le règne vivant.

La réponse correcte est : Si on fait abstraction de la chaîne latérale, les acides aminés sont des zwitterions à pH physiologique.

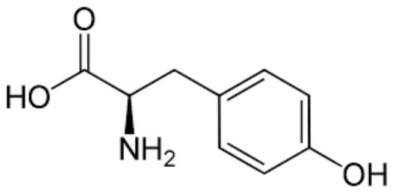
Question 21

Correct

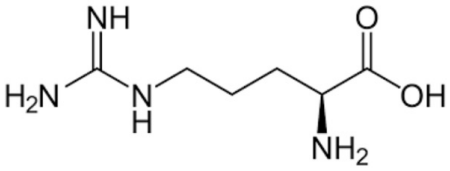
Note de 1 sur 1

Marquer la question

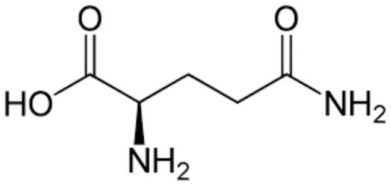
Donner le nom exact de l'acide aminé représenté.



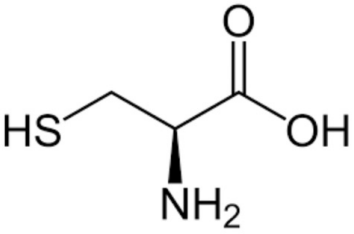
tyrosine ✔



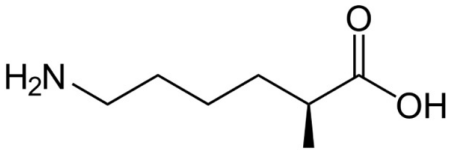
arginine ✔



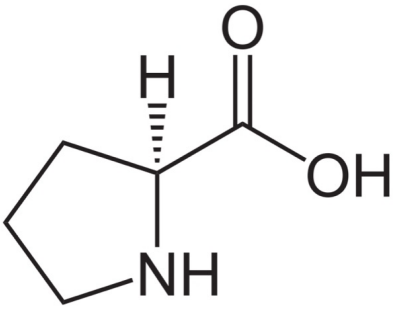
glutamine ✔



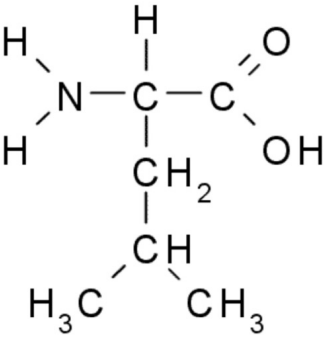
cystéine ✔



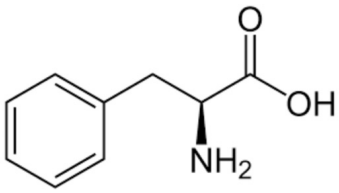
lysine ✔



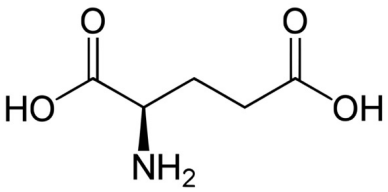
proline ✔



leucine ✔



phénylalanine ✔



acide glutamique ✔

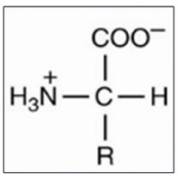
Question 22

Correct

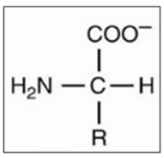
Note de 1 sur 1

Marquer la question

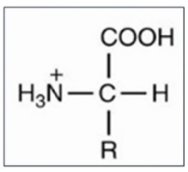
Indiquez le pH auquel l'acide aminé est principalement sous la forme représentée.



pH 7 ✔



pH 11 ✔



pH 1 ✔

Question 23

Correct

Note de 1 sur 1

Marquer la question

Indiquez pour chaque acide aminé, la propriété qui caractérise sa chaine latérale.

a: aromatique

b: acide

c: basique

d: non-polaire

la phénylalanine	a ✔
l'acide glutamique	b ✔
la leucine	d ✔
la lysine	c ✔

La réponse correcte est : la phénylalanine → a, l'acide glutamique → b, la leucine → d, la lysine → c

Question 24

Correct

Note de 1 sur 1

Marquer la question

Quel acide aminé peut former des ponts disulfures? Donnez son nom complet.

Réponse : Cystéine ✔

La réponse correcte est : cystéine

Question 25

Correct

Note de 1 sur 1

Marquer la question

Quel est le pKa (pH auquel l'acide et la base conjuguée sont à égales concentrations) des chaînes latérales des acides aminés aspartate (Asp, D) et glutamate (Glu, E), sachant que leurs chaînes latérales sont composées d'un acide carboxylique:

Veuillez choisir une réponse.

1. 9,7
2. aucune proposition
3. 7,4
4. 1,5
5. 4,5 ✔

La réponse correcte est : 4,5

Question 26

Correct

Note de 1 sur 1

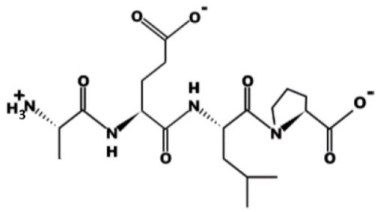
Marquer la question

La structure représentée correspond à un peptide à pH 7.

1. Indiquer la séquence en acides aminés composant ce peptide en utilisant le code à une lettre pour les acides aminés. (Ex: V-T-C-A)

Vous pouvez utiliser une table donnant les lettres symbolisant les noms complets des acides aminés (par leur structure).

IL EST IMPERATIF D'ECRIRE LA SEQUENCE DU PEPTIDE EN SEPARANT LES LETTRES PAR UN TIRET -



Réponse : A-E-L-P

La réponse correcte est : A-E-L-P

Question 27

Correct

Note de 1 sur 1

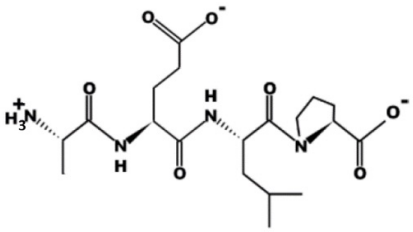
Marquer la question

La structure représentée correspond à un peptide à pH 7.

Indiquer la charge électrique du peptide à pH 2.

(Ex: +2 pour 2 charges positives et -2 pour 2 charges négatives)

Vous pouvez utiliser une table des pKa des acides aminés.



Réponse : +1

La réponse correcte est : +1

Question 28

Correct

Note de 1 sur 1

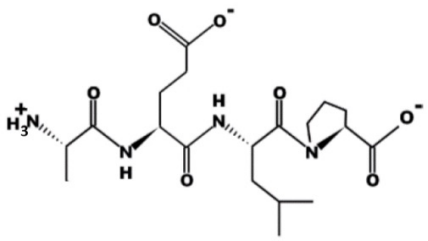
Marquer la question

La structure représentée correspond à un peptide à pH 7.

Indiquer la charge électrique totale du peptide à pH 11.

(Ex: -1 pour 1 charge négative, +1 pour une charge positive)

Vous pouvez utiliser une table des pKa des acides aminés.



Réponse : -2

La réponse correcte est : -2

Question 29

Correct

Note de 1 sur 1

Marquer la question

La liaison peptidique. Indiquez quelle(s) proposition(s) est/sont correcte(s).

a. Elle impose des contraintes conformationnelles qui sont à l'origine des structures secondaires.

b. La liaison peptidique est une liaison amide.

c. La rotation autour de la liaison peptidique n'est pas possible.

d. Elle est toujours formée grâce aux ribosomes.

Question 30

Correct

Note de 1 sur 1

Marquer la question

Quelles sont les structures secondaires retrouvées dans les protéines qui sont stabilisées par des liens hydrogène?

Veuillez choisir au moins une réponse.

- [x] Les tournants béta
- [x] Les hélices alpha
- [x] Les feuillets beta
- [ ] aucune de ces structures

Les réponses correctes sont : Les feuillets beta, Les tournants béta , Les hélices alpha

Question 31

Correct

Note de 1 sur 1

Marquer la question

Certains acides aminés sont "toxiques" pour le repliement de peptides ou de protéines en hélices alpha ou feuillets béta.

Identifiez en 2 parmi la liste ci-dessous.

- [ ] 1. arginine
- [ ] 2. tyrosine
- [ ] 3. leucine
- [x] 4. glycine
- [ ] 5. glutamine
- [x] 6. proline
- [ ] 7. alanine
- [ ] 8. lysine

Les réponses correctes sont :
proline,
glycine

Question 32

Correct

Note de 1 sur 1

Marquer la question

Vous devez purifier une protéine par chromatographie. La protéine a un point isoélectrique (pI) de 9,5 (pH auquel la protéine a une charge nulle).

Quel support/colonne chromatographique est la plus appropriée pour lier la protéine au support à pH 7 ?

- [x] a. colonne échangeuse de cations (chargée négativement) ✔
- [ ] b. colonne échangeuse d' anions (chargée positivement)

La réponse correcte est :
colonne échangeuse de cations (chargée négativement)

Question 33

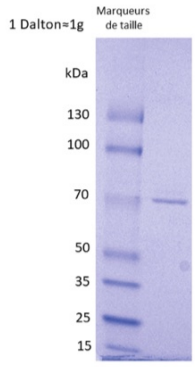
Correct

Note de 1 sur 1

Marquer la question

L'image représente un gel d'électrophorèse de protéines sur SDS-PAGE coloré au bleu de coomassie (colorant les protéines).

Sur base de la migration de protéines de tailles connues (1ière piste à gauche), indiquer le poids moléculaire de la protéine dans la piste de droite



en kiloDalton (kDa).

- [ ] 1. 80 kDa
- [ ] 2. 20 kDa
- [ ] 3. 100 kDa
- [x] 4. 70 kDa ✔
- [ ] 5. 90 kDa

Question 34

Correct

Note de 1 sur 1

Marquer la question

Lequel des éléments suivants n'est pas un composant d'un nucléotide ?

- [ ] 1. ribose
- [ ] 2. groupe phosphate
- [ ] 3. base azotée
- [x] 4. anti-codon ✔

La réponse correcte est :
anti-codon

Question 35

Correct

Note de 1 sur 1

Marquer la question

Lequel des éléments suivants n'est pas un composant de l'ADN ?

- [ ] 1. adénine
- [ ] 2. thymine
- [ ] 3. guanine
- [x] 4. uracil ✔

La réponse correcte est :
uracil

Question 36

Correct

Note de 1 sur 1

Marquer la question

La liaison entre un groupe phosphate et le groupe ribose dans l'ARN est appelée :

- [ ] 1. liaison de Waston-Crick
- [ ] 2. liaison peptidique
- [x] 3. liaison phosphoester ✔
- [ ] 4. liaison amide
- [ ] 5. liaison hydrogène

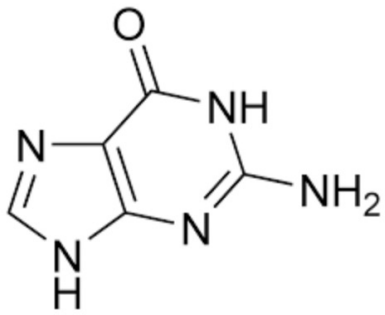
Question 37

Correct

Note de 1 sur 1

Marquer la question

Le schéma ci-dessous représente la molécule de :



- [ ] 1. uracil
- [x] 2. guanine ✔
- [ ] 3. adénine
- [ ] 4. cytosine
- [ ] 5. uridine
- [ ] 6. guanosine

La réponse correcte est :
guanine

Question 38

Correct

Note de 1 sur 1

Marquer la question

Dans l'ARN, le carbone 2' du ribose porte un groupement hydroxyl (-OH)

Veuillez choisir une réponse.

- (•) Vrai ✔
- ( ) Faux

La réponse correcte est « Vrai ».

Question 39

Correct

Note de 1 sur 1

Marquer la question

L'hydrolyse de nucléotides triphosphates (comme l'ATP) est un processus qui permet à la cellule de stocker de l'énergie.

Veuillez choisir une réponse.

- Vrai
- Faux ✔

La réponse correcte est « Faux ».

Question 40

Correct

Note de 1 sur 1

Marquer la question

Dans l'ADN de tous les êtres vivants, le rapport des concentrations en bases puriques sur pyrimidiques est également égal à 1.

Veuillez choisir une réponse.

- Vrai ✔
- Faux

La réponse correcte est « Vrai ».

Question 41

Correct

Note de 1 sur 1

Marquer la question

L'absorption de la lumière est un propriété utilisée pour déterminer la concentration d'une solution contenant de l'ADN car ce processus est stable et ne dépend pas des conditions environnementales (conditions dans lesquelles l'expérience est réalisée: température, pH).

Veuillez choisir une réponse.

- Vrai
- Faux ✔

La réponse correcte est « Faux ».

Question 42

Correct

Note de 1 sur 1

Marquer la question

L'ADN double brin est stable car les 2 brins qui le constituent sont unis entre eux par un nombre de liens hydrogènes égal à :

1. (nombre d'adénosine) X 2 + (nombre de Guanosine) X 3 ✔

2. ((nombre d'adénosine) X 2 + (Nombre de Guanosine) X3) /2

3. aucune des propositions

4. (nombre d'adénosine) X 3 + (nombre de Guanosine) X 2

La réponse correcte est :

(nombre d'adénosine) X 2 + (nombre de Guanosine) X 3

Question 43

Correct

Note de 1 sur 1

Marquer la question

L'effet hyperchrome peut s'observer dans une solution d'ARN :

1. Cela dépend de la conformation des molécules d'ARN ✔

2. Jamais

3. Toujours

4. Uniquement si de l'ADN est aussi présent dans la solution

La réponse correcte est :
Cela dépend de la conformation des molécules d'ARN

Correct

Note de 1 sur 1

Marquer la question

On dispose de solutions contenant des molécules d'acides nucléiques différentes. 3 de ces solutions sont soumises à une élévation de température. On mesure l'absorbance d'un faisceau lumineux UV pendant l'expérience. Les résultats sont rapportés dans le graphe ci-dessous.

A quel fragment d'ADN correspond chaque courbe ?

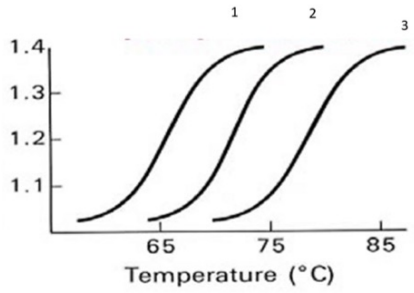
Solution A : 5′ AAAAATTTTTC 3′
3′ TTTTTAAAAAG 5′

Solution B : 5′ ATCGCAATGCCGGAAT 3′

Solution C : 5′ GCGCGCGCGCGCGCGC3′
3′ CGCGCGCGCGCGCGCG5′

Solution D : 5′ AATTCCGGAAT 3′
3′ TTAAGGCCTTA 5′

Solution E : 5′ AAAUUUCUCUC 3′



solution C courbe 3 ✔

solution A courbe 1 ✔

solution B - ✔

solution D courbe 2 ✔

solution E - ✔

Question 45

Correct

Note de 1 sur 1

Marquer la question

Par convention d'écriture, l'extrémité 5' de la molécule d'ARN ci-dessous se situe au niveau de :

ACCCCUCCCCA

- [ ] 1. l'adénosine la plus à droite
- [x] 2. l'adénosine la plus à gauche ✔
- [ ] 3. impossible à dire car la convention d'écriture ne concerne que l'ADN double brin
- [ ] 4. impossible à dire car la structure complète des molécules n'est pas représentée sur le schéma
- [ ] 5. l'uridine au centre de la molécule

La réponse correcte est :
l'adénosine la plus à gauche

Question 46

Correct

Note de 1 sur 1

Marquer la question

Les enzymes de restriction AgeI et AvaI reconnaissent et coupent l'ADN double brin aux sites indiqués ci-dessous.

Si un fragment d'ADN est clivé par l'enzyme AgeI, on peut le facilement le combiner à un fragment clivé par l'enzyme AvaI en faisant simplement agir sur ces fragments l'enzyme ADN ligase en présence d'ATP.

Veuillez choisir une réponse.

- (•) Vrai ✔
- ( ) Faux

Question 47

Correct

Note de 1 sur 1

Marquer la question

Si la séquence de reconnaissance de l'enzyme de restriction HindIII est AAGCTT, combien de liaisons covalentes seront brisées par l'enzyme dans la molécule d'ADN suivante ?

5'-T-C-A-A-G-C-T-T-C-G-A-A-G-C-T-T-G-A-3'
3'-A-G-T-T-C-G-A-A-G-C-T-T-C-G-A-A-C-T-5'

Réponse : 4 ✔

La réponse correcte est : 4

Question 48

Correct

Note de 1 sur 1

Marquer la question

L'action des enzymes de la famille des histones déacétylases (HDAC) conduisent à une plus forte compaction de l'ADN dans le noyau des cellules eucaryotes.

Veuillez choisir une réponse.

- (●) Vrai ✔
- ( ) Faux

La réponse correcte est « Vrai ».

Question 49

Correct

Note de 1 sur 1

Marquer la question

La charge totale des protéines histones est modifiable.

Veuillez choisir une réponse.

- (●) Vrai ✔
- ( ) Faux

La réponse correcte est « Vrai ».

Question 50

Correct

Note de 1 sur 1

Marquer la question

Dans les noyaux de spermatozoïdes, les protamines favorisent l'accessibilité de l'ADN aux enzymes cellulaires.

Veuillez choisir une réponse.

- Vrai
- Faux ✔

La réponse correcte est « Faux ».

Question 51

Correct

Note de 1 sur 1

Marquer la question

L'acétylation de histones augmente la compaction de l'ADN dans le noyau des cellules eucaryotes.

Veuillez choisir une réponse.

- Vrai
- Faux ✔

La réponse correcte est « Faux ».

Question 52

Correct

Note de 1 sur 1

Marquer la question

Indiquez par vrai ou faux les propositions suivantes:

Les histones favorisent l'ouverture de la double hélice d'ADN. faux ✔

Les histones contiennent de nombreux acides aminés lysine. vrai ✔

Les nucléosomes sont une association de 8 protéines histones et d'ADN vrai ✔

Exemple examen BIOL-F103 Q2

Légende : QRM = question à réponses multiples
QRU = question à réponse unique

Quelles dates et énoncées sont correctes concernant l'origine de la planète Terre et l'évolution de la vie sur Terre :

Indiquez les propositions correctes (QRM)

a) La Terre est apparu il y a environ 4,5 milliard d'années
b) *Homo sapiens* serait apparu en Afrique il y a environ 30.000ans
c) Les fossiles des plus anciens eucaryotes remontent à environ 2 milliard d'années
d) Les premiers chordés seraient apparus pendant l'explosion Cambrienne il y a environ 540 millions d'années.

L'atmosphère primitive renfermait, au travers de ces composés, un des éléments clés de la vie, lequel :

Indiquez une proposition (QRU)

a. Le nitrogène
b. L'oxygène
c. L'hydrogène
d. Le carbone

Parmi les propositions suivantes, lesquelles sont fausses?

Indiquez les propositions fausses (QRM)

a. La vie sur terre a évolué en 3 clades monophylétiques
b. L'origine des eucaryotes s'est fait par endosymbiose
c. La reproduction sexuée (avec sa méiose) est une caractéristique des procaryotes et eucaryotes
d. La symétrie bilatérale est apparu durant le Cambrien

En quoi les processus de sélection naturelle et artificielle diffèrent-ils ?

Indiquez la proposition correcte (QRU)

a. La sélection artificielle n'est pas capable de produire de grands changements
b. La sélection artificielle ne nécessite pas de variations génétiques
c. La sélection naturelle ne peut pas produire de nouvelles espèces
d. Les éleveurs choisissent les individus reproducteurs sur la base des caractères souhaités

La sélection naturelle agit sur les individus mais les conséquences apparaissent au niveau des populations.

a. Vrai
b. Faux

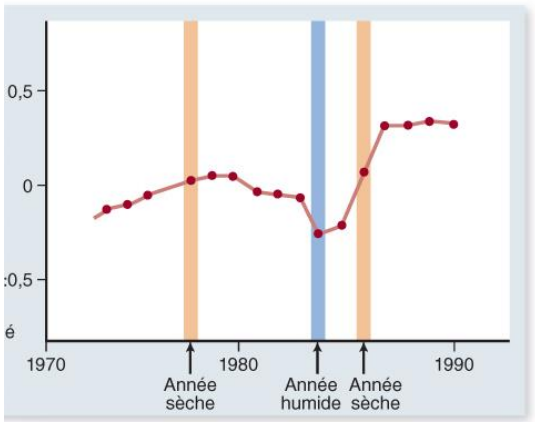
Lequel de ces mécanismes n'est PAS un mécanisme d'évolution?

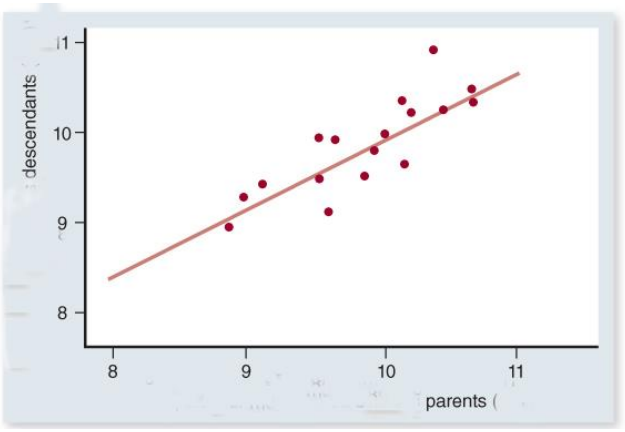
Indiquez la proposition

a. Dérive génétique

b. Sélection naturelle
c. Mutation
d. Apprentissage

Ces 2 figures représente les 3 conditions requises à l'évolution par sélection naturelle, quelles sont ces conditions:

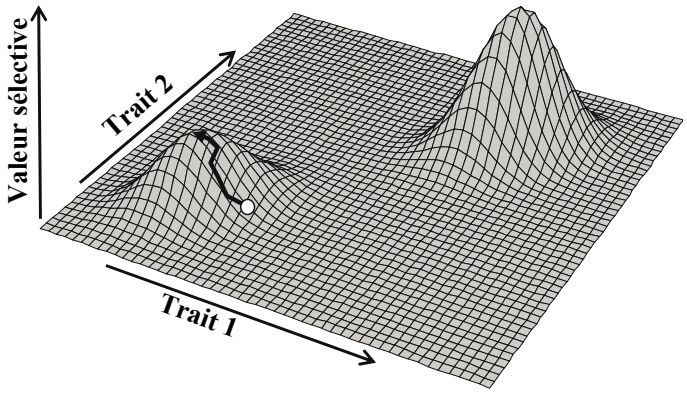




Indiquez la proposition correcte

a) Diversité dans l'environnement, cette diversité mène à des comportements distincts, les individus qui survivent apprennent à leurs descendants le comportement favorable
b) Diversité au sein de la population, cette diversité mène à des différences en succès reproducteur, cette variation en succès reproducteur est génétiquement transmissible
c) Diversité au sein de la population, cette diversité mène à un succès reproducteur aléatoire, cette variation en succès reproducteur n'est pas génétiquement transmissible
d) Aucune des propositions est correcte

Cette figure représente deux pics dans un paysage adaptatif, quel mécanisme permet à la population représentée par le point blanc de passer d'un pic adaptatif vers un autre :



Indiquez la proposition correcte

a. La **dérive génétique** associée à un goulot d'étranglement ne permettrait **PAS** de passer d'un pic adaptatif à l'autre, le changement de pic adaptatif est **POSSIBLE** sous les seuls effets de la **mutation et la sélection naturelle**

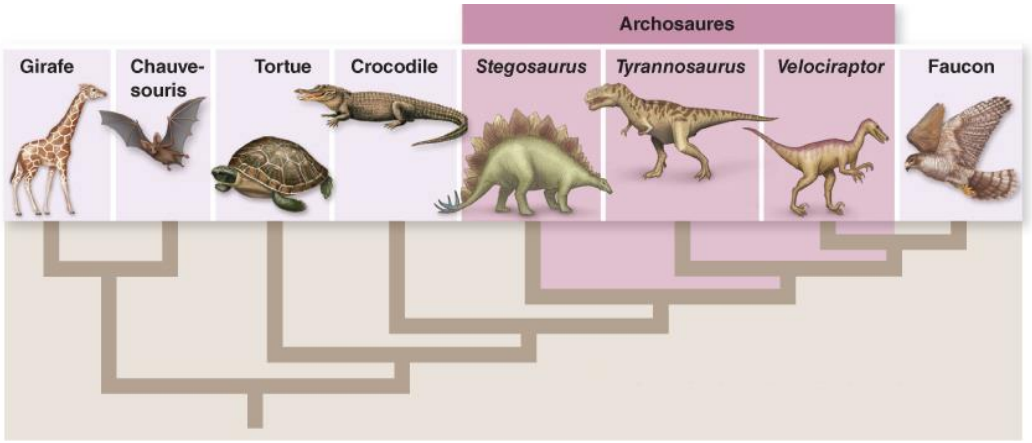
b. La **dérive génétique** associée à un goulot d'étranglement ne permettrait **PAS** de passer d'un pic adaptatif à l'autre, le changement de pic adaptatif est **IMPOSSIBLE** sous les seuls effets de la **mutation et la sélection naturelle**
c. La dérive génétique associée à un goulot d'étranglement pourrait PERMETTRE de passer d'un pic adaptatif à l'autre, le changement de pic adaptatif est IMPOSSIBLE sous les seuls effets de la mutation et la sélection naturelle
d. Aucun des énoncés précédents est correct

Une divergence neutre au départ qui mène à une divergence génétique lente entre 2 populations peut mener au long terme vers une différenciation en 2 espèces par le mécanisme de **X**.
Que représente **X***?*
a. sélection naturelle
b. dérive génétique
c. sélection artificielle
d. dérive naturelle

L'isolement prézygotique:
Indiquez la proposition correcte
a. Ne survient que dans les plantes
b. Implique des mécanismes qui préviennent les croisements d'individus d'espèces différentes
c. Inclut la mort d'un zygote peu après la fécondation
d. Inclut la stérilité de l'hybride

La spéciation sympatrique ne peut PAS se faire sous la seule influence de la dérive génétique.
a. Vrai
b. Faux

Dans cette figure les archosaures forment un groupe **X**, uni par un ou plusieurs caractères **Y**.

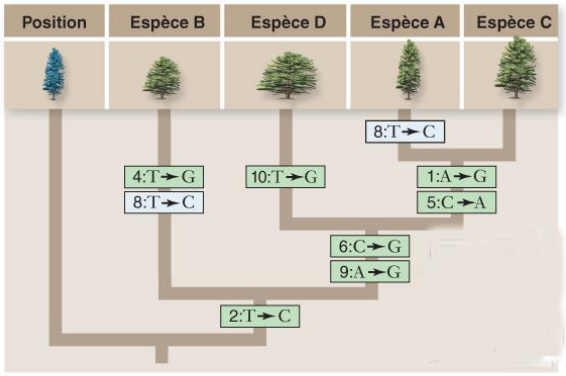


Que représente **X** et **Y***?*
a. Monophylétique, synapomorphes
b. Paraphylétique, symplésiomorphes
c. Polyphylétique, analogues

d. Paraphylétique, synapomorphes

Dans cette figure on retrouve la séquence ADN de 10 nucléotides de long pour chaque espèce d'arbre et la phylogénie associée avec l'état des caractères représentant les changements nucléotidiques ayant eu lieu.

	Séquence d'ADN									
Référence	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Espèce A	G	C	A	T	A	G	G	C	G	T
Espèce B	A	C	A	G	C	C	G	C	A	T
Espèce C	G	C	A	T	A	G	G	T	G	T
Espèce D	A	C	A	T	C	G	G	T	G	G
Position	A	T	A	T	C	C	G	T	A	T



Indiquez la proposition fausse (1 point)

a. 8 : représente un changement évolutif homoplasique et est un caractère autapomorphe de l'espèce A et B
b. Les états de caractères 1, 4, 5 et 10 représentes des autapomorphies
c. Les états de caractères 1, 2, 5, 6, et 9 représentent des synapomorphies
d. La position 3 dans la séquence d'ADN représente un caractère symplésiomorphe

Les virus se reproduisent en prenant contrôle de la machinerie de la cellule hôte, leur cycle de vie est particulier. Pour quel type de virus le cycle de vie débute directement dans le noyau de la cellule hôte en y utilisant la machinerie de l'hôte pour la réplication et la transcription, la traduction se faisant toujours dans le cytoplasme?

Indiquez la proposition correct

a. Les virus à ADN
b. Les virus à ARN
c. Les rétrovirus
d. Aucune des propositions précédentes est correcte, tous les virus produisent au moins leur propre enzyme pour la réplication ou la transcription ou la traduction

Pourquoi est-ce qu'un bactériophage capable d'infecter la bactérie *E.coli* est incapable d'infecter une cellule du système immunitaire humain ?

Indiquez la proposition correcte

a. Le bactériophage requiert une transcriptase inverse qui n'est que présente chez la bactérie *E. coli*
b. Le bactériophage est trop grand pour entrer dans les cellules du système immunitaire humain
c. La nature du matériel génétique des cellules du système immunitaire humain est différente de celle *d'E.coli*
d. Les récepteurs sur lesquels le bactériophage se fixe sur *E.coli* ne sont pas présents sur les cellules du système immunitaire humain

Une bactérie qui prélève le carbone réduit (organique), l'énergie et les électrons de substances organiques produites par d'autres organismes est :
Indiquez la proposition correcte (1 point)

a. Chimiolithoautotrophes
b. Chimioorganohétérotrophes
c. Photolithoautotrophes
d. Photoorganohétérotrophes

Bactéries et archées se distinguent par :
Indiquez les propositions correctes (1 point)

a. leur membrane plasmique : les bactéries ont des lipides à liaisons ester, les archées ont des lipides à liaisons éther
b. leur ADN polymérase pour la réplication de leur génome est différente
c. leur paroi cellulaire : chez les bactéries la paroi cellulaire est formée de peptidoglycanes, chez les archées ce sont des pseudopeptidoglycanes
d. leur expression de gènes : chez les bactéries la transcription et la traduction sont couplées, pas chez les archées.

La syphilis est une maladie causée par :
Indiquez la proposition correcte (1 point)

a. Un protiste
b. Un planaire
c. Une bactérie
d. Un virus

Chim-f102

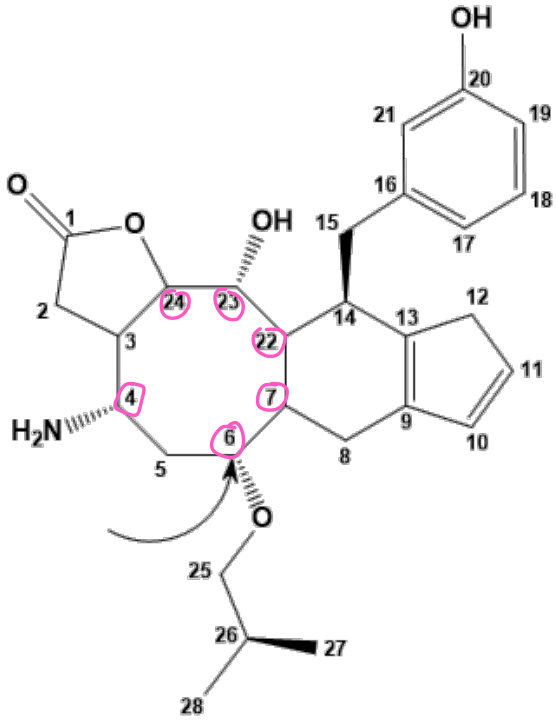
Ce cours est vraiment chouette à suivre (de mon propre avis), la prof est rigoureuse mais juste. En général, (l'année passée fut exception), il s'agit d'un examen oral où madame Moucheron te demande de refaire au tableau 2 ou 3 mécanismes vus en cours et parfois une ou l'autre question plus précise sur la matière. Allez en cours ! Pour ce cours, y aller permet de bien comprendre directement et va vous permettre de ne pas vous retrouver perdu·e·s en juin.
Perso j'ai vraiment bien aimé cette matière, enjoy la chimie orga hehe !

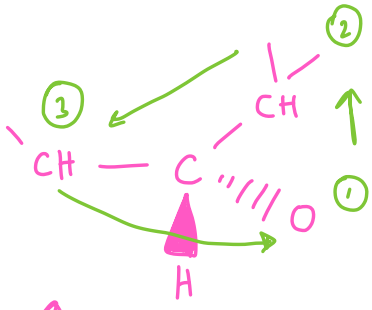
Examen de chimie organique
CHIM-F-102 – 1e session 2020-2021

1) Structure et stéréochimie.

a) Identifiez tous les carbones stéréogéniques présents sur la molécule représentée ci-dessous en précisant leur numéro).

4, 6, 7, 22, 23, 24, 26





b) Combien de stéréo-isomères peut-on dès lors avoir au maximum pour cette molécule ?

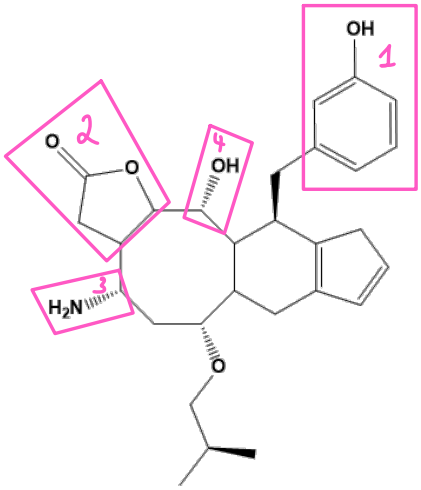
Selon la formule, 2^7

c) Quelle est la configuration absolue du carbone marqué par la flèche ? Justifiez votre réponse à l'aide des règles appropriées (seule une réponse justifiée sera prise en compte). R car sens antihorloger mais H est vers nous

2) Fonctions organiques.

Sur la structure de cette même molécule, représentée à nouveau ci-dessous, encadrez très précisément chacune des fonctions présentes, numérotez chacun des cadres que vous avez dessinés et donnez le nom précis, complet et univoque de chaque fonction identifiée et rapportée à son numéro (indiquez le cas échéant le qualificatif de la fonction comme, par exemple, alcool primaire).

1 : Phénol
2 : Lactone
3 : Amine
4 : Alcool



3) Hydrolyse d'ester

Représentez le mécanisme réactionnel complet de l'hydrolyse d'un ester dans des conditions réactionnelles adéquates. Toutes les flèches de mécanisme réactionnel doivent figurer clairement, précisément et de manière univoque (toute flèche dont le début ou la fin ne sont pas précisément localisés ne sera pas prise en compte). Précisez et justifiez le rôle de toutes les espèces chimiques qui entrent en jeu dans le mécanisme réactionnel que vous écrivez (3 lignes par espèce au maximum).

4) Formation d'acétal

Représentez le mécanisme réactionnel complet de la formation d'un acétal à partir de la molécule insaturée correspondante et de toute autre espèce chimiques nécessaire à la réaction. Toutes les flèches de mécanisme réactionnel doivent figurer clairement, précisément et de manière univoque (toute flèche dont le début ou la fin ne sont pas précisément localisés ne sera pas prise en compte). Précisez et justifiez le rôle de toutes les espèces chimiques qui entrent en jeu dans la réaction que vous écrivez (3 lignes par espèce au maximum).

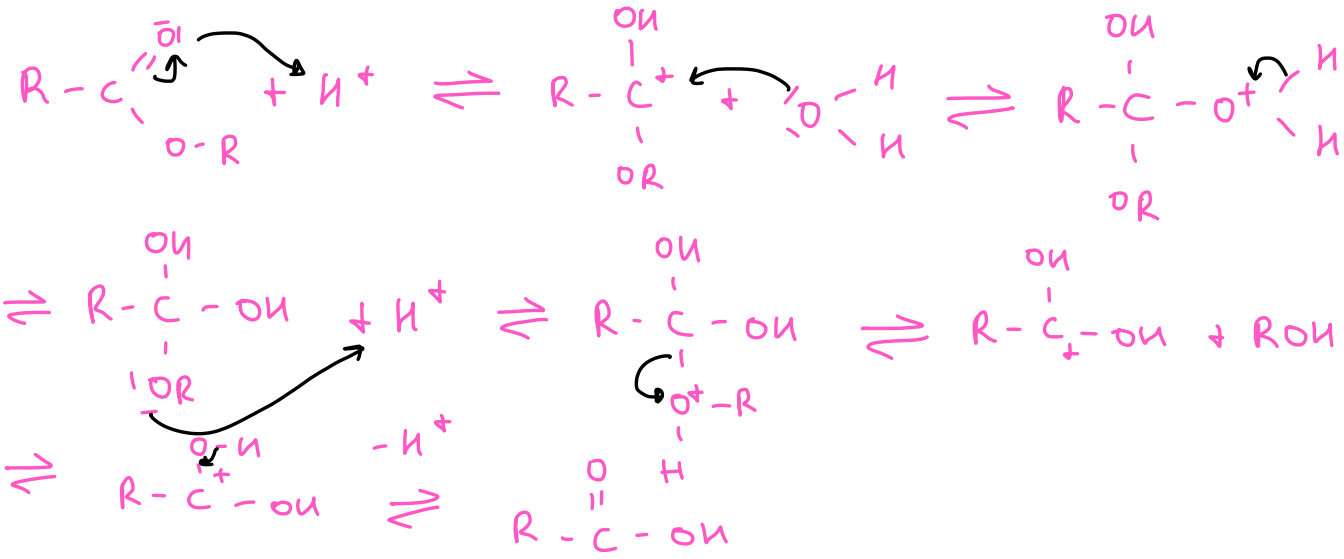
5) Formation d'éther

Représentez le mécanisme réactionnel complet de la formation d'un éther à partir des réactifs stables et courants nécessaires à la réaction. Toutes les flèches de mécanisme réactionnel doivent figurer clairement, précisément et de manière univoque (toute flèche dont le début ou la fin ne sont pas précisément localisés ne sera pas prise en compte). Précisez et justifiez le rôle de toutes les espèces chimiques qui entrent en jeu dans la réaction que vous écrivez (3 lignes par espèce au maximum). Précisez le type de réaction effectuée, en ce compris sous ses aspects cinétique et stéréochimique.

6) Formation de chlorobenzène

Représentez le mécanisme réactionnel complet de la formation du chlorobenzène au départ de benzène et des autres espèces chimiques nécessaires à la réaction. Toutes les flèches de mécanisme réactionnel doivent figurer clairement, précisément et de manière univoque (toute flèche dont le début ou la fin ne sont pas précisément localisés ne sera pas prise en compte). Précisez et justifiez le rôle de toutes les espèces chimiques qui entrent en jeu dans la réaction que vous écrivez (3 lignes par espèce au maximum).

3) Hydrolyse d'ester



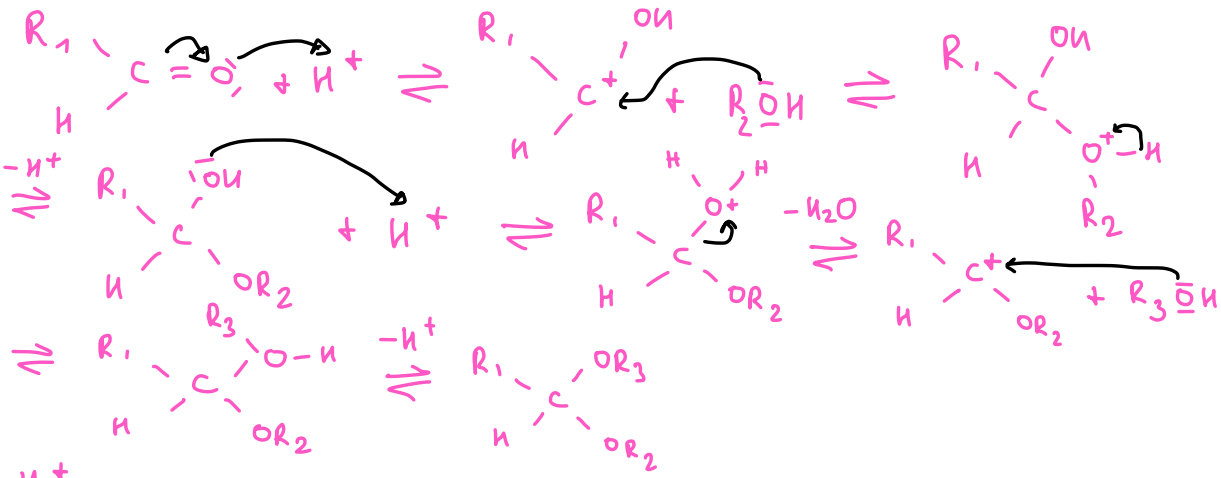
RCOOH : produit final => acide carboxylique

H^+ : milieu acide, sert de catalyseur

RCOOR : produit de départ, finira en RCOOH

H_2O : Eau, nécessaire à l'hydrolyse

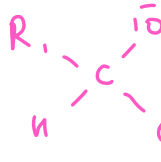
4) Formation d'acétal



H^+ : milieu acide, sert de catalyseur

$R-\underset{H}{\overset{}{C}}=O$: aldéhyde, molécule transformée en acétal

ROH : alcool, permet l'ajout de R_2 et R_3



. hémiacétal

5) Formation d'éther

H^+ : milieu acide, sert de catalyseur

R_1OH : Alcool, apporte R_1

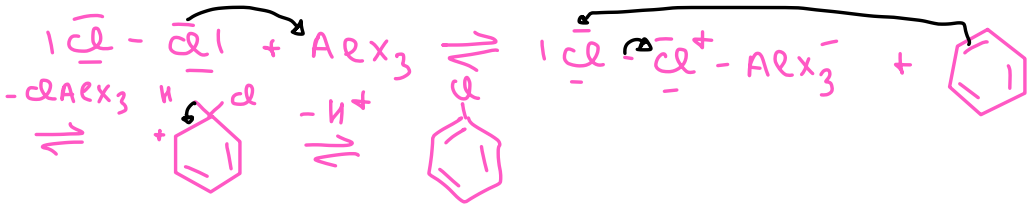
R_2OH : Alcool, apporte R_2 et le "O" de l'éther

H_2O : eau dégagée par la formation d'éther

R_2-O-R_1 : éther

C'est un mélange racémique car on a un C^+ plan

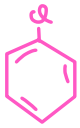
6) Formation de chlorobenzène



AlX_3 : Catalyseur, sépare les 2 Cl

$Cl-Cl$: Apporte l'atome Cl nécessaire au chlorobenzène

: benzène

 : chlorobenzène

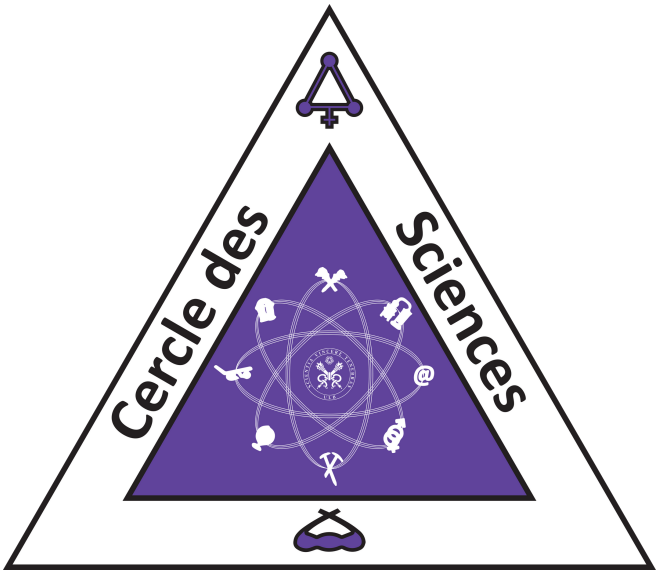
Bing-f1001

Q1: 5 crédits

Sûrement le cours le plus facile de l'année 😄 et surtout celui qui reflète beaucoup ce que sont vraiment des études de bio ingénieurs :))

Le cours est divisé en 3 parties donnés par 3 profs différents! Deux parties auront un examen en Janvier tandis que pour l'autre vous aurez juste un travail à faire pendant la semaine de vacances après la session

Franchement y a pas grand chose à savoir pour ce cours 😄, les questions d'examens se ressemblent chaque année et ne sont pas dures donc si t'as étudié tu ne devrais pas t'en faire



ENVI-F1001 : Sciences de la Terre, environnement et société

Conseils à la réussite :

Ce cours est divisé en trois parties, introduction aux sciences de la Terre (Pierre Regnier) et environnement et société (Decroly et Pattyn). Ces deux parties valent pour 50% de la note totale.

Partie de Pierre Regnier (Sc. De la Terre) :

Les questions sont sous forme de QCM et ceux-ci se ressemblent souvent d'années en années. Cependant soyez prudent, il est déjà arrivé que les questions changent complètement (sans devenir pour autant plus difficiles) et étudier par cœur les questions des années précédentes n'est plus suffisant. Je vous conseille de bien étudier cette partie car ce n'est pas trop compliqué de faire des bons points et ca peut s'avérer très utile pour compenser un manque de point à l'autre partie (50% de la note pour chaque partie).

1. La surface terrestre est caractérisée par un gradient latitudinal d'énergie radiative. Quelle en est la cause fondamentale ?	
Un flux de chaleur interne variable	☐
La courbure de la Terre	**X**
La tectonique des plaques	☐
La circulation atmosphérique	☐
La concentration en CO_2 atmosphérique	☐

2. Soit deux corps noirs (A et B). La longueur d'onde à laquelle ils émettent leur maximum d'énergie radiative est telle que $\lambda_{max,A} = 2\,\lambda_{max,B}$, respectivement. Calculez le rapport entre le flux de chaleur émis par le corps B et le flux de chaleur émis par le corps A (F_B/F_A). **Indiquez laquelle des propositions suivantes est correcte.**	
$F_B/F_A = 1/8$	☐
$F_B/F_A = 2$	☐
$F_B/F_A = 4$	☐
$F_B/F_A = 16$	**X**
$F_B/F_A = 1/4$	☐

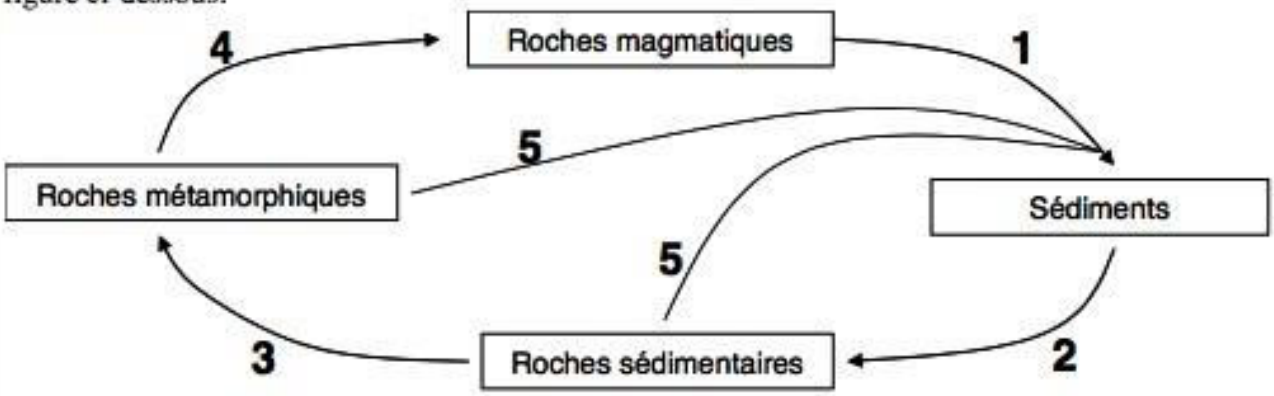
3. Le système Terre est caractérisé par différents réservoirs contenant des quantités de carbone organique et/ou inorganique très variables. (roches = roches carbonatées ; océan = colonne d'eau) **Si M_x dénote la masse de C total dans le réservoir x, indiquez parmi les propositions suivantes laquelle est correcte :**	
$M_{roches} > M_{océan} > M_{atmosphère}$	**X**
$M_{biomasse\ vivante} > M_{océan}$	☐
$M_{atmosphère} > M_{océan} > M_{roches}$	☐
$M_{océan} > M_{roches} > M_{atmosphère}$	☐
Aucun de ces propositions	☐

4. Cette question porte sur la composition chimique de l'atmosphère. Actuellement, la concentration varie suivant la proposition **A**. Au Précambrien, l'atmosphère était cependant beaucoup plus riche en gaz à effet de serre. Ce enrichissement est nécessaire pour compenser **B**. L'épisode d'oxygénation majeur (GOE) a eu lieu quant à lui il y a **C**.

Indiquez laquelle des propositions suivantes est correcte :

A = O_2 > N_2 > CO_2 > CH_4 ; B = une luminosité solaire réduite ; C = 200 millions d'années	☐
A = N_2 > O_2 > N_2O > CO_2 ; B = un albédo quasi nul ; C = 60 millions d'années	☐
A = N_2 > O_2 > CO_2 > CH_4 ; B = une luminosité solaire réduite ; C = 2300 millions d'années	**X**
A = N_2 > O_2 > CH_4 > CO_2 ; B = une tectonique des plaques ralentie ; C = 2300 millions d'années	☐
A = N_2O > O_2 > CH_4 > CO_2; B = un taux d'altération des roches silicatées plus élevé ; C = 60 millions d'années	☐
A = O_2 > N_2 > CH_4 > CO_2 ; B = une tectonique de plaques accélérée ; C = 2300 millions d'années	☐
A = N_2 > O_2 > CO_2 > CH_4 ; B = un albédo quasi nul ; C = 200 millions d'années	☐

5. Le cycle des roches est caractérisé par différents processus, identifiés par des numéros dans la figure ci-dessous.



Parmi les six propositions suivantes, laquelle est-t-elle correcte ?

1 = métamorphisme dans les bassins sédimentaires ; 2 = surrection ; 3 = lithification ; 4 = fusion au niveau des zones de subduction ; 5 = fusion	☐
1 = lithification ; 2 = altération ; 3 = métamorphisme dans les bassins sédimentaires ; 4 = fusion au niveau des zones de subduction ; 5 = surrection	☐
1 = surrection ; 2 = lithification ; 3 = métamorphisme dans les bassins sédimentaires ; 4 = fusion au niveau des zones de subduction ; 5 = altération	☐
1 = fusion au niveau des zones de subduction ; 2 = lithification ; 3 = métamorphisme dans les bassins sédimentaires ; 4 = surrection ; 5 = altération	☐
1 = altération ; 2 = lithification ; 3 = surrection ; 4 = métamorphisme dans les bassins sédimentaires ; 5 = fusion au niveau des zones de subduction	☐
1 = altération ; 2 = lithification ; 3 = métamorphisme dans les bassins sédimentaires ; 4 = fusion au niveau des zones de subduction ; 5 = surrection	**X**

6. La circulation thermohaline influence le climat terrestre à une échelle de temps caractéristique de **A**. Les masses d'eau profondes les plus anciennes sont localisées dans **B**. Le transport d'eau chaude par les courants de surface transfère une quantité de chaleur vers les pôles correspondant approximativement à **C** de celle transportée par la circulation atmosphérique.

Indiquez laquelle des propositions suivantes est correcte:

A = 10 ans ; **B** = Atlantique du Nord ; **C** = 5%	☐
A = 10^6 ans ; **B** = Océan Indien ; **C** = 50%	☐
A = 100 ans ; **B** = Pacifique du Nord ; **C** = 100%	☐
A = 10^3 ans ; **B** = Océan Indien ; **C** =50%	☐
A = 10^6 ans ; **B** = Atlantique du Nord ; **C** =20%	☐
A = 10^3 ans ; **B** = Pacifique du Nord ; **C** = 100%	**X**

7. Le niveau hiérarchique le plus élevé de la subdivision du temps géologique s'appelle **A**. Celui-ci est subdivisé en **B**, puis en **C**. Les derniers **D** millions d'années de l'histoire de notre planète constitue l'éon Phanérozoïque, qui débute lors de **E**.

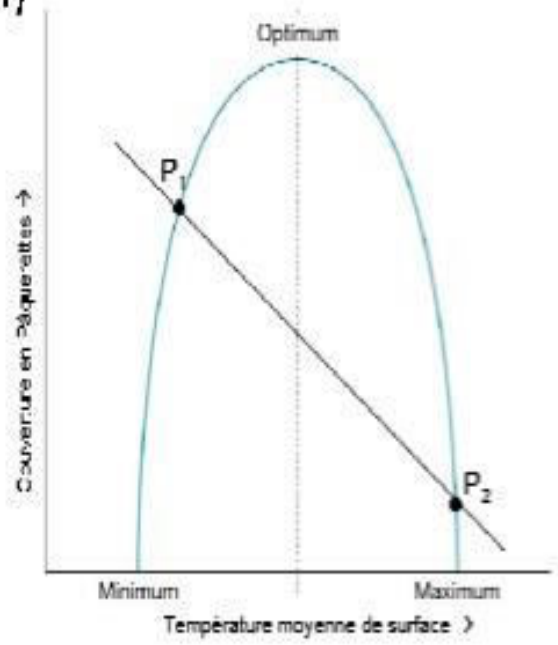
Indiquez parmi les propositions suivantes laquelle est correcte :

A = éon ; B = ère ; C = période ; D = 820 ; E = l'apparition de la photosynthèse oxygénique	☐
A = éon ; B = ère ; C = période ; D = 200 ; E = l'apparition de fossiles à coquille et de la vie multicellulaire	☐
A = ère ; B = éon ; C = période ; D = 10 ; E = l'apparition de la vie sur Terre	☐
A = période ; B = éon ; C = ère ; D = 540 ; E = l'apparition de stromatolithes	☐
A = éon ; B = ère ; C = période ; D = 540 ; E = l'apparition de fossiles à coquille et de la vie multicellulaire	**X**
Aucun de ces propositions	☐

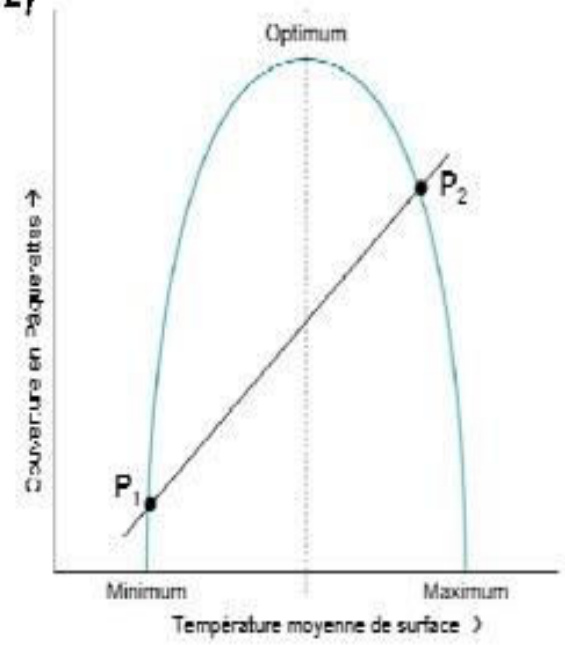
8. Le système « Planète pâquerettes blanches (PPB) » a un homologue qui se comporte exactement de la même façon, sauf qu'il est entièrement couvert de pâquerettes noires (PPN). Parmi les figures ci-dessous, la figure **A** correspond au système PPN. Dans ce système, l'état d'équilibre stable correspond au point **B**.

Figures :

1)



2)



Indiquez laquelle des propositions suivantes est correcte :

A = 1 ; B = P_1	☐
A = 2 ; B = P_2	**X**
A = 2 ; B = P_1	☐
A = 1 ; B = P_2	☐
A = 1 ; B = aucun de ces points	☐
A = 2 ; B = aucun de ces points	☐
Aucune de ces réponses	☐

9. Soit les roches suivantes: granite (**A**), calcaire (**B**), péridotite (**C**), gneiss (**D**), grès (**E**). Nous souhaitons les classer suivant la typologie des grandes classes de roches.

Indiquez laquelle des propositions suivantes est la plus adéquate:

A = sédimentaire détritique ; B = métamorphique ; C = métamorphique ; D = magmatique extrusive mafique ; E = sédimentaire chimique ou biochimique	☐
A = métamorphique ; B = magmatique intrusive mafique ; C = métamorphique ; D = sédimentaire détritique ; E = sédimentaire détritique	☐
A = magmatique intrusive felsique ; B = sédimentaire chimique ou biochimique ; C = magmatique intrusive ultramafique ; D = métamorphique ; E = sédimentaire détritique	**X**
A = magmatique intrusive mafique ; B = magmatique intrusive mafique ; C = sédimentaire détritique ; D = sédimentaire chimique ou biochimique ; E = magmatique extrusive felsique	☐
A = magmatique extrusive ; B = métamorphique ; C = magmatique intrusive felsique ; D = magmatique ; E = métamorphique	☐
A = magmatique intrusive felsique ; B = sédimentaire chimique ou biochimique ; C = magmatique intrusive ultramafique ; D = métamorphique ; E = métamorphique	☐
A = métamorphique ; B = magmatique extrusive mafique ; C = métamorphique ; D = sédimentaire détritique ; E = sédimentaire détritique	☐
A = magmatique intrusive mafique ; B = magmatique intrusive felsique ; C = sédimentaire détritique ; D = métamorphique; E = magmatique extrusive felsique	☐

10. La composition élémentaire de le Terre dans son ensemble varie suivant la proposition **A**. Celle de la croute terrestre varie dans l'ordre donné par la proposition **B**.

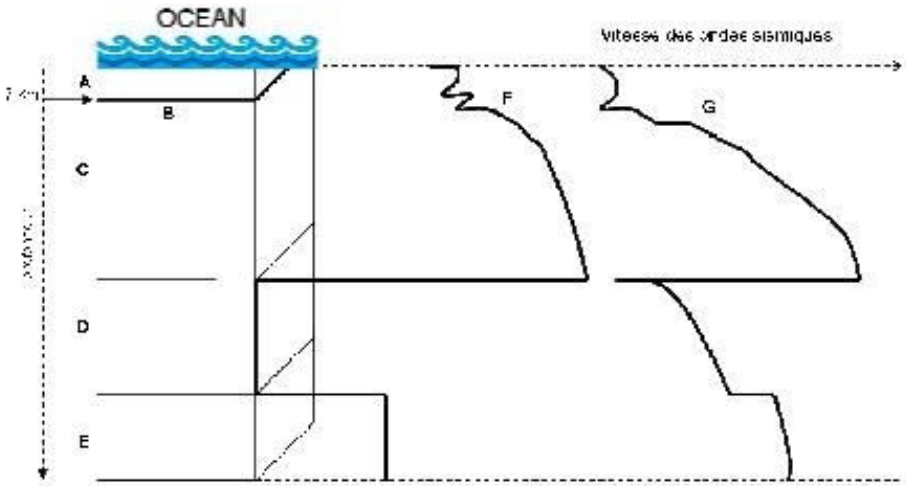
Indiquez laquelle des propositions suivantes est correcte:

A = Fe>O>Si>Mg ; B = Fe>Al>Si>O	☐
A = Fe>O>Si>Mg ; B = Al>O>Si>Fe	☐
A = Mg>Fe>Si>O ; B = O>Si>Al>Fe	☐
A = O>Fe>Mg>Si ; B = Fe>Si>Al>O	☐
A = Si>O>Fe>Mg ; B = O>Si>Al>Fe	☐
Aucune de ces propositions	**X**

Introduction aux sciences de la terre - Janvier 2013

EXEMPLES DE QUESTIONS D'EXAMEN

1. Sur base de la figure ci-dessous, représentant la structure interne de la Terre,



indiquez laquelle des combinaisons suivantes est correcte :

A = manteau ; **B** = discontinuité de Mohorovicic ; **C** = noyau externe solide ; **D** = croute ; **E** = noyau interne liquide ; **F** = ondes sismiques P ; **G** = ondes sismiques S	☐
A = croute ; **B** = discontinuité de Mohorovicic ; **C** = manteau ; **D** = noyau externe liquide ; **E** = noyau interne solide ; **F** = ondes sismiques S ; **G** = ondes sismiques P	☐
A = croute ; **B** = discontinuité de Gutenberg ; **C** = manteau ; **D** = noyau externe liquide ; **E** = noyau interne solide ; **F** = ondes sismiques P ; **G** = ondes sismiques S	☐
A = lithosphère ; **B** = discontinuité de Mohorovicic ; **C** = asthénosphère ; **D** = noyau externe solide ; **E** = noyau interne solide ; **F** = ondes sismiques S ; **G** = ondes sismiques P	☐
A = croute ; **B** = discontinuité de Gutenberg ; **C** = manteau ; **D** = noyau externe liquide ; **E** = noyau interne solide ; **F** = ondes sismiques P ; **G** = ondes sismiques S	☐
A = croute ; **B** = discontinuité de Mohorovicic ; **C** = manteau ; **D** = noyau externe liquide ; **E** = noyau interne solide ; **F** = ondes sismiques P ; **G** = ondes sismiques S	☐

2. Soit les roches suivantes: **(A)** grès, **(B)** ardoise, **(C)** rhyolite, **(D)** basalte, **(E)** marbre.
Indiquez laquelle des propositions suivantes est la plus adéquate:

A = métamorphique ;**B** = sédimentaire chimique ou biochimique ; **C** = métamorphique ; **D** = magmatique intrusive mafique; **E** = magmatique extrusive felsique	☐
A = sédimentaire détritique ; **B** = métamorphique ; **C** = magmatique extrusive felsique ; **D** = magmatique extrusive mafique ; **E** = métamorphique	☐
A = sédimentaire chimique ou biochimique ; **B** = magmatique intrusive mafique ; **C** = métamorphique ; **D** = sédimentaire détritique ; **E** = sédimentaire chimique ou biochimique	☐
A = magmatique intrusive felsique ; **B** = sédimentaire détritique ; **C** = magmatique intrusive felsique ; **D** = métamorphique ; **E** = métamorphique	☐
A = sédimentaire détritique ; **B** = métamorphique ; **C** = magmatique intrusive felsique ; **D** = magmatique extrusive mafique ; **E** = métamorphique	☐
Aucune de ces réponses	☐

3. D'un point de vue géologique, les émissions de gaz a effet de serre dans l'atmosphère dues à la combustion d'énergie fossile (charbon, pétrole) peuvent-être envisages comme une intensification très importante d'un processus se déroulant sinon naturellement.
De quel processus s'agit-t-il :

La précipitation des carbonates	☐
L' altération des silicates	☐
L' altération et oxydation du carbone organique présent dans les roches sédimentaires	☐

4. Le flux d'énergie arrivant à la surface terrestre est transporté à plus de 99 % par **A**. Une partie de cette énergie est redistribuée par la circulation atmosphérique, principalement au travers du mécanisme de **B**. De plus, des quantités importantes d'énergie associée à la présence d'eau sur Terre sont transférées des zones tropicales vers les zones polaires sous forme de **C**. Le flux de chaleur interne arrivant à la surface terrestre aux travers des plaques lithosphériques rigides est quant à lui transporté par **D**.

Indiquez laquelle des propositions suivantes est correcte:

A = conduction ; B = convection ; C = chaleur latente de vaporisation ; D = convection	☐
A = rayonnement ; B = convection ; C = chaleur latente de fusion ; D = conduction	☐
A = rayonnement ; B = convection ; C = chaleur latente de vaporisation ; D = conduction	☐
A = rayonnement ; B = conduction ; C = chaleur latente de vaporisation ; D = convection	☐
A = convection ; B = conduction ; C = capacité thermique ; D = rayonnement	☐
A = convection ; B = rayonnement ; C = chaleur latente de fusion ; D = capacité thermique	☐
Aucune de ces réponses	☐

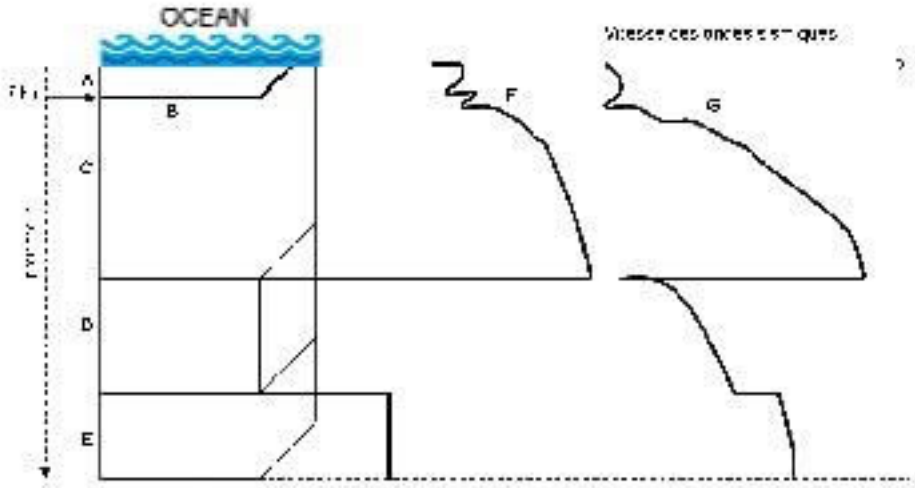
5. Cette question porte sur la composition chimique de le Terre dans son ensemble, dont l'abondance varie suivant la proposition **A**, et de la croute terrestre, dont l'abondance des éléments varie dans l'ordre représenté par la proposition **B**.
Indiquez laquelle des propositions suivantes est correcte:

A = Si>O>Fe>Mg ; B = O>Si>Al>Fe	☐
A = Fe>O>Si>Mg ; B = Al>O>Si>Fe	☐
A = Mg>Fe>Si>O ; B = O>Si>Al>Fe	☐
A = O>Fe>Mg>Si ; B = Fe>Si>Al>O	☐
A = Fe>O>Si>Mg ; B = O>Si>Al>Fe	☐

CORRIGÉ **Introduction aux sciences de la terre - Janvier 2013**

EXEMPLES DE QUESTIONS D'EXAMEN

1. Sur base de la figure ci-dessous, représentant la structure interne de la Terre,



indiquez laquelle des combinaisons suivantes est correcte :

A = manteau ; **B** = discontinuité de Mohorovicic ; **C** = noyau externe solide ; **D** = croute ; **E** = noyau interne liquide ; **F** = ondes sismiques P ; **G** = ondes sismiques S	☐
A = croute ; **B** = discontinuité de Mohorovicic ; **C** = manteau ; **D** = noyau externe liquide ; **E** = noyau interne solide ; **F** = ondes sismiques S ; **G** = ondes sismiques P	☐
A = croute ; **B** = discontinuité de Gutenberg ; **C** = manteau ; **D** = noyau externe liquide ; **E** = noyau interne solide ; **F** = ondes sismiques P ; **G** = ondes sismiques S	☐
A = lithosphère ; **B** = discontinuité de Mohorovicic ; **C** = asthénosphère ; **D** = noyau externe solide ; **E** = noyau interne solide ; **F** = ondes sismiques S ; **G** = ondes sismiques P	☐
A = croute ; **B** = discontinuité de Gutenberg ; **C** = manteau ; **D** = noyau externe liquide ; **E** = noyau interne solide ; **F** = ondes sismiques P ; **G** = ondes sismiques S	☐
A = croute ; **B** = discontinuité de Mohorovicic ; **C** = manteau ; **D** = noyau externe liquide ; **E** = noyau interne solide ; **F** = ondes sismiques P ; **G** = ondes sismiques S	☐

2. Soit les roches suivantes: **(A)** grès, **(B)** ardoise, **(C)** rhyolite, **(D)** basalte, **(E)** marbre.
Indiquez laquelle des propositions suivantes est la plus adéquate:

A = métamorphique ;**B** = sédimentaire chimique ou biochimique ; **C** = métamorphique ; **D** = magmatique intrusive mafique; **E** = magmatique extrusive felsique	☐
A = sédimentaire détritique ; **B** = métamorphique ; **C** = magmatique extrusive felsique ; **D** = magmatique extrusive mafique ; **E** = métamorphique	☐
A = sédimentaire chimique ou biochimique ; **B** = magmatique intrusive mafique ; **C** = métamorphique ; **D** = sédimentaire détritique ; **E** = sédimentaire chimique ou biochimique	☐
A = magmatique intrusive felsique ; **B** = sédimentaire détritique ; **C** = magmatique intrusive felsique ; **D** = métamorphique ; **E** = métamorphique	☐
A = sédimentaire détritique ; **B** = métamorphique ; **C** = magmatique intrusive felsique ; **D** = magmatique extrusive mafique ; **E** = métamorphique	☐
Aucune de ces réponses	☐

3. D'un point de vue géologique, les émissions de gaz a effet de serre dans l'atmosphère dues à la combustion d'énergie fossile (charbon, pétrole) peuvent-être envisages comme une intensification très importante d'un processus se déroulant sinon naturellement.
De quel processus s'agit-t-il :

La précipitation des carbonates	☐
L' altération des silicates	☐
L' altération et oxydation du carbone organique présent dans les roches sédimentaires	☐

4. Le flux d'énergie arrivant à la surface terrestre est transporté à plus de 99 % par **A**. Une partie de cette énergie est redistribuée par la circulation atmosphérique, principalement au travers du mécanisme de **B**. De plus, des quantités importantes d'énergie associée à la présence d'eau sur Terre sont transférées des zones tropicales vers les zones polaires sous forme de **C**. Le flux de chaleur interne arrivant à la surface terrestre aux travers des plaques lithosphériques rigides est quant à lui transporté par **D**.

Indiquez laquelle des propositions suivantes est correcte:

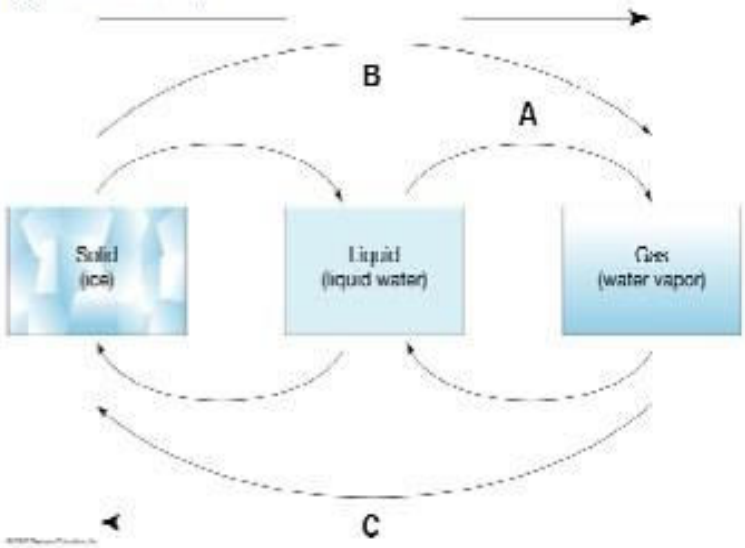
~~A = conduction ;~~ B = convection ; C = chaleur latente de vaporisation ; D = convection	☐
A = rayonnement ; B = convection ; ~~C = chaleur latente de fusion~~ ; D = conduction	☐
A = rayonnement ; B = convection ; C = chaleur latente de vaporisation ; D = conduction	☐
A = rayonnement ; ~~B = conduction~~ ; C = chaleur latente de vaporisation ; D = convection	☐
~~A = convection~~ ; B = conduction ; C = capacité thermique ; D = rayonnement	☐
~~A = convection~~ ; B = rayonnement ; C = chaleur latente de fusion ; D = capacité thermique	☐
Aucune de ces réponses	☐

5. Cette question porte sur la composition chimique de le Terre dans son ensemble, dont l'abondance varie suivant la proposition **A**, et de la croute terrestre, dont l'abondance des éléments varie dans l'ordre représenté par la proposition **B**.
Indiquez laquelle des propositions suivantes est correcte:

A = Si>O>Fe>Mg ; B = O>Si>Al>Fe	☐
A = Fe>O>Si>Mg ; ~~B = Al>O>Si>Fe~~	☐
A = Mg>Fe>Si>O ; B = O>Si>Al>Fe	☐
A = O>Fe>Mg>Si ; ~~B = Fe>Si>Al>O~~	☐
A = Fe>O>Si>Mg ; B = O>Si>Al>Fe	☐

Introduction aux sciences de la terre

1. Sur base de la figure ci-dessous,



indiquez laquelle des combinaisons suivantes est correcte :

A = évaporation ; **B** = condensation ; **C** = énergie libérée	☐
A = sublimation ; **B** = évaporation ; **C** = énergie absorbée	☐
A = condensation ; **B** = sublimation ; **C** = énergie libérée	☐
A = évaporation ; **B** = sublimation ; **C** = énergie absorbée	☐
Aucune de ces réponses	X

2. La composition chimique de l'atmosphère durant la première partie de l'histoire de notre planète était beaucoup plus riche en gaz à effet de serre. Cet enrichissement est nécessaire pout compenser :

Un flux de chaleur interne de la Terre plus faible	☐
Une distance Terre-Soleil plus grande	☐
Une tectonique des plaques ralentie	☐
Une luminosité solaire réduite	X
Un albédo quasi nul	☐

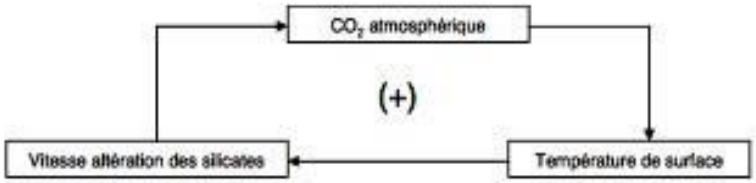
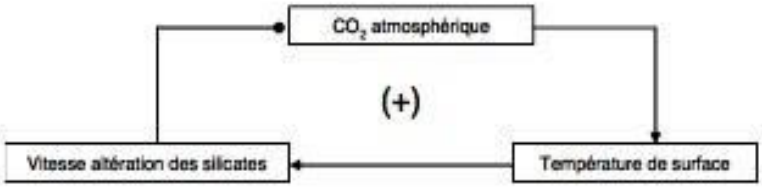
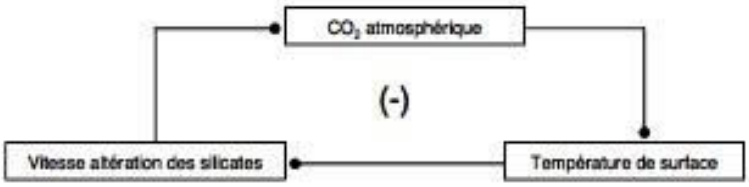
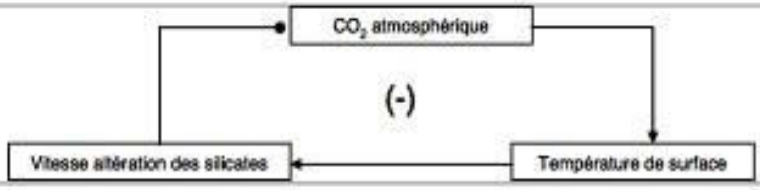
3. L' abondance des éléments chimique de la croute terrestre varie dans l'ordre donné par la proposition **A**. Par ailleurs, les deux minéraux les plus abondants (en poids) de la croute continentale sont, dans l'ordre, **B** et **C.** Pour le manteau, il s'agit, dans l'ordre, des minéraux **D** et **E**, présents dans une roche nommée **F**.

Indiquez laquelle des propositions suivantes est correcte:

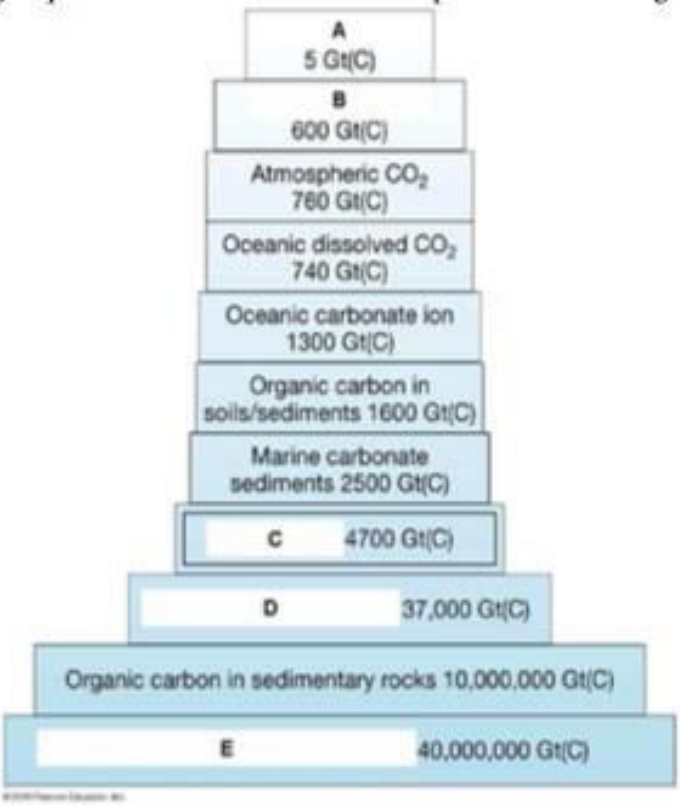
A = O_2 > Si > Al > Fe ; **B** = quartz ; **C** = feldspaths ; **D** = pyroxène ; **E** = olivine ; **F** = péridotite	☐
A = O_2 > Si > Al > Fe ; **B** = feldspaths ; **C** = quartz ; **D** = olivine ; **E** = pyroxène ; **F** = péridotite	**X**
A = Al > O_2 > Si > Fe ; **B** = olivine ; **C** = quartz ; **D** = feldspaths ; **E** = calcite ; **F** = gabbro	☐
A = O_2 > Si > Al > Fe ; **B** = quartz ; **C** = olivine ; **D** = calcite ; **E** = feldspaths ; **F** = dolomite	☐
A = O_2 > Al > Si > Fe ; **B** = calcite ; **C** = feldspaths ; **D** = quartz ; **E** = pyroxène ; **F** = dolomite	☐
A = Si > O_2 > Al > Fe ; **B** = pyroxène ; **C** = feldspaths ; **D** = quartz ; **E** = olivine ; **F** = gabbro	☐

4. L'altération des roches silicatées est un processus clé du contrôle de l'évolution climatique à long-terme (> millions d'années). Ce contrôle peut-être caractérise par une boucle de rétroaction.

Laquelle des quatre propositions suivantes est-t-elle correcte ?

	☐
	☐
	☐
	**X**

5. Le système Terre est caractérisé par différents réservoirs contenant des quantités de carbone organique et/ou inorganique très variables. Ceux-ci sont représentés dans la figure ci-dessous.



Indiquez parmi les propositions suivantes laquelle est correcte :

A = biomasse vivante ; B = combustibles fossiles ; C = méthane atmosphérique ; D = roches calcaires ; E = ion bicarbonate océanique	☐
A = combustibles fossiles; B = méthane atmosphérique; C = ion bicarbonate océanique ; D = roches calcaires ; E = biomasse vivante	☐
A = méthane atmosphérique ; B = ion bicarbonate océanique ; C = roches calcaires ; D = combustibles fossiles; E = biomasse vivante	☐
A = méthane atmosphérique ; B = biomasse vivante ; C = combustibles fossiles ; D = ion bicarbonate océanique ; E = roches calcaires	**X**

6. La Terre a connu **A** glaciations principales depuis sa formation. La période Crétacé moyen appartient à l'éon **B** et se place dans l'échelle du temps géologique à environ **C** millions d'années. Le climat durant cette période était particulièrement **D**.
Indiquez laquelle des propositions suivantes est correcte:

A = 6 ; **B** = Précambrien ; **C** = 900 ; **D** = chaud	☐
A = 2 ; **B** = Phanérozoïque ; **C** = 100 ; **D** = froid	☐
A = 12 ; **B** = Archéen ; **C** = 500 ; **D** = chaud	☐
A = 7 ; **B** = Précambrien ; **C** = 1000 ; **D** = froid	☐
A = 6 ; **B** = Phanérozoïque ; **C** = 100 ; **D** = chaud	**X**

7. L'échelle de temps caractéristique de la circulation thermohaline est **A**. L'échelle de temps caractéristique du cycle des roches est B.

Indiquez laquelle des propositions suivantes est correcte:

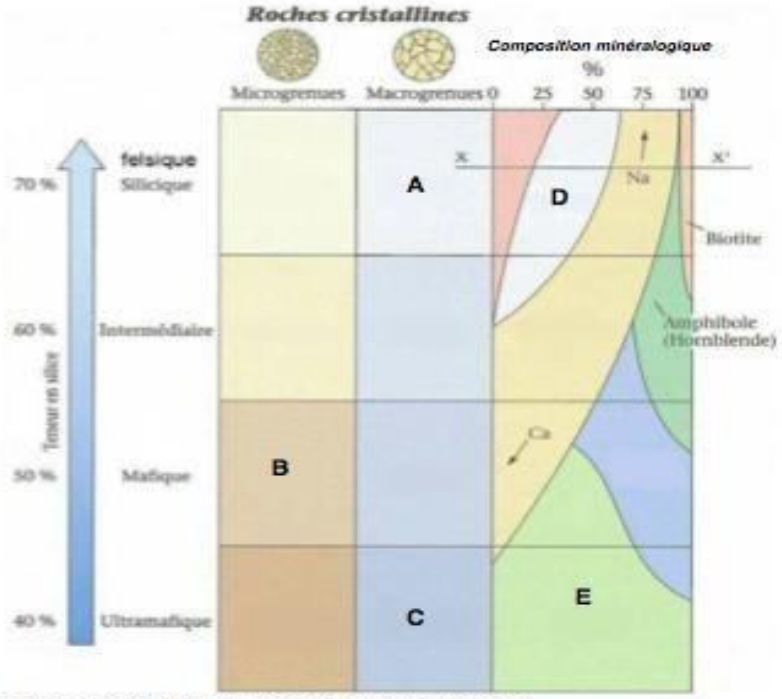
A = 10^6 ans ; B = 10^8 ans	☐
A = 1 an ; B = 1 an	☐
A = 1 an ; B = 10^3 ans	☐
A = 10^3 ans ; B = 10^8 ans	**X**
A = 10^3 ans ; B = 10^6 ans	☐
Aucune de ces propositions	☐

8. La théorie de la dérive des continents nous indique que les masses continentales étaient regroupées autour d'un seul supercontinent nommé Pangée, il y a environ **A** d'années.
En prenant en compte l'âge moyen des plus vieilles roches océaniques et une distance moyenne ride médio-océanique - continent de l'ordre de 5000 km, nous pouvons estimer une vitesse d'écartement des plaques tectoniques de l'ordre du **B**.
Par ailleurs, sur base de la durée moyenne d'un cycle de Wilson caractérisant la formation puis la destruction des supercontinents, on peut estimer que ce processus s'est répété environ **C** fois depuis la formation de notre planète.

Indiquez laquelle des propositions suivantes est correcte:

A = 250 millions d'années ; B = cm/an ; C = 10	**X**
A = 250 millions d'années ; B = km/an ; C = 10	☐
A = 10 millions d'années ; B = m/an ; C = 10	☐
A = 1 milliard d'années ; B = cm/an ; C = 10	☐
A = 250 millions d'années ; B = cm/an ; C = 100	☐
A = 100 millions d'années ; B = km/an ; C = 100	☐

9. Cette question porte sur la composition minéralogique et la nomenclature des roches magmatiques.
Sur base de la figure ci-dessous,



indiquez laquelle des combinaisons suivantes est correcte :

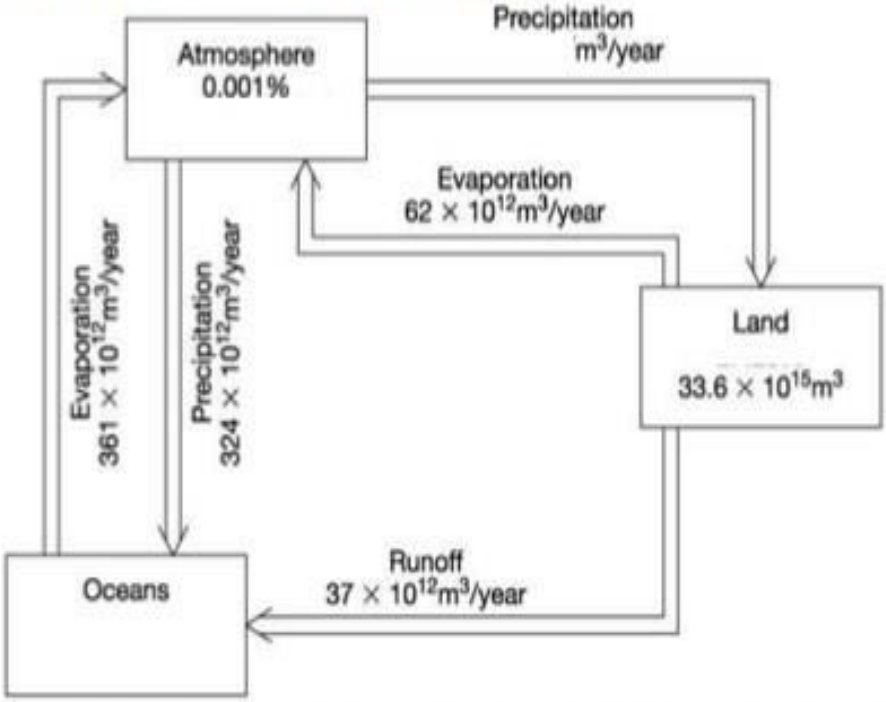
A = granite ; B = péridotite ; C = basalte ; D = olivine ; E = quartz	☐
A = olivine ; B = quartz ; C = basalte ; D = péridotite ; E = granite	☐
A =granite; B = basalte; C = péridotite ; D = quartz; E = olivine	**X**
A = basalte ; B = péridotite ; C = quartz ; D = granite ; E = olivine	☐
A = granite ; B = basalte ; C = péridotite ; D = olivine ; E = quartz	☐
A = péridotite ; B = basalte ; C = granite ; D = quartz ; E = olivine	☐
A = basalte; B = quartz; C = granite ; D = péridotite ; E = olivine	☐

10. Soit deux corps noirs (A et B). La longueur d'onde à laquelle ils émettent leur maximum d'énergie radiative est telle que $\lambda_{max,A} = 2\ \lambda_{max,B}$, respectivement. Calculez le rapport entre le flux de chaleur émis par le corps B et le flux de chaleur émis par le corps A (F_B/F_A).

Indiquez laquelle des propositions suivantes est correcte.

$F_B/F_A = 1/8$	☐
$F_B/F_A = 2$	☐
$F_B/F_A = 4$	☐
$F_B/F_A = 16$	**X**
$F_B/F_A = 1/4$	☐

1. La figure ci-dessous représente le cycle hydrologique.



La contribution relative des eaux océaniques au volume total d'eau présente sur Terre est de **A%.** Sur base de l'hypothèse que le cycle est à l'état stationnaire, le flux de précipitation sur les continents est de **B x 10^{12} m^3/an** et le temps de résidence des eaux sur les continents est, quant à lui, de l'ordre de **C ans**.

Indiquez laquelle des propositions suivantes est correcte:

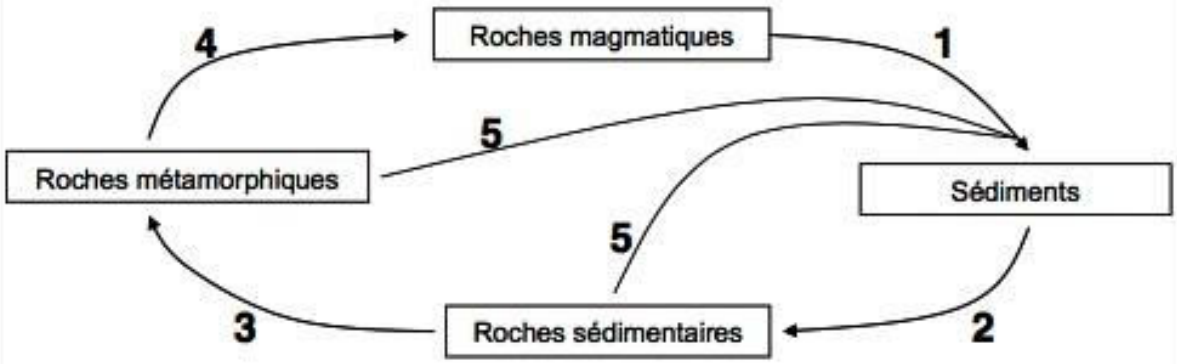
A = 97 ; B = 99 ; C = 30	☐
A = 93; B = 37 ; C = 300	☐
A = 93 ; B = 37 ; C = 30	☐
A = 97; B = 99 ; C = 300	X
A = 93; B = 99 ; C = 30	☐
A = 93; B = 300 ; C = 100	☐
A = 97; B = 300 ; C = 30	☐
A = 97; B = 99 ; C = 100	☐
Aucune de ces réponses	☐

2. Le système Terre est caractérisé par différents réservoirs contenant des quantités de carbone organique et/ou inorganique très variables. (roches = roches carbonatées ; océan = colonne d'eau)

Si M_x dénote la masse de carbone dans le réservoir x, indiquez parmi les propositions suivantes laquelle est correcte :

$M_{biomasse} > M_{océan} > M_{atmosphère}$	☐
$M_{biomasse} > M_{roches}$	☐
$M_{atmosphère} > M_{océan} > M_{roches}$	☐
$M_{océan} > M_{roches} > M_{atmosphère}$	☐
Aucun de ces propositions	X

3. L'échelle de temps caractéristique du cycle des roches est de **A**. Par ailleurs, ce cycle est caractérisé par différents processus, identifiés par les numéros dans la figure ci-dessous. Parmi les propositions **B**, indiquez laquelle correspond à la transformation d'un granite en grès.



Laquelle des huit propositions suivantes est-t-elle correcte ?

A = 10^8 ans ; **B** = 1 + 2	X
A = 10^7 ans ; **B** = 2 + 5	☐
A = 10^6 ans ; **B** = 1 + 2	☐
A = 10^3 ans ; **B** = 3 + 4	☐
A = 10^6 ans ; **B** = 4 + 1	☐
A = 10^8 ans ; **B** = 2 + 5	☐
A = 10^7 ans ; **B** = 2	☐
A = 10^8 ans ; **B** = 2 + 3	☐

4. Cette question porte sur la composition chimique de l'atmosphère *actuelle*, dont l'abondance varie suivant la proposition **A**. L'épisode d'oxygénation majeur (GOE) a eu lieu quant à lui il y a **B** millions d'années.
Indiquez laquelle des propositions suivantes est correcte :

A = O_2 > N_2 > CO_2 > CH_4 ; B = 200	☐
A = N_2 > O_2 > CO_2 > CH_4; B = 2300	X
A = N_2 > O_2 > CO_2 > CH_4; B = 200	☐
A = N_2 > O_2 > CH_4 > CO_2; B = 2300	☐
A = N_2 > O_2 > CO_2 > CH_4; B = 1700	☐
A = O_2 > N_2 > CH_4 > CO_2; B = 2300	☐
A = N_2 > O_2 > O_3 > CO_2; B = 60	☐

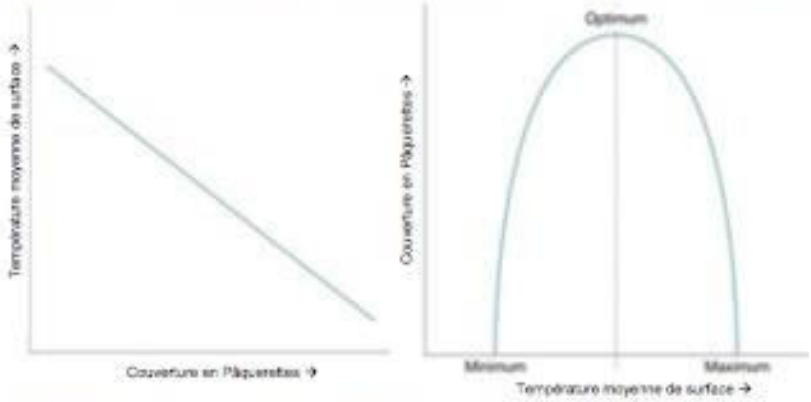
5. Le flux de chaleur interne a diminue depuis la formation de notre planète d'environ un facteur **A.** Aujourd'hui, celui-ci est de l'ordre de **B** du flux total d'énergie arrivant à la surface terrestre. Le moteur principal de la génération du champ magnétique terrestre est quant à lui associe à **C**.
Indiquez laquelle des propositions suivantes est correcte:

A = 5 ; B = 0.1 % ; C = croissance du noyau interne	X
A = 100 ; B = 10 % ; C = décroissance radioactive	☐
A = 5 ; B = 10 % ; C = décroissance radioactive	☐
A = 5 ; B = 0.1 % ; C = décroissance radioactive	☐
A = 100 ; B = 10 % ; C = croissance du noyau interne	☐

6. La contribution élémentaire à la masse de la Terre dans son ensemble varie suivant la proposition **A**. Celle de la croute terrestre varie dans l'ordre donné par la proposition **B**.
Indiquez laquelle des propositions suivantes est correcte:

A = Fe>O>Si>Mg ; B = Fe>Al>Si>O	☐
A = Fe>O>Si>Mg ; B = Al>O>Si>Fe	☐
A = Mg>Fe>Si>O ; B = O>Si>Al>Fe	☐
A = O>Fe>Mg>Si ; B = Fe>Si>Al>O	☐
A = Si>O>Fe>Mg ; B = O>Si>Al>Fe	☐
Aucune de ces propositions	X

7. L'analyse du système 'planète pâquerette' est basée sur les deux graphiques suivants:



Nous pouvons maintenant déterminer les signes des couplages du système.

Pour des températures inférieures à l'optimum de température, $T_{optimum}$, indiquez laquelle des propositions suivantes est correcte :

Système caractérisé par deux couplages négatifs	☐
Système caractérisé par deux couplages positifs	☐
Système caractérisé par un couplage positif et un couplage négatif	X
Aucune de ces propositions	☐

8. Le niveau hiérarchique le plus élevé de la subdivision du temps géologique s'appelle **A**. Celui-ci est subdivisé en **B**, puis en **C**. Les derniers **D** millions d'années de l'histoire de notre planète constituent l'éon Phanérozoïque, qui débute lors de **E**.
Indiquez parmi les propositions suivantes laquelle est correcte :

A = éon ; B = ère ; C = période ; D = 820 ; E = l'apparition de la photosynthèse oxygénique	☐
A = éon ; B = ère ; C = période ; D = 200 ; E = l'apparition de fossiles à coquille et de la vie multicellulaire	☐
A = ère ; B = éon ; C = période ; D = 10 ; E = l'apparition de la vie sur Terre	☐
A = période ; B = éon ; C = ère ; D = 540 ; E = l'apparition de stromatolithes	☐
A = éon ; B = ère ; C = période ; D = 540 ; E = l'apparition de fossiles à coquille et de la vie multicellulaire	X
Aucun de ces propositions	☐

9. La théorie de la dérive des continents nous indique que les masses continentales étaient regroupées autour d'un seul supercontinent nommé Pangée, il y a environ **A** d'années.
En prenant en compte l'âge moyen des plus vieilles roches océaniques et une distance moyenne ride médio-océanique - continent de l'ordre de 5000 km, nous pouvons estimer une vitesse d'écartement des plaques tectoniques de l'ordre du **B**.
Par ailleurs, sur base de la durée moyenne d'un cycle de Wilson caractérisant la formation puis la destruction des supercontinents, on peut estimer que ce processus s'est répété environ **C** fois depuis la formation de notre planète.

Indiquez laquelle des propositions suivantes est correcte:

A = 250 millions d'années ; B = cm/an ; C = 10	X
A = 250 millions d'années ; B = km/an ; C = 10	☐
A = 10 millions d'années ; B = m/an ; C = 10	☐
A = 1 milliard d'années ; B = cm/an ; C = 10	☐
A = 250 millions d'années ; B = cm/an ; C = 100	☐
A = 100 millions d'années ; B = km/an ; C = 100	☐

10. Soit un modèle d'une planète de température T_0 se comportant comme un corps noir et se trouvant à une distance r_0 de son Soleil. Si la luminosité solaire est réduite de 50%, la température de surface sera égale à **A**. Par ailleurs, sa température de surface sera égale à **B** si la distance planète-soleil est réduite à $r_0/2$.
(! Ce problème ne nécessite pas de calculatrice)

Indiquez laquelle des propositions suivantes est correcte :

A = $\frac{1}{2}T_0$; **B** = $4T_0$	☐
A = $\left(\frac{1}{2}\right)^{1/4} T_0$; **B** = $\sqrt[4]{4}T_0$	X
A = $\frac{1}{2}T_0$; **B** = $2T_0$	☐
A = $\left(\frac{1}{2}\right)^{1/4} T_0$; **B** = $10T_0$	☐
Aucune de ces propositions	☐

Partie de Decroly et Pattyn (environnement et société) :

Phys-h101 (Cofo)

Le cauchemar des bioingé et sûrement le cours le plus compliqué du Bac!
Je ne vais pas vous mentir ce cours n'est vraiment pas simple mais il n'est pas pour autant impossible!!!
Haeltermann donne cours inversé, c'est à dire qu'il faut regarder des vidéos d'environ 1h/1h30 avant chaque cours en auditoire pour ensuite être capable de résoudre des exercices en excathedra avec le prof.
En gros ça va vous demander une grosse organisation !
Mes conseils pour physique sont:
- Aller à tous les cours et surtout à tous les séminaires!
- Faites vraiment de votre mieux pour l'examen de laboratoire et Cofo parce que c'est une vraie bouée de sauvetage!!
Ce sont des examens plutôt « simples » par rapport au cours principal de physique et en plus l'examen de labo est très bien noté :))
- Ne baissez pas les bras et essayer de le passer en première session!
- Faites le + d'anciens examens possibles car il s'en inspire souvent.
- Ne négligez pas les demos, c'est 15 points gratuits et ça aide BEAUCOUP pour les questions « courtes ».
Enfin bref, cet examen c'est comme un marathon, c'est grâce à un effort régulier sur le long terme que la réussite sera possible!
Et vous en êtes TOUS.TES capables <33

ULB

BA1 Bioingénieurs

Connaissances fondamentales de physique

Test du 3 novembre 2011

1 – Inscrivez immédiatement vos NOM et PRÉNOM en haut de cette page.

2 – Vérifiez que cette brochure comporte 6 pages.

3 – Indiquez vos réponses finales **aux emplacements prévus**.

Aucune autre réponse ne sera prise en compte !

La pondération de chaque réponse finale est indiquée entre parenthèses.

Choix multiples avec pondération (x pts) :

vous ne pouvez cocher qu'une seule case par question

- ☐ uniquement la case correcte cochée o **+ x** points
- ☐ une case incorrecte cochée o **(x / 2)** points
- ® aucune case cochée o 0 point
- ☐☐ plusieurs cases cochées o 0 point

4 – Si vous désirez l'aide d'un surveillant, levez la main pour attirer son attention.

5 – Les copies seront relevées à **12h**.

Question n° 1 : Soit le nombre complexe défini par : $Z = \frac{1}{i\sqrt{3}}$

Déterminer le module et l'argument de Z.

Réponse n° 1 : (2 pts)

Module Z( ) *Argument Z( )*

Question n° 2 : Considérons la fonction $f x y z(, ,) \; x yx \quad y$

Supposons que ***x*** et ***y*** reçoivent des accroissements respectifs '***x*** et '***y***.

a) Écrire ***la formule analytique de l'accroissement*** '***f*** en fonction de ***x, y,*** '***x*** et '***y***.

Réponse n° 2 a) : '***f*** = (0,5 pt)

b) Donner la ***valeur numérique de*** '***f*** lorsque **(*x*,*y*)** passe de (-1 , 2) à (-0.98 , 1.99).

Réponse n° 2 b) : '***f*** = (0,5 pt)

c) Écrire ***la formule analytique de la différentielle df*** en fonction de ***x, y,*** '***x*** et '***y***.

Réponse n° 2 c) : ***df*** = (0,5 pt)

d) Donner la ***valeur numérique de df*** lorsque **(*x*,*y*)** passe de (-1 , 2) à (-0.98 , 1.99).

Réponse n° 2 d) : ***df*** = (0,5 pt)

Question n° 3 :

Un solide de révolution est obtenu en faisant tourner autour de l'axe x le domaine ***D*** délimité par les courbes :

$y \; a \; e^{b \; x}$ où a 2,0 m et b 1,0 m
x 2,0 m x 3,0 m
y 0

(***x*** et ***y*** sont des longueurs mesurées en mètres dans un système de coordonnées orthonormé).

Déterminer ***le volume*** du solide obtenu.

Réponse n° 3 : (2 pts)
Volume = unité =

Question n° 4 :

La vitesse à laquelle le sucre se dissout dans l'eau est proportionnelle à la quantité de sucre non-dissoute. Supposons que 10,0 kg de sucre ait été versés dans un récipient rempli d'eau à l'instant t = 0 et qu'à ***t*** = 3,0 heures la moitié soit dissoute.

a) Écrire une formule permettant de calculer la quantité de sucre ***non-dissoute*** au temps ***t***.

Indiquer la valeur numérique et les unités des constantes apparaissant dans cette formule.

Réponse n° 4 a) : (1,5 pt)

b) Calculer la quantité de sucre ***dissoute*** à ***t*** = 6,0 heures.

Réponse n° 4 b) : (1,5 pt)

Question n° 5 : Dans le système d'unités U.S.,

- les trois premières grandeurs fondamentales sont la longueur **L**, le temps **T** et la force **F**, -

et les unités de base correspondantes sont : **1 ft** = 0,305 m , **1 s** et **1 lbf** = 4,45 N.

a) Écrire la formule de dimension d'une ***puissance*** **P** (énergie par unité de temps) dans ce système, en complétant les exposants de **L**, **T** et **F** dans l'expression ci-dessous :

Réponse n° 5 a): $>P@ = L^{\ldots} T^{\ldots} F^{\ldots}$ (0,5 pt)

b) Exprimer ***l'unité dérivée de la puissance*** dans le système U.S., en fonction des unités de base de ce système.

Réponse n° 5 b) : (0,5 pt)

1 unité de puissance du système U.S. =

Que vaut une puissance de 5,0 GW ***en unités de puissance du système U.S. ?***

Réponse n° 5 c) : (1 pt)

c)

Question n° 6 : La loi théorique qui lie deux variables ***a*** et ***b*** est

$$a = K\, ab^2 \ln(\,)\; a\, b^2$$

où K_1 et K_2 sont des constantes inconnues.

A partir de mesures de ***a*** en fonction de ***b***, quelles variables portez-vous en abscisse et en ordonnée d'un graphique afin de vérifier le plus simplement possible la loi théorique ?

Réponse n° 6 : (2 pts)

Abscisse = Ordonnée =

Question n° 7 :

Cochez la case ☐ correspondant à **la proposition vraie :** (2 pts)

- ☐ Le flux d'un champ de vecteurs homogène est nul à travers toute surface.
- ☐ Le calcul de la circulation d'un champ de vecteurs homogène le long d'un cercle, en parcourant un demi-tour, donne toujours un résultat nul.
- ☐ L'incertitude absolue totale sur une mesure s'obtient toujours en sommant les incertitudes absolues provenant de différentes sources.
- ☐ Lorsqu'une erreur systématique affecte des mesures, on obtient une bonne estimation de la valeur exacte en évaluant la moyenne d'un grand nombre de mesures.
- ☐ Aucune des autres propositions n'est vraie.

Question n° 8 :

—

Une force $F\ K$ ª¬ $\sqrt{\ }$ $3 1_x\ 2 1_y\ 3 1_z$°¼ (dans la base standard, K étant une constante) possède ***une norme égale à* 40 N** et s'exerce sur un point matériel qui se déplace en ligne droite du point A = (1.0, -2.0, 0) au point B = (0, 3.0, -4.0), ***les coordonnées de ces points étant exprimées en mètres***.

Évaluer le travail W effectué par la force.

Réponse n° 8 :	(3 pts)
W =	unité =

Question n° 9 :

La vitesse d'un fluide en écoulement est donnée par v( )ŕ ª¬$ax\ 1_x\ b\ x^2\ 1_y\ b\ yz\ 1_z$°¼ où x, y et z sont exprimés en mètres (dans la base standard), a 4,0 s et $^{-1}$ b 9,0 m s$^{-1\ -1}$.

Considérons le carré **S** défini par - d d1 x 1 °®0 d dz 2 –° y 0

a) Écrire ***l'expression théorique générale*** de l'élément d'aire sur ***S*** en coordonnées cartésiennes.

Réponse n° 9 a) : dS =	(1 pt)

b) Établir une intégrale permettant d'évaluer ***le débit*** de ce fluide à travers **S**.

Réponse n° 9 b) :	(1 pt)
débit =	

c) Donner ***la valeur numérique*** (en unités S.I.) du débit de ce fluide à travers **S**.

Réponse n° 9 c) :	(2 pts)
débit =	unité =

Question n° 10 :

Dans le plan xy muni d'une base orthonormée, on considère les vecteurs v_1 et v_2 suivants, définis par leurs normes et leurs angles directeurs :

‖v_1‖8 , D E q45 v_2 6 , D q30

‖ ‖ , E q120

Déterminer ***en degrés*** les angles directeurs de $v_1 v_2$.

Réponse n° 10 :	(2 pts)
D	E

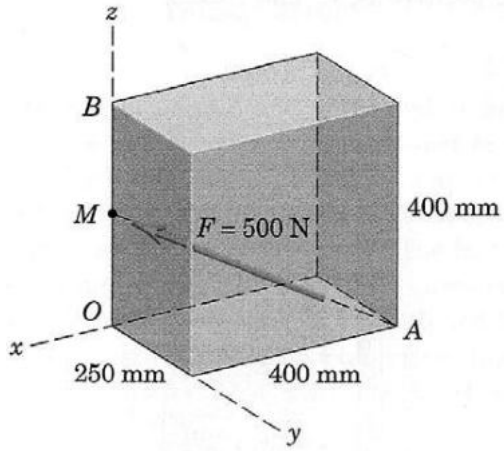
Question n° 11 :

Sur le schéma ci-contre :

- La force F orientée selon AM possède une norme égale à 1000 N.
- M est le milieu de l'arrête OB du parallélipipède.

Déterminer les composantes de F dans la base standard.

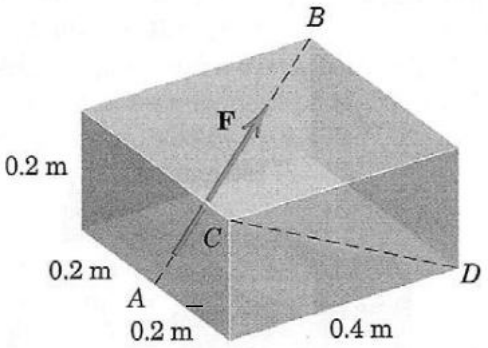
F



Réponse n° 11 :			(2 pts)
F	$\overline{1}_x$ +	$\overline{1}_y$ +	$\overline{1}_z$ unité =

Question n° 12 :

Sur le schéma ci-contre :



- La force F , orientée selon AB où A est le milieu de l'arrête du parallélipipède, possède une norme de 115 N.
- CD est une diagonale faciale.

On considère que toutes les données sont fournies avec 3 chiffres significatifs (par exemple, au lieu de 0,2 m on lit 0,200 m).

a) Écrire une ***expression vectorielle*** du moment de $\overline{F}$ par rapport à l'axe CD (c.-à-d. une expression telle que $M_{CD}(\overline{F}) = \overline{F} \cdot (\overline{AB} \times \overline{DC})$ par exemple) :

Réponse n° 12 a) :	$M_{CD}(\overline{F})$	(2 pts)

b) Evaluer le moment de $\overline{F}$ par rapport à l'axe CD.

Réponse n° 12 a) :	$M_{CD}(\overline{F})$	unité =	(2 pts)

Corrigé du test de connaissances fondamentales de physique du 31 octobre 2012

Q1. Voir séance Bio 1 exercice 6.

Q2. Voir séance Bio 2 exercice 5.

Q3. Voir séance Bio 3 exercice 4.

Q4. Voir séance Bio 4 exercice 2.

Q5. Voir séance Bio 5 exercice 4.

Q6. Voir séance Bio 6 exercice 5.

Q7. Voir séance Bio 7 exercice 5.

Q8. Voir séance Bio 8 exercice 2.

Q9. Voir séance Bio 9 exercice 4.

Q10. Voir séance Bio 10 exercice 6.

Q11. Voir séance Bio 11 exercice 5.

Q12. Voir séance Bio 12 exercice 7.

Question n° 1 : Dans le système d'unités astronomique,

- les premières grandeurs fondamentales sont la longueur **L**, la masse **M** et la puissance **P**,
- les unités de base correspondantes sont : 1 **UA** = 1,50 10^{11} m, 1 $\mathbf{M}_\odot$ = 1,99 10^{30} kg et 1 $\mathbf{L}_\odot$ = 3,85 10^{26} W.

a) Écrire la formule de dimension d'une ***force*** **F** dans ce système, en complétant les exposants de **L**, **M** et **P** dans l'expression ci-dessous :

Réponse n° 1 a) : $[F] = L^{-1/3}\ M^{1/3}\ P^{2/3}$ (1 pt)

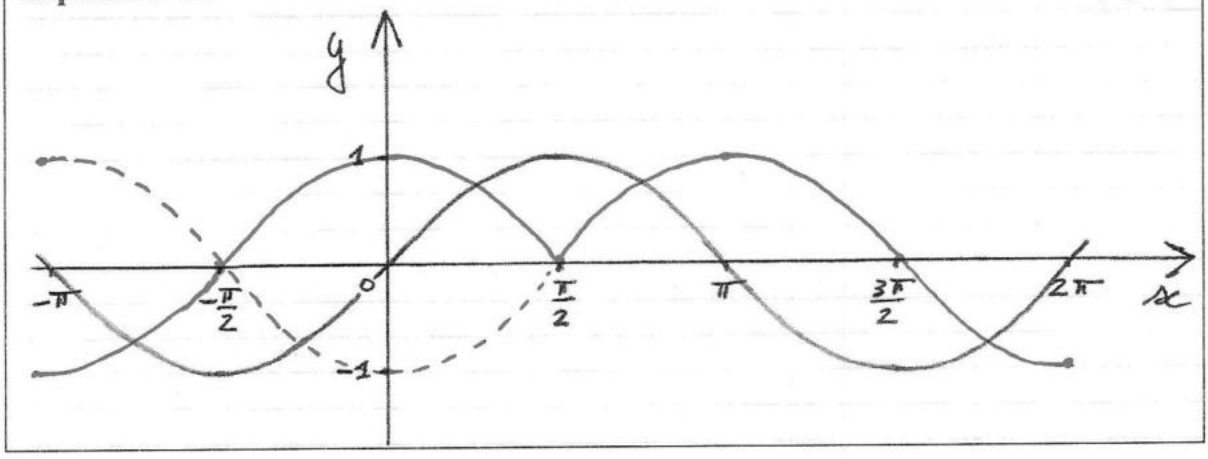
b) Evaluer ***l'unité dérivée de la force*** dans le système astronomique, en fonction de l'unité correspondante du SI.

Réponse n° 1 b) : (1 pt)
1 unité de force du système astronomique = $1{,}25 \cdot 10^{24}$ N

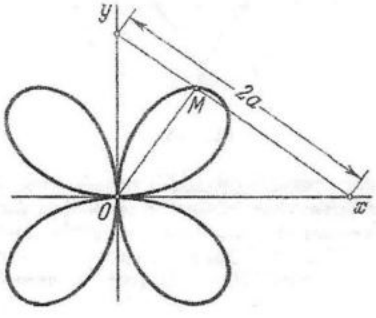
Question n° 2:

A partir du graphe de $f(x) = \sin(x)$ ci-dessous, dessinez le graphe de $g(x) = \sin\left(\left|x - \frac{\pi}{2}\right|\right)$.

Réponse n° 2 : (2 pts)



Question n° 3 :



Un segment de longueur *2a* se déplace de manière que ses extrémités se trouvent constamment sur les axes de coordonnées (voir figure).

Former en coordonnées polaires l'équation de la trajectoire du pied *M* de la perpendiculaire abaissée de l'origine des coordonnées sur le segment (le point *M* décrit une courbe appelée *rosace à quatre boucles*).

Réponse n° 3 : $r = a\,|\sin(2\theta)|$ (2 pts)

Question n° 4 : Soit Z le nombre complexe défini par : $Z = \dfrac{\left(2\left[\cos(15°)+i\sin(15°)\right]\right)^7}{\left(4\left[\cos(45°)+i\sin(45°)\right]\right)^3}$.

Déterminer le module de Z et l'argument *principal* de Z.

Réponse n° 4 : (2 pts)

Module(Z) = 2 Arg. princ. $(Z) = \dfrac{11}{6}\pi$

Question n° 5 : Données : cst. des gaz parfaits $R = 8{,}3145 \dfrac{\text{Pa m}^3}{\text{mol K}}$; 1 atm = 101325 Pa.

Soit un mélange de deux gaz supposés parfaits : CH_4 et O_2. La pression partielle du premier est de 0,175 atm et celle du second de 0,250 atm.

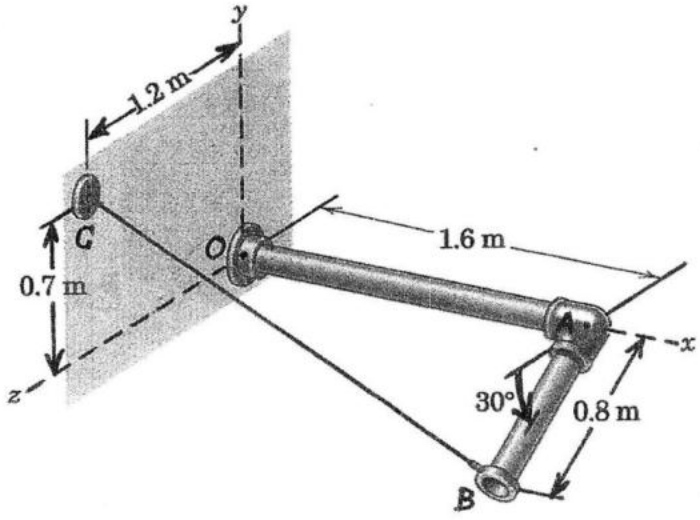
a) Quelle est la fraction molaire de chaque gaz dans le mélange ?

Réponse n° 5 a) : $x(CH_4)$ = 0,412 $x(O_2)$ = 0,588 (1 pt)

b) Si ce mélange occupe un volume de 10,5 ℓ à 65,0 °C, calculer le nombre total de moles de gaz dans le mélange.

Réponse n° 5 b) : 0,161 mol (1 pt)

Question n° 6 :



Sur le schéma ci-contre :

Une tension $\overline{T}$ de norme 750 N s'exerce en B dans le câble BC et est dirigée de B vers C.

Déterminer les composantes de $\overline{T}$ dans la base standard.

(On supposera que toutes les données sur le schéma sont fournies avec 2 chiffres significatifs.)

Réponse n° 6 : (3 pts)

$\overline{T}$ = −600 $\overline{i}_x$ + 410 $\overline{i}_y$ + 190 $\overline{i}_z$ unité = N

Question n° 7 : Considérons la fonction $V(R,h)=\frac{1}{3}\pi R^2 h$.

Supposons que R et h reçoivent des accroissements respectifs ΔR et Δh.

a) Écrire la formule ***analytique*** de la différentielle dV en fonction de R, h, ΔR et Δh.

Réponse n° 7 a) : $dV = \frac{\pi}{3}(2Rh\Delta R + R^2\Delta h)$ (1 pt)

b) Donner la valeur numérique de la différentielle dV lorsque R = 10,0 cm, h = 30,0 cm, ΔR = 1,00 mm et Δh = - 3,00 mm.

Réponse n° 7 b) : dV = 31,4 unités = cm^3 (1 pt)

Question n° 8 : On mesure les angles $i = (71{,}1 \pm 0{,}1)°$ et $r = (34{,}6 \pm 0{,}1)°$.

Utiliser la relation $n=\frac{\sin(i)}{\sin(r)}$ afin d'évaluer n et son incertitude absolue.

Réponse n° 8 : $n = 1{,}666 \pm 0{,}006$ (2 pts)

Question n° 9 :

La loi théorique qui lie deux variables a et b est $\ln(\frac{a}{K_1}) = \sqrt{b} + K_2 + \ln(K_3\, b)$ où K_1, K_2 et K_3 sont des constantes inconnues.

A partir de mesures de a en fonction de b, quelles variables portez-vous en abscisse et en ordonnée d'un graphique afin de vérifier le plus simplement possible la loi théorique ?

Réponse n° 9 : (2 pts)

Abscisse = $\frac{a}{b}$ Ordonnée = $e^{\sqrt{b}}$

par exemple

Question n° 10 :

On donne trois forces $\vec{F}_1 = (2,-1,-3)$ N, $\vec{F}_2 = (3,2,-1)$ N, $\vec{F}_3 = (-4,1,3)$ N appliquées au point $(-1,4,-2)$ m. Calculer la norme et les cosinus directeurs du moment $\vec{M}$ de la résultante de ces trois forces $(\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3)$ par rapport au point $(2,3,-1)$ m.

Réponse n° 10 : (4 pts)

$\|\vec{M}\| = \sqrt{66} \simeq 8{,}1$ unité = Nm

$\cos(\alpha) = \frac{1}{\sqrt{66}}$ $\cos(\beta) = \frac{-4}{\sqrt{66}}$ $\cos(\gamma) = \frac{-7}{\sqrt{66}}$

$\simeq 0{,}12$ $\simeq -0{,}49$ $\simeq -0{,}86$

Question n° 11 :

Evaluer la circulation du champ de vitesses $\overline{V}(\overline{r}) = a\left[\left(x^2+y^2\right)\overline{1}_x + 2xy\,\overline{1}_y\right]$ où $a = 1\ \text{m}^{-1}\ \text{s}^{-1}$

x et y étant exprimés en mètres (dans la base standard), le long de la courbe plane

$C \equiv \begin{cases} x = bt^2 \\ y = bt \end{cases}$ où $b = 1\ \text{m}$ et $0 \le t \le 3$.

Réponse n° 11 : (3 pts)

circulation = 324 unité = m^2/s

Question n° 12 :

Évaluer le flux ϕ du champ de vecteurs $\overline{V}(\overline{r}) = \left[x\,\overline{1}_x + y\,\overline{1}_y + z\,\overline{1}_z\right]$ à travers l'hémisphère

$\mathbf{S} \equiv \begin{cases} x^2+y^2+z^2 = R^2 \\ z \ge 0 \end{cases}$ (où x, y et z sont sans dimensions et la base est standard).

a) Écrire ***l'expression théorique générale*** de ϕ, en définissant les symboles utilisés.

Réponse n° 12 a) : (1 pt)

$\phi = \int_S \overline{V}(\overline{r}) \cdot \overline{1}_n \, dS$

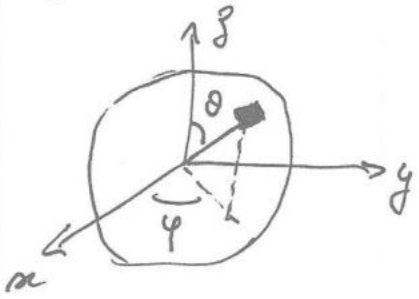
↳ élément d'aire sur S

↳ vecteur unitaire normal à S

produit scalaire

b) Écrire ***l'expression théorique générale*** de l'élément d'aire sur **S** en coordonnées sphériques, en définissant sur un schéma les symboles utilisés.

Réponse n° 12 b) : (1 pt)



$dS = R^2 \sin(\theta)\, d\theta\, d\varphi$

c) Evaluer ϕ en orientant $\overline{1}_n$ vers l'extérieur de **S**.

Réponse n° 12 c) : (2 pts)

$\phi = 2\pi R^3$

NOM :.....PRÉNOM :.....

BA1 Bioingénieur

CORRIGÉ

Connaissances fondamentales de physique

Test du 31 octobre 2014

1 – **Inscrivez immédiatement vos NOM et PRÉNOM en haut de cette page.**

2 – Vérifiez que cette brochure comporte 4 pages.

3 – Indiquez vos réponses finales **aux emplacements prévus**.

Aucune autre réponse ne sera prise en compte !

La pondération de chaque réponse finale est indiquée entre parenthèses.

4 – Si vous désirez l'aide d'un surveillant, levez la main pour attirer son attention.

5 – Les copies seront relevées à **16h**.

Question n° 1 : Dans le système d'unités c.g.s.,

- les trois premières grandeurs fondamentales sont la longueur **L**, la masse **M** et le temps **T**,
- les unités de base correspondantes sont : **1 cm** , **1 g** et **1 s**,
- et l'unité dérivée de la force se nomme "**dyne**".

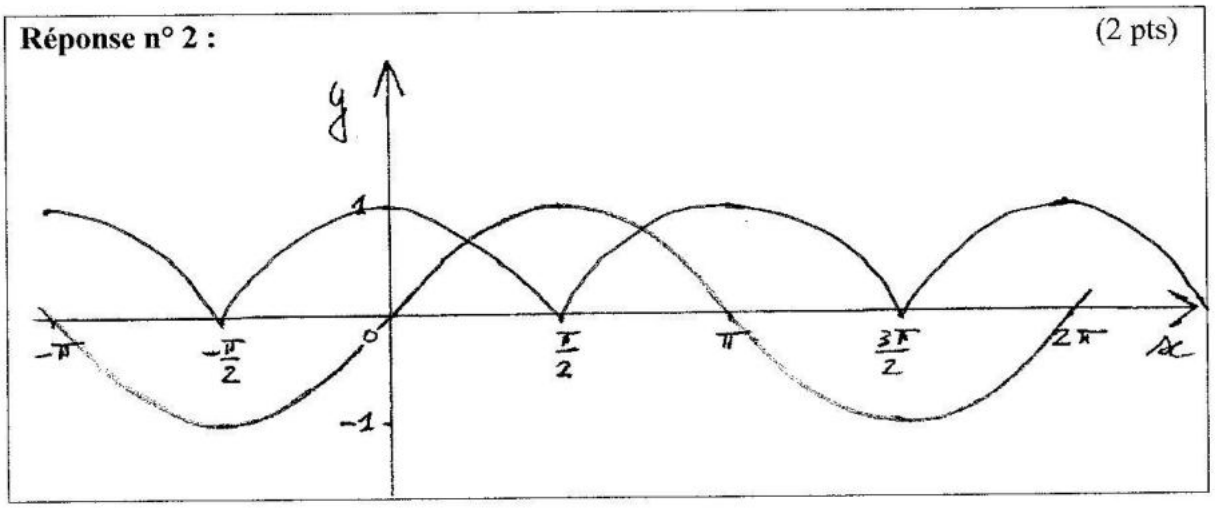
Que vaut **1 dyne** exprimé dans l'unité S.I. de la force ?

Réponse n° 1 : **1 dyne** = 10^{-5} N (2 pts)

Question n° 2:

A partir du graphe de $f(x) = \sin(x)$ ci-dessous, dessinez le graphe de $g(x) = \left|\sin(x + \frac{\pi}{2})\right|$.

Réponse n° 2 : (2 pts)



Question n° 3: Le nombre N de bactéries d'une culture passe de 100 à 500 en 3 heures.

En supposant que le taux de croissance est directement proportionnel au nombre de bactéries :

a) Écrire une formule permettant de calculer le nombre de bactéries au temps t.
Indiquer la valeur numérique et les unités des constantes apparaissant dans cette formule.

Réponse n° 3 a) : (1,5 pts)

$N(t) = N_0 \, e^{\frac{t}{T}}$; $N_0 = 100$; $T = \frac{3}{\ln(5)} \simeq 1{,}864$ h

b) Calculer le nombre de bactéries obtenu après 5 heures (en repartant de 100).

Réponse n° 3 b) : 1462 (0,5 pt)

Question n° 4 : Considérons la fonction $f(x,y) = 5y^2 - xy$.

Supposons que x et y reçoivent des accroissements respectifs Δx et Δy.

a) Écrire la formule ***analytique*** de l'accroissement Δf en fonction de x, y, Δx et Δy.

Réponse n° 4 a) : $\Delta f = 10y\,\Delta y + 5\Delta y^2 - x\Delta y - y\Delta x - \Delta x\Delta y$ (1 pt)

b) Écrire la formule ***analytique*** de la différentielle df en fonction de x, y, Δx et Δy.

Réponse n° 4 b) : $df = -y\Delta x + (10y - x)\Delta y$ (1 pt)

Question n° 5 : Déterminer ***en pourcent*** l'incertitude relative sur $P = 1{,}14\, S^{\frac{5}{2}} R$, sachant que l'incertitude relative sur R vaut 1,0 % et connaissant $S = (10{,}00 \pm 0{,}30)$.

Réponse n° 5 : 8,5 % (2 pts)

Question n° 6 : La loi théorique qui lie deux variables a et b est :

$\ln\left(\frac{a^2}{K_1}\right) = \frac{b^3}{2} + K_2 + \ln\left(\frac{K_3}{b^2}\right)$ où K_1, K_2 et K_3 sont des constantes inconnues.

A partir de mesures de a en fonction de b, quelles variables portez-vous en abscisse et en ordonnée d'un graphique afin de vérifier le plus simplement possible la loi théorique ?

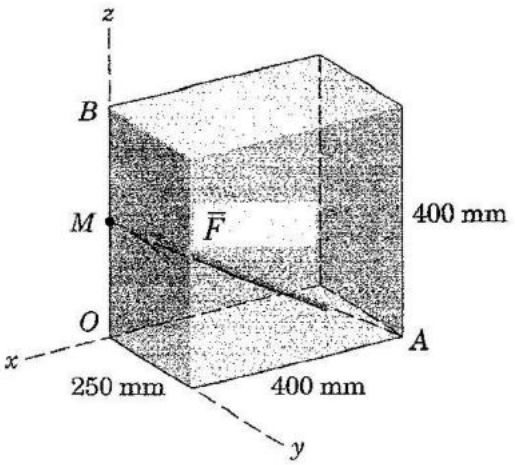
Réponse n° 6 : Abscisse = b^3 Ordonnée = $\ln(a^2 b^2)$ par exemple. (2 pts)

Question n° 7 : Soit le nombre complexe défini par : $Z = \left(\frac{1+i\sqrt{3}}{1+i}\right)^{12}$

Déterminer le module et l'argument principal de Z.

Réponse n° 7 : Module(Z) = 64 Argument principal(Z) = π (2 pts)

Question n° 8 :



Sur le schéma ci-contre :

- La force $\bar{F}$ orientée selon AM possède une norme égale à 1000 N.
- M est le milieu de l'arrête OB du parallélipipède.

Déterminer les composantes de $\bar{F}$ dans la base standard.

Réponse n° 8 : (2 pts)

$\bar{F} = 781\ \bar{1}_x + -488\ \bar{1}_y + 390\ \bar{1}_z$ unité = N

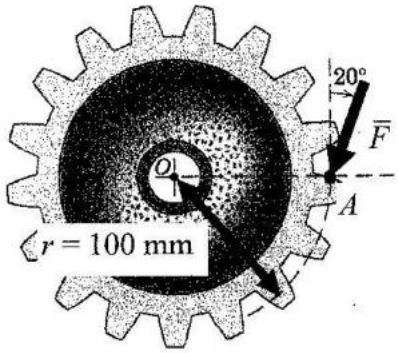
Question n° 9 :

Une force $\bar{F} = K\left[\sqrt{3}\,\bar{1}_x + 2\,\bar{1}_y + 3\,\bar{1}_z\right]$ (dans la base standard, K étant une constante) possède ***une norme égale à* 40 N** et s'exerce sur un point matériel qui se déplace en ligne droite du point A = (1.0, -2.0, 0) au point B = (0, 3.0, -4.0), ***les coordonnées de ces points étant exprimées en mètres***. Évaluer le travail W effectué par la force.

Réponse n° 9 : (2 pts)

$W = -10(2+\sqrt{3}) \simeq -37$ unité = J

Question n° 10 :



Une force $\bar{F}$, de norme égale à 60 N, est appliquée en un point ***A*** d'un engrenage, situé à une distance ***r*** = 100 mm de son centre ***O***.

$\overline{OA}$ est un vecteur horizontal et la force $\bar{F}$ est inclinée de 20° par rapport à la verticale (voir figure).

a) Écrire ***la formule vectorielle*** permettant d'évaluer le moment de $\bar{F}$ par rapport au point O :

Réponse n° 10 a) : (1 pt)

$\bar{M}_O(\bar{F}) = \overline{OA} \times \bar{F}$

b) Donner ***la valeur numérique*** de la norme du moment de $\bar{F}$ par rapport au point O :

Réponse n° 10 b) : (1 pt)

$\|\bar{M}_O(\bar{F})\| = 60\cos(20°) \simeq 56$ unité = Nm

NOM :.....PRÉNOM :.....

BA1 Bioingénieur

CORRIGÉ

Connaissances fondamentales de physique

Examen du 15 janvier 2014

1 – Inscrivez immédiatement vos NOM et PRÉNOM en haut de cette page.

2 – Vérifiez que cette brochure comporte 6 pages.

3 – Indiquez vos réponses finales **aux emplacements prévus**.

Aucune autre réponse ne sera prise en compte !

La pondération de chaque réponse finale est indiquée entre parenthèses.

Choix multiples avec pondération (x pts) :

vous ne pouvez cocher qu'une seule case par question

☑ uniquement la case correcte cochée	→ **+ x** points
☑ une case incorrecte cochée	→ **– (x / 2)** points
☐ aucune case cochée	→ 0 point
☑ ☑ plusieurs cases cochées	→ 0 point

4 – Si vous désirez l'aide d'un surveillant, levez la main pour attirer son attention.

5 – Les copies seront relevées à **11h30**.

Question n° 1 :

Soit un nombre complexe $z = x + i\,y = \mathrm{Re}(z) + i\,\mathrm{Im}(z) = |z|\,e^{i\theta}$ et soit z^* son conjugué.

Liste 1 :

1. $\begin{cases} x = \sqrt{3}\,y \\ y \neq 0 \end{cases}$
2. $\begin{cases} y = x \\ y < 0 \end{cases}$
3. $x^2 + y^2 = 4$
4. $\begin{cases} x^2 + y^2 = 2 \\ y \leq 0 \end{cases}$
5. $\begin{cases} y = -x \\ x < 0 \end{cases}$
6. $x = 0$

Liste 2 :

A. $z = -z^*$
B. $|z| = 2$
C. $\theta = \dfrac{5\pi}{4}$
D. $\theta = \dfrac{3\pi}{4}$
E. $\theta = \dfrac{\pi}{6}$
F. $\begin{cases} |z| = \sqrt{2} \\ \mathrm{Im}(z) \leq 0 \end{cases}$

A chaque propriété de la liste 1, associer celle de la liste 2 qui caractérise le même ensemble de points du plan de Gauss (exemple : 1-A, 2-B, 3-C etc.).

Réponse n° 1 : (3 pts)

1 - E 2 - C 3 - B 4 - F 5 - D 6 - A

Question n° 2 :

Cochez la case ☑ correspondant à **la proposition vraie :** (2 pts)

- ☐ On peut obtenir une bonne approximation d'un accroissement de toute fonction en évaluant une différentielle.
- ☐ L'approximation linéaire de $f(x) = \dfrac{1}{1+x}$ en $x_0 = 1$ est $f_\ell(x) = \dfrac{(x-3)}{4}$.
- ☐ L'approximation linéaire d'une fonction de deux variables $f(x, y)$ peut comporter des termes du premier ordre en x, y ou xy, mais pas de termes d'ordres supérieurs.
- ☒ L'approximation linéaire de $f(x) = \sqrt{1+x}$ en $x_0 = 1$ est $f_\ell(x) = \dfrac{(x+3)}{2\sqrt{2}}$.
- ☐ Aucune des autres propositions n'est vraie.

Question n° 3 :

Le champ de forces $\overline{F}(\overline{r}) = a\left[(x\,y^2 + 3x^2 y)\,\overline{\mathrm{I}}_x + x^2(x+y)\,\overline{\mathrm{I}}_y\right]$ où $a = 1$ N/m^3, x et y étant exprimés en mètres (dans la base standard), s'exerce sur un point matériel qui se déplace le long de la droite $C \equiv \begin{cases} x = t \\ y = \dfrac{2}{3}t \end{cases}$ où $0 \leq t \leq 3$ m. ***Evaluer le travail W effectué par la force.***

Réponse n° 3 : (3 pts)

$W =$ 72 unité = J

Question n° 4 : Dans le plan euclidien muni d'un système d'axes orthonormés, considérons la courbe d'équation $\begin{cases} x = t^2 \\ y = \frac{2}{3}(2t+1)^{\frac{3}{2}} \end{cases}$ correspondant à $2 \le t \le 4$.

a) Établir une intégrale permettant d'évaluer la longueur d'arc ℓ de cette courbe.

Réponse n° 4 a) : (1,5 pt)

$$\ell = 2 \int_2^4 (t+1)\, dt$$

Préciser les bornes d'intégration !

b) Donner la valeur numérique de ℓ (dans le cas où x et y ne possèdent pas de dimensions).

Réponse n° 4 b) : (1,5 pt)

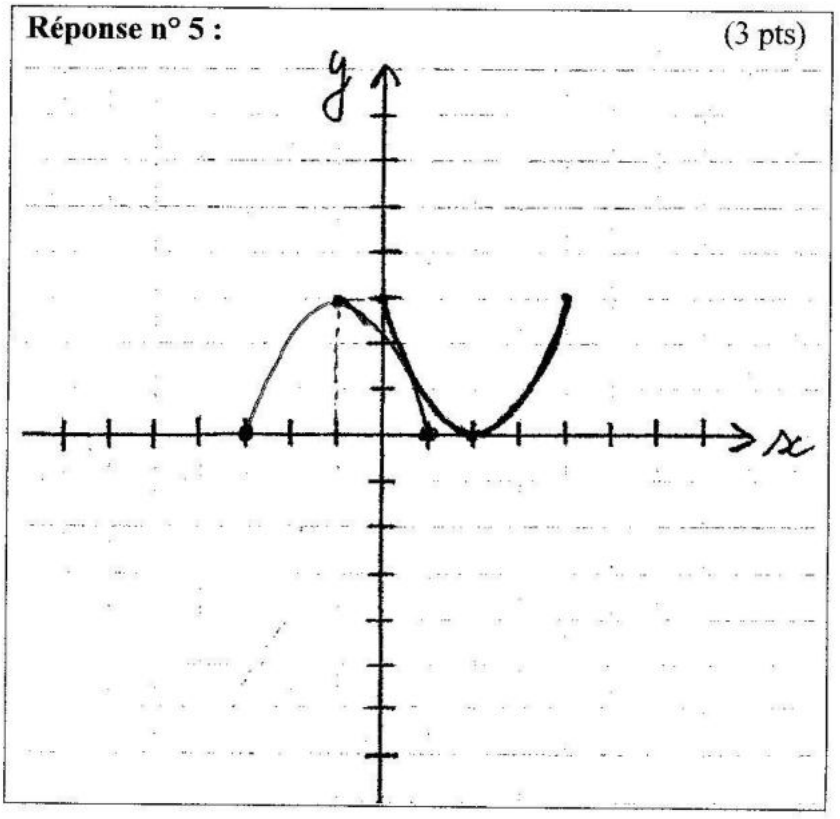
$$\ell = 16$$

Question n° 5 :

La figure ci-contre montre le graphe de $f(x)$ pour $x \in [0,4]$.

Dessiner le graphe de $g(x) = -f(-x+1)+3$.

Réponse n° 5 : (3 pts)



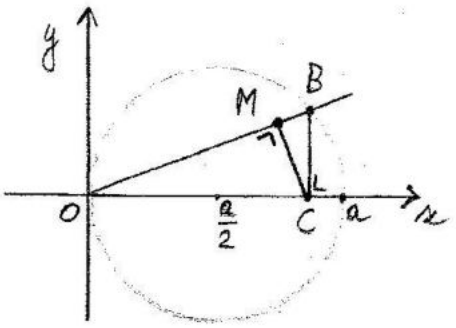
Question n° 6 : Dans le système d'unités U.S.,

- les trois premières grandeurs fondamentales sont la longueur **L**, le temps **T** et la force **F**,
- et les unités de base correspondantes sont : **1 ft** = 0,305 m , **1 s** et **1 lbf** = 4,45 N.

Cochez la case ☑ correspondant à **la proposition vraie :** (2 pts)

- ☐ La formule de dimension d'une densité de flux de chaleur **q** (énergie par unité de temps et par unité de surface) dans le système U.S. s'écrit $\mathbf{F\,L^{-1}\,T^{-2}}$.
- ☐ L'unité dérivée de la densité de flux de chaleur dans le système U.S. est : ($lbf\ ft^{-1}\ s^{-2}$).
- ☐ 1 unité dérivée de la densité de flux de chaleur dans le système U.S. vaut approximativement 1,46 W/m^2.
- ☐ Une densité de flux de chaleur de 1,00 GW/m^2 a pour mesure $6{,}85\ 10^4$ dans le système U.S.
- ☒ Aucune des autres propositions n'est vraie.

Question n° 7 :



La construction d'une courbe est expliquée comme suit dans un ancien livre de géométrie :

"Dans un système de coordonnées orthonormé, on dessine le cercle $x^2 + y^2 = a\,x$.
Sur un rayon issu de l'origine O du système de coordonnées, on trouve le point B situé sur le cercle. On abaisse de ce point B la perpendiculaire à l'axe Ox afin de trouver le point C sur celui-ci. On abaisse de ce point C la perpendiculaire au rayon OB afin de trouver le point M sur celui-ci. Lorsque le rayon tourne autour du point O, le point M décrit une courbe.

a) Définissez ***précisément*** le système de coordonnées dans lequel on peut écrire le plus simplement l'équation de cette courbe.

Réponse n° 7 a) : Coordonnées polaires planes avec le pôle en O et l'axe polaire ≡ Ox . (1,5 pt)

b) Écrivez l'équation de cette courbe dans ce système de coordonnées.

Réponse n° 7 b) : $r = a\cos^3(\theta)$ (1,5 pt)

Question n° 8 :

Évaluer le flux ϕ du champ de vecteurs $\vec{V}(\vec{r}) = \left[2y\,\vec{1}_x - 2x\,\vec{1}_y + z\,\vec{1}_z\right]$ où x, y et z sont sans dimensions (dans la base standard), à travers la sphère S de rayon $R = 3$ et centrée à l'origine.

a) Écrire ***l'expression théorique générale*** de l'élément d'aire sur S en coordonnées sphériques.

Réponse n° 8 a) : (1 pt)

$dS = R^2 \sin(\theta)\, d\theta\, d\varphi$

b) Établir une ***intégrale double*** permettant d'évaluer le flux ϕ en utilisant le vecteur $\vec{1}_n$ unitaire normal à S sortant de la sphère.

Réponse n° 8 b) : (2 pts)

$$\phi = R^3 \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{\pi} \cos^2(\theta) \sin(\theta)\, d\theta$$

Préciser les bornes d'intégration !

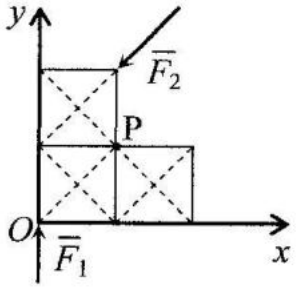
c) Donner ***la valeur numérique*** de ϕ obtenue avec ce vecteur $\vec{1}_n$ sortant.

Réponse n° 8 c) : (2 pts)

$\phi = 36\pi \simeq 113{,}1$

Question n° 9 :

Les 3 carrés ci-dessous ont des côtés de longueur ℓ ; les deux forces ont pour normes : $\|\vec{F}_1\| = F$ et $\|\vec{F}_2\| = F\sqrt{2}$.



a) Que vaut la norme du moment de $\vec{F}_1$ par rapport au point P ?

Réponse n° 9 a) : (1 pt)

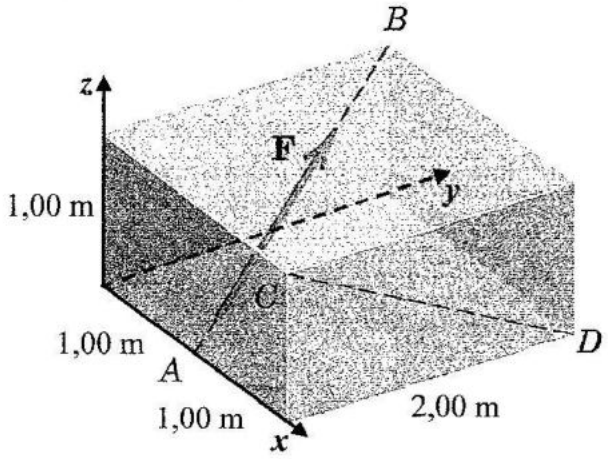
$\|\vec{M}_P(\vec{F}_1)\| = F\ell$

b) Que vaut la norme du moment de $\vec{F}_2$ par rapport au point P ?

Réponse n° 9 b) : (1 pt)

$\|\vec{M}_P(\vec{F}_2)\| = F\ell$

Question n° 10 :



Sur le schéma ci-contre :

- La force $\overline{F}$, orientée selon AB où A est le milieu de l'arrête du parallélipipède, a pour norme **2,00 kN**.
- CD est une diagonale faciale du parallélipipède.

a) Que vaut la projection orthogonale de $\overline{F}$ sur l'axe CD ?

Réponse n° 10 a) : (2 pts)

F_{CD} = $\sqrt{\frac{6}{5}} \approx 1,10$ unité = kN

b) Que vaut l'angle θ entre $\overline{F}$ et l'axe CD ?

Réponse n° 10 b) : (2 pts)

θ = 56,8 unité = °

0,991 rad

NOM :.....PRÉNOM :.....

ULB

BA1 Bioingénieur

CORRIGÉ

Connaissances fondamentales de physique

Test du 30 octobre 2015

1 – Inscrivez immédiatement vos NOM et PRÉNOM en haut de cette page.

2 – Vérifiez que cette brochure comporte 4 pages.

3 – Indiquez vos réponses finales **aux emplacements prévus**.

Aucune autre réponse ne sera prise en compte !

La pondération de chaque réponse finale est indiquée entre parenthèses.

Choix multiples avec pondération (x pts) :

vous ne pouvez cocher qu'une seule case par question

☑ uniquement la case correcte cochée	→ **+ x** points
☑ une case incorrecte cochée	→ **– (x / 2)** points
❒ aucune case cochée	→ 0 point
☑ ☑ plusieurs cases cochées	→ 0 point

4 – Si vous désirez l'aide d'un surveillant, levez la main pour attirer son attention.

5 – Les copies seront relevées à **16h**.

Question n° 1 :

Cochez la case ☑ correspondant à **la proposition vraie :** (2 pts)

- ☐ La fonction exponentielle exp(x) est la seule fonction qui est égale en tout point à son taux de variation et qui est égale à 0 lorsque x est égal à 1.
- ☐ Seules les bijections admettent une fonction inverse $\frac{1}{f}(x)=\frac{1}{f(x)}$.
- ☐ Dans des axes orthogonaux, on peut construire le graphe de $f(-x)$ à partir du graphe de $f(x)$ en effectuant une symétrie orthogonale par rapport à l'axe des x.
- ☐ Dans des axes orthogonaux, on peut construire le graphe de $-f(x)$ à partir du graphe de $f(x)$ en effectuant une symétrie orthogonale par rapport à l'axe des y.
- ☒ Aucune des autres propositions n'est vraie.

Question n° 2 :

Donner la forme exponentielle des nombres complexes suivants :

Réponse n° 2 : (2 pts)

$z_1 = \sqrt{3}+i$ $\quad z_1 = 2\, e^{i\left(\frac{\pi}{6}+2k\pi\right)}$

$z_2 = \sqrt{3}-i$ $\quad z_2 = 2\, e^{i\left(\frac{11\pi}{6}+2k\pi\right)}$ $\quad k \in \mathbb{Z}$

Question n° 3 :

Dans le système d'unités utilisé en physique des hautes énergies, les trois premières grandeurs fondamentales sont : la vitesse **V**, l'énergie **E** et l'énergie × temps, notée **ET**.

a) Écrire la formule de dimension d'une masse M dans ce système, en complétant les exposants de **V**, **E** et **ET** dans l'expression ci-dessous :

Réponse n° 3 a): $M = V^{-2}\ E^{1}\ ET^{0}$ (1,5 pts)

b) Sachant que les trois premières unités de base de ce système sont

$$1\ c = 3{,}00\ 10^{8}\ m/s \quad , \quad 1\ GeV = 1{,}60\ 10^{-10}\ J \quad \text{et} \quad 1\ \hbar = 1{,}05\ 10^{-34}\ J\ s \ ,$$

évaluer la mesure en kg d'une unité de masse de ce système.

Réponse n° 3 b): (1,5 pts)

1 unité de masse du système "hautes énergies" = $1{,}78\ 10^{-27}$ kg

Question n° 4 :

Les ***angles directeurs*** d'un vecteur dans une base orthonormée sont notés α, β et γ.

Cocher la case ☑ correspondant à **la proposition vraie :** (2 pts)

- ☐ $\alpha = 45°$, $\beta = 60°$ et $\gamma = 120°$ est une combinaison impossible.
- ☐ $\alpha = 180°$, $\beta = 90°$ et $\gamma = 90°$ est une combinaison impossible.
- ☐ $\alpha = 90°$, $\beta = 150°$ et $\gamma = 60°$ est une combinaison impossible.
- ☒ $\alpha = 45°$, $\beta = 135°$ et $\gamma = 60°$ est une combinaison impossible.
- ☐ Les quatre combinaisons ci-dessus sont possibles.

Question n° 5 :

La force $\overline{F} = (2,-4,5)$ N (dans la base standard) est appliquée au point $A = (4,-2,3)$ m.

Évaluer le moment de cette force par rapport au point $B = (3,2,-1)$ m.

a) Écrire ***la formule vectorielle*** permettant d'évaluer le moment de $\overline{F}$ par rapport au point B.

Réponse n° 5 a) : (1 pt)

$\overline{M}_B(\overline{F}) = \overline{BA} \times \overline{F}$

b) Évaluer les composantes ***en unités S.I.*** du moment de $\overline{F}$ par rapport au point B.

Réponse n° 5 b) : (2 pts)

$\overline{M}_B(\overline{F}) = (-4 \ , \ 3 \ , \ 4)$ unité = N m

Question n° 6 :

Lors d'un accident nucléaire, la pluie entraîne le strontium 90 dans le sol où il contamine les végétaux et entre ainsi dans la chaîne alimentaire, ce qui provoque ensuite des cancers des os dans la population. La demi-vie du strontium est de 29 ans (c'est le temps durant lequel la moitié des atomes radioactifs initialement présents se désintègre selon une loi de décroissance naturelle).

Lorsque la radioactivité due à cet élément ne dépasse pas un niveau **S**, le milieu est sain. Supposons que l'on mesure dans une région une radioactivité égale à **2,5 S**. Pendant combien d'années cette région restera-t-elle contaminée ?

Réponse n° 6 : (3 pts)

≥ 38 ans

Question n° 7 :

Un cylindre circulaire droit a pour rayon $r = (8{,}00 \pm 0{,}10)$ cm et pour hauteur $h = (20{,}00 \pm 0{,}10)$ cm. Le volume du cylindre est $V = \pi r^2 h$.

a) Écrire l'expression ***analytique*** de l'incertitude absolue sur V en fonction de r, Δr, h, Δh.

Réponse n° 7 a) : (1 pt)

$$\Delta V = 2\pi r h \Delta r + \pi r^2 \Delta h$$

b) Donner la valeur numérique **en unités S.I.** de l'incertitude absolue sur V.

Réponse n° 7 b) : $\Delta V = 1{,}2\ 10^{-4}$ unité = m^3 (1 pt)

Question n° 8 :

Considérons la fonction $f(x,y,z) = xy + xz + yz$.

Supposons que x, y et z reçoivent des accroissements respectifs Δx, Δy et Δz.

a) Écrire ***la formule analytique de la différentielle df*** en fonction de x, y, z, Δx, Δy et Δz.

Réponse n° 8 a) : (1 pt)

$$df = (y+z)\Delta x + (x+z)\Delta y + (x+y)\Delta z$$

b) Donner la valeur numérique de df lorsque (x,y,z) passe de (-1,00 , -2,00 , -3,00) à (-0.97 , -1.98 , -3.04).

Réponse n° 8 b) : (2 pts)

$$df = -0{,}11$$

NOM :.....PRÉNOM :.....

BA1 Bioingénieur

Connaissances fondamentales de physique

Examen du 8 janvier 2015 CORRIGÉ

1 – Inscrivez immédiatement vos NOM et PRÉNOM en haut de cette page.

2 – Vérifiez que cette brochure comporte 4 pages.

3 – Indiquez vos réponses finales **aux emplacements prévus**.

Aucune autre réponse ne sera prise en compte !

La pondération de chaque réponse finale est indiquée entre parenthèses.

4 – Si vous désirez l'aide d'un surveillant, levez la main pour attirer son attention.

5 – Les copies seront relevées à **15h30**.

Question n° 1 :

Dans le système d'unités U.S., les trois premières grandeurs fondamentales sont :

la longueur L, le temps T et la force F.

Les unités de base correspondantes sont dans ce système :

1 ft = 0,305 m , 1 s et 1 lbf = 4,45 N

a) Exprimer ***l'unité dérivée de la pression*** dans le système U.S., en fonction des unités de base de ce système.

Réponse n° 1 a) : (1 pt)

1 unité de pression du système U.S. = $1\ lbf\ ft^{-2}$

b) La notice d'utilisation d'un climatiseur fabriqué aux États-Unis mentionne l'utilisation de gaz fréon-12 sous une pression de **1,008 10^4** ***unités de pression du système U.S.***

Que vaut cette pression en unités S.I. ?

Réponse n° 1 b) : (2 pts)

p = $4,82 \cdot 10^5$ unité S.I. = Pa

Question n° 2 :

La mesure de la masse d'un objet homogène donne (16,500 ± 0,200) g et la mesure de son volume donne (15,500 ± 0,200) cm^3. Évaluer la masse volumique de cet objet et son incertitude.

Ne conserver dans la réponse que les chiffres significatifs !

Réponse n° 2 : (3 pts)

masse volumique = (1,0645 ± 0,0266) unité = g/cm^3

Question n° 3 :

Déterminer ***tous*** les nombres complexes z qui sont les conjugués de leur cube : $z = \left(z^3\right)^*$.

Rappel : $\mathbb{R} \subset \mathbb{C}$!

Réponse n° 3 : (3 pts)

$\{0, 1, i, -1, -i\}$

Question n° 4 :

Une force constante $\overline{F} = K\left[\ \overline{\imath}_x + \overline{\imath}_y + \overline{\imath}_z\ \right]$ (dans la base standard) possède ***une norme égale à*** **4,0 N** et s'exerce sur un point matériel qui se déplace en ligne droite du point A = (0, -1, 0) au point B = (0, 2, 0), ***les coordonnées de ces points étant exprimées en mètres***.

a) Écrire ***l'expression théorique <u>la plus simple</u>*** permettant d'évaluer le travail W effectué par la force, en définissant les symboles utilisés.

Réponse n° 4 a) : (1 pt)

$W = \overline{F} \cdot \overline{AB}$

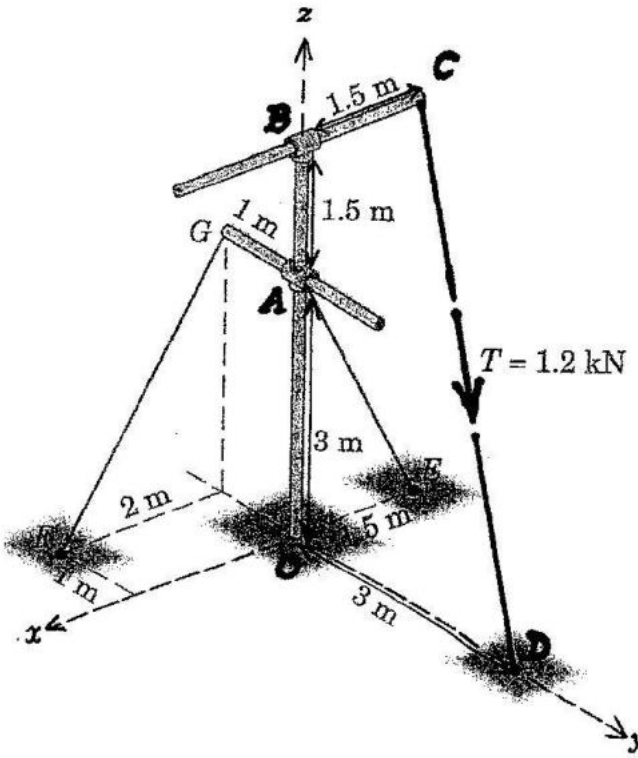
↳ produit scalaire

b) Donner ***la valeur numérique*** de W.

Réponse n° 4 b) : (2 pts)

W = $4\sqrt{3} \simeq 6,9$ unité = J

Question n° 5 :



Le tube BC, parallèle à l'axe des *x*, est attaché à son extrémité par le câble CD.

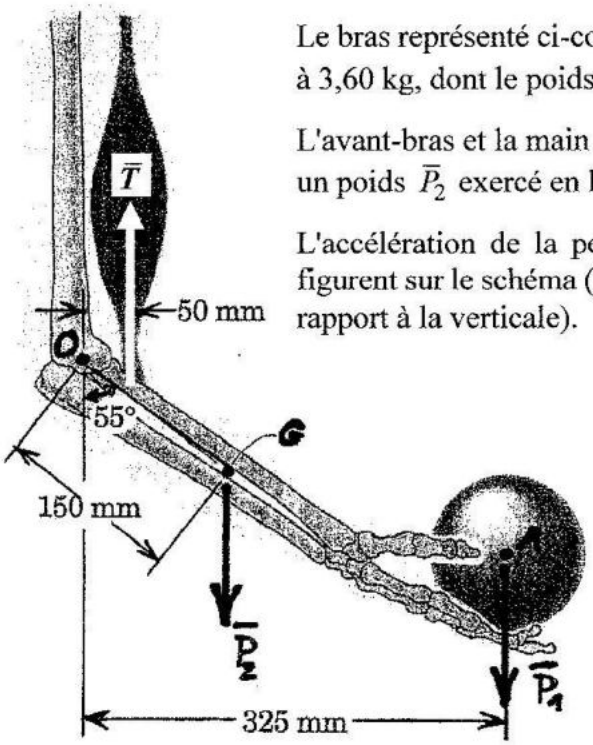
Sachant que la force de tension $\overline{T}$ de ce câble possède une norme T = 1,20 kN, évaluer les composantes de $\overline{T}$ dans la base standard.

On supposera que toutes les données sont fournies avec 3 chiffres significatifs (par exemple, on lira 3,00 m au lieu de 3 m).

Réponse n° 5 : (4 pts)

$\overline{T} = [\ 321\ \overline{\imath}_x + 641\ \overline{\imath}_y + -962\ \overline{\imath}_z\ ]$ unité = N

Question n° 6 :



Le bras représenté ci-contre porte une sphère homogène de masse égale à 3,60 kg, dont le poids est représenté par le vecteur $\bar{P}_1$.

L'avant-bras et la main ont ensemble une masse de 2,30 kg et subissent un poids $\bar{P}_2$ exercé en leur centre de gravité G.

L'accélération de la pesanteur vaut 9,81 m/s^2, et les autres données figurent sur le schéma (notez bien que l'avant-bras est incliné de 55° par rapport à la verticale).

a) Évaluer ***en unités S.I.*** la norme du moment de $\bar{P}_1$ par rapport au coude *O*.

Réponse n° 6 a) : (1 pt)

$\|\bar{M}_O(\bar{P}_1)\| =$ 11,5 unité = N.m

b) Évaluer ***en unités S.I.*** la norme du moment de $\bar{P}_2$ par rapport au coude *O*.

Réponse n° 6 b) : (2 pts)

$\|\bar{M}_O(\bar{P}_2)\| =$ 2,77 unité = N.m

c) Évaluer ***en unités S.I.*** la norme de la force $\bar{T}$ que doit exercer le biceps pour maintenir l'avant-bras en équilibre.

Réponse n° 6 c) : (1 pt)

$\|\bar{T}\| =$ 285 unité = N

NOM :.....PRÉNOM :.....

BA1 Bioingénieur

Connaissances fondamentales de physique

Test du 3 novembre 2016

1 – Inscrivez immédiatement vos NOM et PRÉNOM en haut de cette page.

2 – Vérifiez que cette brochure comporte 4 pages.

3 – Indiquez vos réponses finales **aux emplacements prévus**.

Aucune autre réponse ne sera prise en compte !

La pondération de chaque réponse finale est indiquée entre parenthèses.

Choix multiples avec pondération (x pts) :

vous ne pouvez cocher qu'une seule case par question

☑ uniquement la case correcte cochée	→ **+ x** points
☑ une case incorrecte cochée	→ – **(x / 2)** points
❒ aucune case cochée	→ 0 point
☑ ☑ plusieurs cases cochées	→ 0 point

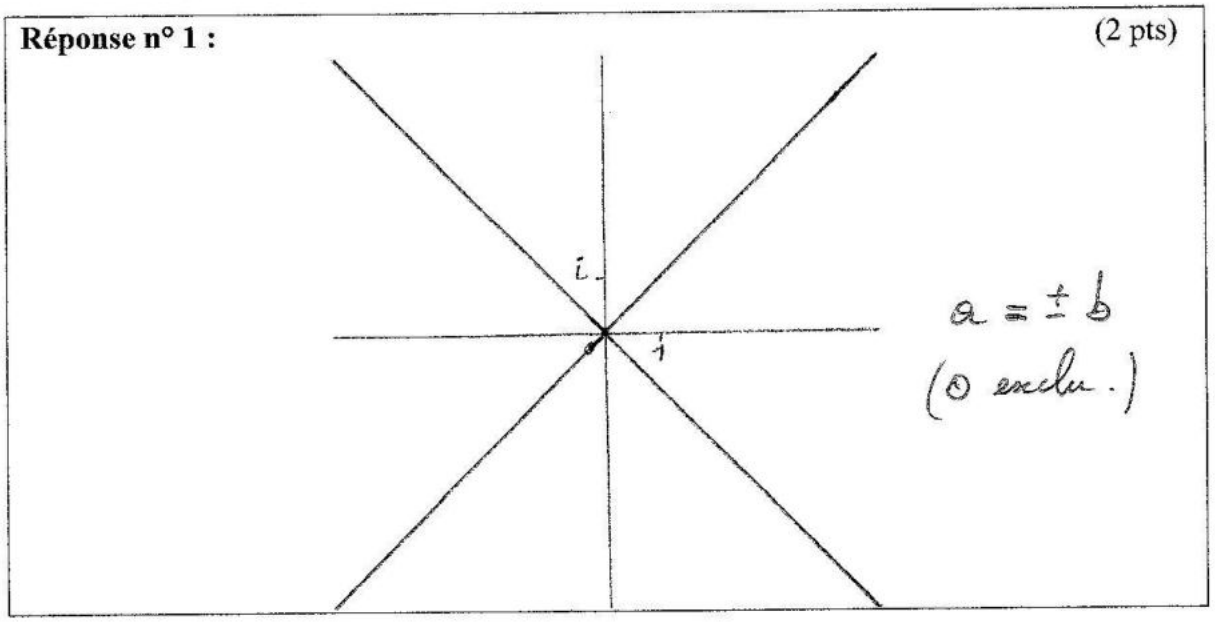
4 – Si vous désirez l'aide d'un surveillant, levez la main pour attirer son attention.

5 – Les copies seront relevées à **16h**.

Question n° 1 :

Déterminer et représenter dans le plan de Gauss ci-dessous l'ensemble des nombres complexes $z = a + ib$ tels que z^2 soit un imaginaire pur.

Réponse n° 1 : (2 pts)



Question n° 2 :

La quantité de carbone 14 accumulée par les êtres vivants ne dépend que de sa proportion dans le CO_2 de l'air et est supposée identique à toute époque. A sa mort, le carbone 14 présent dans un être se désintègre selon une loi exponentielle avec une demi-vie (temps durant lequel la moitié des atomes initialement présents se désintègrent) de 5700 ans.

Un archéologue trouve un os humain qui contient 20 % de la quantité de carbone 14 présente dans les os d'une personne vivante. A combien d'années remonte le décès de cet humain ?

Réponse n° 2 : 13 235 ans (3 pts)

Question n° 3 :

Un ballon atmosphérique, lâché au niveau de la mer à une distance **R** du centre d'un ouragan, atteindra au centre de celui-ci une altitude **h** donnée par : $h = \pi^2 g \frac{R^4}{C^2}$

où **g** est l'accélération de la pesanteur et **C** est appelée ***la circulation de la vitesse du vent.***

Si **R** est mesuré avec une incertitude relative de 2 % et si **h** est mesuré avec une incertitude relative de 5 %, déterminer l'incertitude ***relative*** sur la valeur de **C** donnée par cette relation.

Réponse n° 3 : 6,5 % (2 pts)

Question n° 4 :

Dans le système d'unités U.S.,

- les trois premières grandeurs fondamentales sont la longueur **L**, le temps **T** et la force **F**,
- et les unités de base correspondantes sont : **1 ft** = 0,305 m , **1 s** et **1 lbf** = 4,45 N.

Cochez la case ☑ correspondant à **la proposition vraie :** (2 pts)

- ☐ La formule de dimension d'une puissance **P** dans le système U.S. s'écrit **F L T^{-2}**.
- ☐ L'unité dérivée de la puissance dans le système U.S. est : (lbf ft^{-1} s^{-1}).
- ☒ 1 unité dérivée de la puissance dans le système U.S. vaut approximativement 1,36 W.
- ☐ Une puissance de 1,00 kW a pour mesure 7,37 10^{3} dans le système U.S.
- ☐ Aucune des autres propositions n'est vraie.

Question n° 5 :

La loi théorique qui lie deux variables ***a*** et ***b*** est :

$$\ln\left(\frac{a}{K_1}\right) = \sqrt{b} + K_2 + \ln(K_3\, b)$$

où K_1, K_2 et K_3 sont des constantes ***inconnues***.

A partir de mesures de ***a*** en fonction de ***b***, quelles variables portez-vous en abscisse et en ordonnée d'un graphique afin de vérifier le plus simplement possible la loi théorique ?

Réponse n° 5 : (2 pts)

Abscisse = $e^{\sqrt{b}}$ Ordonnée = $\frac{a}{b}$ (ou équivalent)

Question n° 6 :

L'intensité de la force gravitationnelle qui lie la Terre au Soleil peut être évaluée par la relation

$$F = G\frac{M_T\, M_S}{d^2}$$

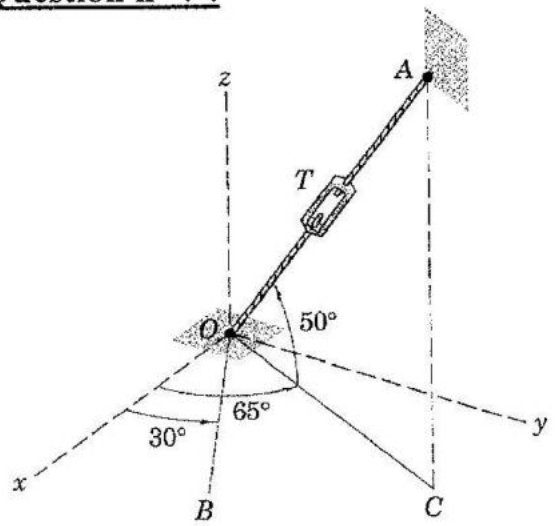
où **G = 6,7 10^{-11} N m^2/kg^2** est la constante de la gravitation, **M_T = 6,0 10^{24} kg** est la masse de la Terre, **M_S = 2,0 10^{30} kg** est la masse du Soleil et **d = 1,5 10^{11} m** est la distance moyenne de la Terre au Soleil.

Évaluer le travail W qui serait nécessaire pour augmenter d' **1 cm** la distance de la Terre au Soleil (en conservant uniquement les ***chiffres significatifs***).

Réponse n° 6 : (3 pts)

W = $3,6 \cdot 10^{20}$ unité = J

Question n° 7 :



Une tension de norme 5,0 kN s'exerce dans le câble *OA*.

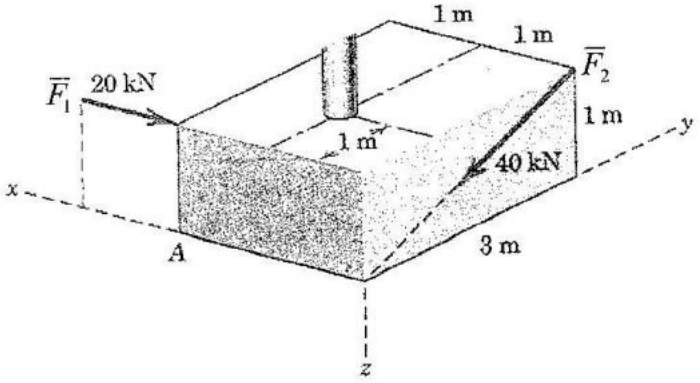
(Remarquons que *OB* et *OC* se trouvent dans le plan *xy*).

Déterminez dans la base standard les composantes de la force $\overline{T}$ qui s'exerce sur *O*.

Réponse n° 7 : (3 pts)

$\overline{T}$ = 1,4 $\overline{\imath}$ + 2,7 $\overline{\jmath}$ + 3,8 $\overline{k}$ unité = kN

Question n° 8 :



Sur le schéma ci-contre, on considère que toutes les données sont fournies avec 2 chiffres significatifs (1,0 m au lieu de 1 m etc.) et on considère la base standard.
La force $\overline{F}_1$ a une norme de 20 kN et la force $\overline{F}_2$ a une norme de 40 kN.

a) Déterminez les composantes de la force $\overline{F}_2$.

Réponse n° 8 a) : (1 pt)

$\overline{F}_2$ = 0. $\overline{\imath}$ + −38 $\overline{\jmath}$ + 13 $\overline{k}$ unité = kN

b) Déterminez le moment, par rapport au point ***A***, de la force $\overline{F}_1$.

Réponse n° 8 b) : (1 pt)

$\overline{M}_A(\overline{F}_1)$ = 0. $\overline{\imath}$ + 20 $\overline{\jmath}$ + 0 $\overline{k}$ unité = kNm

c) Déterminez le moment, par rapport au point ***A***, de la force $\overline{F}_2$.

Réponse n° 8 c) : (1 pt)

$\overline{M}_A(\overline{F}_2)$ = 0. $\overline{\imath}$ + 25 $\overline{\jmath}$ + 7,6 $\overline{k}$ unité = kNm

NOM :.....PRÉNOM :.....

BA1 Bioingénieur

CORRIGÉ

Connaissances fondamentales de physique

Examen du 8 janvier 2016

1 – **Inscrivez immédiatement vos NOM et PRÉNOM en haut de cette page.**

2 – Vérifiez que cette brochure comporte 3 pages.

3 – Indiquez vos réponses finales **aux emplacements prévus**.

Aucune autre réponse ne sera prise en compte !

La pondération de chaque réponse finale est indiquée entre parenthèses.

Choix multiples avec pondération (x pts) :

vous ne pouvez cocher qu'une seule case par question

☑ uniquement la case correcte cochée	→ **+ x** points
☑ une case incorrecte cochée	→ **– (x / 2)** points
❒ aucune case cochée	→ 0 point
☑ ☑ plusieurs cases cochées	→ 0 point

4 – Si vous désirez l'aide d'un surveillant, levez la main pour attirer son attention.

5 – Les copies seront relevées à **12h**.

Question n° 1 :

Cochez la case ☑ correspondant à **la proposition vraie :** (2 pts)

- ☒ Lorsqu'une erreur aléatoire affecte des mesures, on obtient une bonne estimation de la valeur exacte en évaluant la moyenne d'un grand nombre de mesures.
- ☐ La fonction exponentielle de base a est toujours croissante.
- ☐ La fonction logarithme de base a est toujours croissante.
- ☐ Le conjugué d'un nombre complexe z est un nombre complexe dont l'argument est égal à celui de z augmenté de 2π.
- ☐ Aucune des autres propositions n'est vraie.

Question n° 2 :

Soient z_1 , z_2 et Z les nombres complexes définis par : $z_1 = 1 + i\sqrt{3}$, $z_2 = 1 - i$, $Z = \frac{z_1}{z_2}$.

a) Déterminer la partie réelle et la partie imaginaire de Z.

Réponse n° 2 a) : (2 pts)

$\mathrm{Re}(Z) = \frac{(1-\sqrt{3})}{2}$ $\mathrm{Im}(Z) = \frac{(1+\sqrt{3})}{2}$

b) Déterminer le module de Z et l'argument principal de Z.

Réponse n° 2 b) : (2 pts)

$\mathrm{Module}(Z) = \sqrt{2}$ $\mathrm{Arg.\ princ.}(Z) = \frac{7}{12}\pi$

Question n° 3 :

Dans le système d'unités c.g.s.,

- les trois premières grandeurs fondamentales sont la longueur **L**, la masse **M** et le temps **T**,
- les unités de base correspondantes sont : **1 cm** , **1 g** et **1 s**,
- et l'unité dérivée de l'énergie se nomme "**erg**".

Que vaut **1 erg** exprimé dans l'unité S.I. de l'énergie ?

Réponse n° 3 : **1 erg** = 10^{-7} J (3 pts)

Question n° 4 :

Un triangle isocèle à pour côtés égaux $\ell = (100{,}00 \pm 1{,}00)$ cm et pour angle entre ces côtés $\alpha = (120{,}00 \pm 1{,}00)°$. L'aire de ce triangle est $\boxed{A = \frac{1}{2}\ell^2 \sin(\alpha)}$.

a) Écrire l'expression ***analytique*** de l'incertitude ***absolue*** sur A en fonction de ℓ, $\Delta\ell$, α, $\Delta\alpha$.

Réponse n° 4 a) : (2 pts)

$$\Delta A = \left|\ell \sin(\alpha)\right| \Delta\ell + \left|\frac{1}{2}\ell^2 \cos(\alpha)\right| \Delta\alpha$$

b) Donner la valeur ***numérique*** (et les unités) de l'incertitude ***absolue*** sur A.

Réponse n° 4 b): $130\ cm^2$ (2 pts)

Question n° 5 :

On donne dans la base standard les trois vecteurs suivants :

$$\bar{a} = (1,-1,3) \quad ; \quad \bar{b} = (-2,2,1) \quad ; \quad \bar{c} = (3,-2,5)$$

Évaluer le produit mixte $\bar{a}.(\bar{b} \times \bar{c})$

Réponse n° 5 : (3 pts)

-7

Question n° 6 :

La force $\bar{F} = (2,2,9)$ N (dans la base standard) est appliquée au point $A = (4,2,-3)$ m.

Évaluer le moment de cette force par rapport au point $B = (2,4,0)$ m.

a) Écrire ***la formule vectorielle*** permettant d'évaluer le moment de $\bar{F}$ par rapport au point B.

Réponse n° 6 a) : (2 pts)

$$\bar{M}_B(\bar{F}) = \overline{BA} \times \bar{F}$$

b) Évaluer la norme et les cosinus directeurs du moment de $\bar{F}$ par rapport au point B.

Réponse n° 6 b) : (2 pts)

$|\bar{M}_B(\bar{F})| = 28$ Nm $\quad \cos(\alpha) = -\frac{3}{7} \quad \cos(\beta) = \frac{-6}{7} \quad \cos(\gamma) = \frac{2}{7}$

NOM :.....PRÉNOM :.....

ULB

BA1 Bioingénieur

CORRIGÉ

Connaissances fondamentales de physique

Test du 31 octobre 2017

1 – **Inscrivez immédiatement vos NOM et PRÉNOM en haut de cette page.**

2 – Vérifiez que cette brochure comporte 4 pages.

3 – Indiquez vos réponses finales **aux emplacements prévus**.

Aucune autre réponse ne sera prise en compte !

La pondération de chaque réponse finale est indiquée entre parenthèses.

Choix multiples avec pondération (x pts) :

vous ne pouvez cocher qu'une seule case par question

☑ uniquement la case correcte cochée	→ **+ x** points
☑ une case incorrecte cochée	→ – **(x / 2)** points
❒ aucune case cochée	→ 0 point
☑ ☑ plusieurs cases cochées	→ 0 point

4 – Si vous désirez l'aide d'un surveillant, levez la main pour attirer son attention.

5 – Les copies seront relevées à **16h**.

Question n° 1 : Soit $z = x + i\,y$ un nombre complexe où $i^2 = -1$ et $x, y \in \mathbb{R}$.

Cochez la case ☑ correspondant à **la proposition fausse :** (2 pts)

- ☐ $i^3 + i^2 + i + 1 = 0$
- ☐ $(2+3i)(1-2i) = 8 - i$
- ☐ $(i-1)^4$ est un réel
- ☒ $\frac{1+i}{1-2i} = \frac{1+3i}{5}$
- ☐ $\frac{2+i}{i} = 1-2i$
- ☐ Cochez cette case si aucune des propositions n'est fausse.

Question n° 2 :

Les agronomes estiment à 10 ares la superficie de terre nécessaire à produire de quoi nourrir un être humain et évaluent à 4,0 milliards d'hectares la superficie cultivable sur la Terre.

Si aucune autre source alimentaire n'est disponible, alors la Terre ne pourra pas sustenter plus de 40 milliards d'humains. Estimer la date (l'année) à laquelle cette limite sera atteinte :

- en supposant que le taux d'accroissement de la population est proportionnel au nombre d'humains sur Terre,
- en supposant que le taux d'accroissement de 1,2 % par an sera inchangé,
- en tenant compte d'une population de 7,5 milliards d'habitants au 1er janvier 2017.

Réponse n° 2 : 2157 (3 pts)

Question n° 3 : La loi théorique qui lie deux variables ***r*** et ***h*** est $C_1 = r\sqrt{r^2 - \frac{h^2}{C_2}}$

où C_1 et C_2 sont des constantes inconnues.

A partir de mesures de ***r*** en fonction de ***h***, quelles variables portez-vous en abscisse et en ordonnée d'un graphique afin de vérifier le plus simplement possible la loi théorique ?

Réponse n° 3 : (2 pts)

Abscisse = r^2/h^2 Ordonnée = r^4

Question n° 4 :

Cochez la case ☑ correspondant à **la proposition vraie :** (2 pts)

- ☐ Les cosinus directeurs d'un vecteur ont les mêmes dimensions physiques que le vecteur.
- ☐ La somme des carrés des angles directeurs d'un vecteur vaut 1 en base orthonormée.
- ☐ La valeur absolue du double produit vectoriel de 3 vecteurs est égale au volume du parallélépipède dont ces vecteurs constituent trois côtés adjacents.
- ☐ Le produit vectoriel est anti-commutatif et associatif.
- ☒ Aucune des autres propositions n'est vraie.

Question n° 5 :

Un cylindre circulaire droit a pour rayon $r = (8{,}000 \pm 0{,}100)$ cm et pour hauteur $h = (20{,}00 \pm 0{,}10)$ cm. L'aire de la surface totale du cylindre (surface latérale + surface des deux bases) est notée S.

a) Écrire l'expression ***analytique*** de l'incertitude ***absolue*** sur S en fonction de r, Δr, h, Δh.

Réponse n° 5 a) : $\Delta S = 2\pi \{(2r+h)\Delta r + r\,\Delta h\}$ (2 pts)

b) Donner la valeur ***numérique*** de S et de son incertitude ***absolue*** en cm^2.

Réponse n° 5 b) : $S = (140.7 \pm 2.8)$ cm^2 (1 pt)

Question n° 6 :

Dans le système d'unités utilisé en physique des hautes énergies, les trois premières grandeurs fondamentales sont : la vitesse **V**, l'énergie **E** et l'énergie × temps, notée **A**.

a) Écrire la formule de dimension d'une force **F** dans ce système, en complétant les exposants de **V**, **E** et **A** dans l'expression ci-dessous :

Réponse n° 6 a): $F = V^{-1} E^{2} A^{-1}$ (2 pts)

b) Sachant que les trois premières unités de base de ce système sont

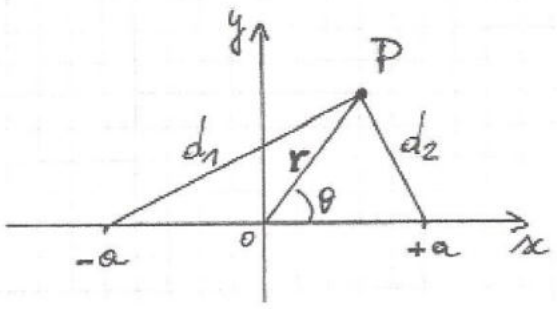
$$1\ c = 3{,}00\ 10^{8}\ m/s \quad , \quad 1\ GeV = 1{,}60\ 10^{-10}\ J \quad \text{et} \quad 1\ \hbar = 1{,}05\ 10^{-34}\ J\ s \ ,$$

donner la valeur en unité S.I. d'une unité dérivée de la force dans ce système.

Réponse n° 6 b): (1 pt)

1 unité de force du système "hautes énergies" = $8{,}13 \cdot 10^{5}$ N

Question n° 7 :



Soit d_1 la distance d'un point P au point $(-a,0)$ et soit d_2 la distance de P au point $(a,0)$.

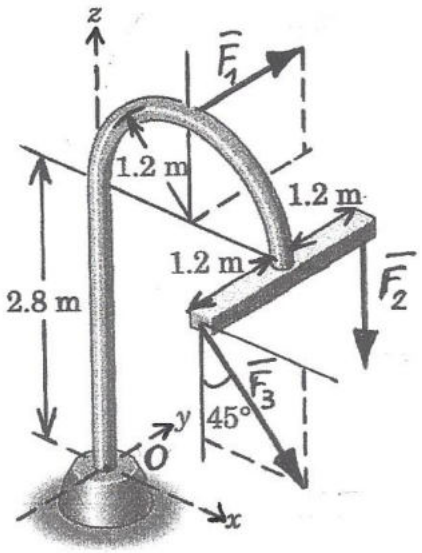
Le lieu géométrique des points P tels que $d_1\, d_2 = a^2$ est appelé ***lemniscate***.

Compléter ci-dessous l'équation de la lemniscate en coordonnées polaires planes.

Réponse n° 7 : (2 pts)

$$r^2 = 2a^2 \cos(2\theta)$$

Question n° 8 :



Soit la base orthonormée *Oxyz*.

La force $\bar{F}_1$ a une norme de 4,0 kN et son support est parallèle à l'axe *Oy*.

La force $\bar{F}_2$ a une norme de 6,0 kN et son support est parallèle à l'axe *Oz*.

La force $\bar{F}_3$ a une norme de 5,0 kN. Son support est parallèle au plan *Oxz* et incliné de 45° par rapport à l'axe *z* (voir figure).

a) Que vaut le moment de la force $\bar{F}_1$ par rapport au point ***O*** ?

Réponse n° 8 a) : (1 pt)

$\bar{M}_O(\bar{F}_1) =$ -16 $\bar{\imath}_x +$ 0 $\bar{\imath}_y +$ 4,8 $\bar{\imath}_z$ unité = kNm

b) Que vaut le moment de la force $\bar{F}_2$ par rapport au point ***O*** ?

Réponse n° 8 b) : (1 pt)

$\bar{M}_O(\bar{F}_2) =$ -7,2 $\bar{\imath}_x +$ 14 $\bar{\imath}_y +$ 0 $\bar{\imath}_z$ unité = kNm

c) Que vaut le moment de la force $\bar{F}_3$ par rapport au point ***O*** ?

Réponse n° 8 c) : (1 pt)

$\bar{M}_O(\bar{F}_3) =$ 4,2 $\bar{\imath}_x +$ 1,8 $\bar{\imath}_y +$ 4,2 $\bar{\imath}_z$ unité = kNm

NOM :.....PRÉNOM :.....

BA1 Bioingénieur

CORRIGÉ

Connaissances fondamentales de physique

Examen du 13 janvier 2017

1 – **Inscrivez immédiatement vos NOM et PRÉNOM en haut de cette page.**

2 – Vérifiez que cette brochure comporte 4 pages.

3 – Indiquez vos réponses finales **aux emplacements prévus**.

Aucune autre réponse ne sera prise en compte !

La pondération de chaque réponse finale est indiquée entre parenthèses.

Choix multiples avec pondération (x pts) :

vous ne pouvez cocher qu'une seule case par question

☑ uniquement la case correcte cochée	→ **+ x** points
☑ une case incorrecte cochée	→ **– (x / 2)** points
❒ aucune case cochée	→ 0 point
☑ ☑ plusieurs cases cochées	→ 0 point

4 – Si vous désirez l'aide d'un surveillant, levez la main pour attirer son attention.

5 – Les copies seront relevées à **14h**.

Question n° 1 :

Cochez la case ☑ correspondant à **la proposition vraie :** (2 pts)

- ☐ Dans des axes orthogonaux, on peut toujours construire le graphe de $f^{-1}(x)$ à partir du graphe de $f(x)$ en effectuant une symétrie orthogonale par rapport à la droite d'équation $y = x$.
- ☐ Dans des axes quelconques, on peut construire le graphe de $f(x+a)$ (où $a>0$) à partir du graphe de $f(x)$ en effectuant une translation verticale de a unités vers le haut.
- ☐ Dans des axes orthogonaux, on peut construire le graphe de $f(-x)$ à partir du graphe de $f(x)$ en effectuant une symétrie orthogonale par rapport à l'axe des x.
- ☐ Dans des axes orthogonaux, on peut construire le graphe de $-f(x)$ à partir du graphe de $f(x)$ en effectuant une symétrie orthogonale par rapport à l'axe des y.
- ☒ Aucune des autres propositions n'est vraie.

Question n° 2 :

Soit le nombre complexe défini par : $Z = \dfrac{(1-i\sqrt{3})}{2(1-i)}$.

Déterminer le module et l'argument ***principal*** de Z.

Réponse n° 2 : (3 pts)

Module(Z) = $\frac{1}{\sqrt{2}}$ Arg. princ.(Z) = $\frac{23}{12}\pi$

Question n° 3 :

Considérons la fonction $f(x,y) = y^2 + 2xy$.

Supposons que ***x*** et ***y*** reçoivent des accroissements respectifs Δx et Δy.

a) Écrire ***la formule analytique de l'accroissement*** Δf en fonction de ***x, y,*** Δx et Δy.

Réponse n° 3 a) : $\Delta f = 2y\,\Delta y + \Delta y^2 + 2x\,\Delta y + 2y\,\Delta x + 2\,\Delta x\,\Delta y$ (1 pt)

b) Donner la ***valeur numérique de*** Δf lorsque **(x,y)** passe de (1,1) à (0.99,1.02).

Réponse n° 3 b) : Δf = 0,06 (0,5 pt)

c) Écrire ***la formule analytique de la différentielle df*** en fonction de ***x, y,*** Δx et Δy.

Réponse n° 3 c) : $df = 2y\,\Delta x + 2(x+y)\,\Delta y$ (1 pt)

d) Donner la ***valeur numérique de df*** lorsque **(x,y)** passe de (1,1) à (0.99,1.02).

Réponse n° 3 d) : df = 0,06 (0,5 pt)

Question n° 4 :

Dans le système d'unités dit "nucléaire", les trois premières grandeurs fondamentales sont : la longueur L, la vitesse V, et l'énergie E.

a) Écrire la formule de dimension d'une chaleur latente L_f (énergie par unité de masse) dans ce système (en fonction de L, V et E).

Réponse n° 4 a): $[L_f] = V^2$ (1,5 pt)

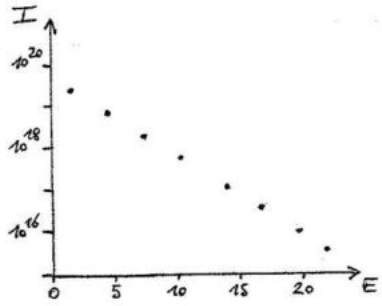
b) Sachant que les trois premières unités de base de ce système sont :

1 fm = 10^{-15} m , 1 c = 3,00 10^8 m/s et 1 MeV = 1,60 10^{-13} J , évaluer l'unité dérivée de la chaleur latente dans ce système en fonction de l'unité correspondante du S.I.

Réponse n° 4 b): (1,5 pt)

1 unité de chaleur latente du système "nucléaire" = $9,00 \cdot 10^{16}$ J/kg

Question n° 5 :



D'après cette représentation graphique, quelle relation lie les variables I et E ?

Cochez la case ☑ correspondant à **la bonne réponse :** (2 pts)

$I = aE + b$	$E = a\ \exp(bI)$	$I = a\ \exp(bE)$	$I = a \log(bE)$
☐	☐	☒	☐

(a et b sont deux constantes).

Question n° 6 :

Un câble relie le point $A = (0, 0, 70)$ m au point $B = (35, -25, 10)$ m (dans la base standard).

Une force $\vec{F}$ de norme égale à 12,0 kN tend ce câble.

a) Déterminer les composantes de la force $\vec{F}$ exercée sur le point A.

Réponse n° 6 a) : (2,5 pts)

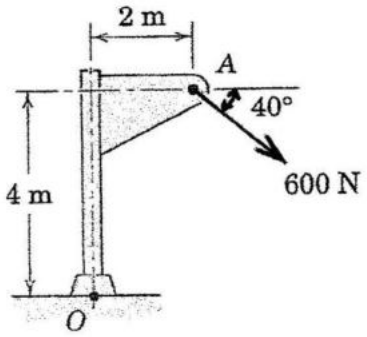
$\vec{F} =$ 5,7 $\vec{i}_x$ + −4,1 $\vec{i}_y$ + −2,8 $\vec{i}_z$ unité = kN

b) Déterminer ***en degrés*** les angles directeurs de cette force $\vec{F}$.

Réponse n° 6 b) : (1,5 pt)

$\alpha = 61,7°$ $\beta = 110°$ $\gamma = 144°$

Question n° 7 :



Déterminer, d'après le schéma ci-contre, la norme du moment de la force par rapport au point *O*.

Réponse n° 7 : (3 pts)

$\|\bar{M}_O(\bar{F})\| =$ 2400 unité = N m

NOM :.....PRÉNOM :.....

ULB

BA1 Bioingénieur

CORRIGÉ

Connaissances fondamentales de physique

Examen du 12 janvier 2018

1 – **Inscrivez immédiatement vos NOM et PRÉNOM en haut de cette page.**

2 – Vérifiez que cette brochure comporte 4 pages.

3 – Indiquez vos réponses finales **aux emplacements prévus**.

Aucune autre réponse ne sera prise en compte !

La pondération de chaque réponse finale est indiquée entre parenthèses.

Choix multiples avec pondération (x pts) :

vous ne pouvez cocher qu'une seule case par question

☑ uniquement la case correcte cochée	→ **+ x** points
☑ une case incorrecte cochée	→ – **(x / 2)** points
❒ aucune case cochée	→ 0 point
☑ ☑ plusieurs cases cochées	→ 0 point

4 – Si vous désirez l'aide d'un surveillant, levez la main pour attirer son attention.

5 – Les copies seront relevées à **14h**.

Question n° 1 :

Cocher la case ☑ correspondant à **la proposition fausse :** (2 pts)

- ☐ Une fonction continue et monotone strictement croissante sur un intervalle $[a,b]$ de l'axe des x admet une fonction réciproque sur cet intervalle.
- ☐ Dans un système d'axes orthonormés, on peut construire le graphe de $f(-x)$ à partir du graphe de $f(x)$ en effectuant une symétrie orthogonale à l'axe des y.
- ☐ Dans un système d'axes orthonormés, on peut construire le graphe de $f^{-1}(x)$ à partir du graphe de $f(x)$ bijective en effectuant une symétrie orthogonale à la droite $y = x$.
- ☐ f est une bijection de A vers B ssi [f est une fonction de A vers B] et [$\forall\, b \in B : \exists\, 1\, !\, a \in A$ tel que $f(a) = b$].
- ☒ Cocher cette case si aucune des propositions n'est fausse.

Question n° 2 :

Sachant que $z_1 = -\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}$ et $z_2 = -\frac{1}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2}$, évaluer en simplifiant au maximum $z_1^{\,n} + z_2^{\,n}$ où ***n*** est un nombre entier.

Réponse n° 2 : $z_1^{\,n} + z_2^{\,n} =$ $2\cos\left(\frac{2\pi}{3}n\right)$ (3 pts)

Question n° 3 :

Considérons la fonction $f(x,y) = x^2 y$.

Supposons que ***x*** et ***y*** reçoivent des accroissements respectifs Δx et Δy.

a) Écrire la ***formule analytique*** de l'accroissement Δf en fonction de ***x***, ***y***, Δx et Δy.

Réponse n° 3 a) : $\Delta f = x^2\Delta y + 2xy\,\Delta x + 2x\,\Delta x\Delta y + y\,\Delta x^2 + \Delta x^2\Delta y$ (1 pt)

b) Donner la ***valeur numérique*** de Δf lorsque ***x*** passe de 1,0 à 1,1 et ***y*** passe de 2,0 à 2,2.

Réponse n° 3 b) : $\Delta f =$ 0,662 (0,5 pt)

c) Écrire la ***formule analytique*** de la différentielle ***df*** en fonction de ***x***, ***y***, Δx et Δy.

Réponse n° 3 c) : $df = 2xy\,\Delta x + x^2\,\Delta y$ (1 pt)

d) Donner la ***valeur numérique*** de ***df*** lorsque ***x*** passe de 1,0 à 1,1 et ***y*** passe de 2,0 à 2,2.

Réponse n° 3 d) : $df =$ 0,6 (0,5 pt)

Question n° 4 :

Pendant le premier mois de croissance d'un plant de coton, le taux de croissance de la masse ***m*** est proportionnel à la masse : $\boxed{\frac{dm}{dt} = k\,m}$ où $k = 0{,}21$ jour^{-1}.

a) On met en terre un plant de coton d'une masse de 70 mg. Écrire une formule permettant de calculer la masse de ce plant au temps t (en jours) après la plantation. Indiquer la valeur numérique et les unités des constantes apparaissant dans cette formule.

Réponse n° 4 a) : (2 pts)

$m = m_0\, e^{kt}$; $m_0 = 70$ mg ; $k = 0{,}21$ jour^{-1}

b) Évaluer ***en grammes*** la masse de ce plant de coton après t = 30 jours.

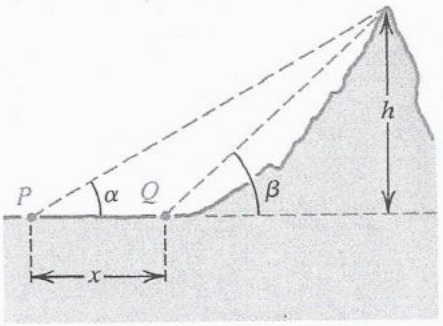
Réponse n° 4 b) : 38 g (1 pt)

Question n° 5 :

Afin de déterminer la hauteur h d'une montagne, on utilise la relation $\boxed{h = \frac{x}{(\mathrm{cotg}(\alpha) - \mathrm{cotg}(\beta))}}$

et on mesure :

$x = 600\,\mathrm{m}$; $\alpha = (15{,}0 \pm \frac{1}{120})°$; $\beta = (20{,}0 \pm \frac{1}{120})°$



Évaluer l'incertitude absolue maximale sur ***x*** pour que l'incertitude absolue sur ***h*** ne dépasse pas 3,00 m.

Rappel : $\boxed{\frac{d}{dx}\mathrm{cotg}(x) = \frac{-1}{\sin^2(x)}}$

Réponse n° 5 : 0,87 m (3 pts)

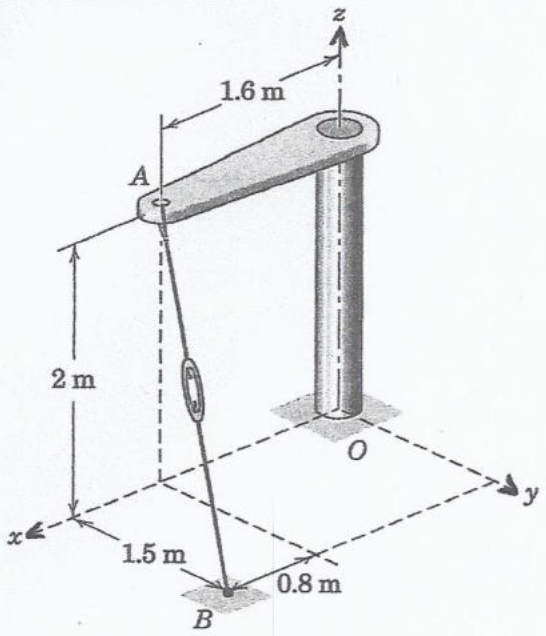
Question n° 6 : Dans le système d'unités c.g.s.,

- les trois premières grandeurs fondamentales sont la longueur **L**, la masse **M** et le temps **T**,
- et les unités de base correspondantes sont : **1 cm** , **1 g** et **1 s**.

Déterminer la valeur en unités S.I. d'une unité dérivée de l'énergie dans le système c.g.s., appelée 1 ***erg***.

Réponse n° 6 : 1 *erg* = 10^{-7} J (2 pts)

Question n° 7 :



Sur le schéma ci-contre, on supposera que toutes les données sont fournies avec 2 chiffres significatifs (on lira 2,0 m au lieu de 2 m etc.).

La force $\bar{F}$ exercée de A vers B possède une norme égale à 1,2 kN.

a) Déterminer les composantes de $\bar{F}$ dans la base standard.

Réponse n° 7 a): (2 pts)

$\bar{F}$ = 0,37 $\bar{\imath}_x$ + 0,69 $\bar{\imath}_y$ + −0,71 $\bar{\imath}_z$ unité = kN

b) Déterminer les composantes du moment de $\bar{F}$ par rapport au point O.

Réponse n° 7 b) : (2 pts)

$\bar{M}_O(\bar{F})$ = −1,4 $\bar{\imath}_x$ + 2,2 $\bar{\imath}_y$ + 1,1 $\bar{\imath}_z$ unité = kNm

NOM :.....PRÉNOM :.....

ULB

BA1 Bioingénieur

CORRIGÉ

Connaissances fondamentales de physique

Test du 31 octobre 2019

1 – **Inscrivez immédiatement vos NOM et PRÉNOM en haut de cette page.**

2 – Vérifiez que cette brochure comporte 4 pages.

3 – Indiquez vos réponses finales **aux emplacements prévus**.

Aucune autre réponse ne sera prise en compte !

La pondération de chaque réponse finale est indiquée entre parenthèses.

Choix multiples avec pondération (x pts) :

vous ne pouvez cocher qu'une seule case par question

☑ uniquement la case correcte cochée	→ **+ x** points
☑ une case incorrecte cochée	→ **– (x / 2)** points
❒ aucune case cochée	→ 0 point
☑ ☑ plusieurs cases cochées	→ 0 point

4 – Si vous désirez l'aide d'un surveillant, levez la main pour attirer son attention.

5 – Les copies seront relevées à **16h**.

Question n° 1 :

Calculer $\sqrt[6]{-1}$ et ***écrire toutes les racines sous la forme*** $(a + i\,b)$.

Réponse n° 1 : (3 pts)

$$\left\{ \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{i}{2} \;,\; i \;,\; -\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{i}{2} \;,\; -\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{i}{2} \;,\; -i \;,\; \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{i}{2} \right\}$$

Question n° 2 :

Cochez la case ☑ correspondant à **la proposition vraie :** (2 pts)

- ☐ On peut *toujours* construire le graphe de $f^{-1}(x)$ à partir du graphe de $f(x)$ en effectuant une symétrie orthogonale par rapport à la bissectrice du premier quadrant.
- ☐ Pour construire le graphe de $f(x+ct)$, à partir du graphe de $f(x)$, on effectue une translation de (ct) unités dans le sens des x croissants, dans le cas où $(ct) > 0$.
- ☒ f est une fonction de A vers B ssi [f est une relation de A vers B] et [$\forall\, a \in A$: $\exists\, 1\,!\, b \in B$ tel que $f(a) = b$].
- ☐ Parmi les fonctions $f(x)$ seules les bijections admettent une fonction inverse $\dfrac{1}{f(x)}$.
- ☐ Aucune des autres propositions n'est vraie.

Question n° 3 :

Soit $R_V = 1\,k\Omega$ avec une incertitude relative de 3%, $V_1 = (10{,}00 \pm 0{,}25)\ V$, $V_2 = (5{,}00 \pm 0{,}10)\ V$ et $\boxed{R = R_V \dfrac{(V_1 - V_2)}{V_2}}$.

a) Écrire l'expression ***analytique*** de l'incertitude ***relative*** sur R en fonction de R_V, ΔR_V, V_1, ΔV_1, V_2 et ΔV_2.

Réponse n° 3 a) : (1,5 pt)

$$\frac{\Delta R}{|R|} = \frac{\Delta R_V}{|R_V|} + \frac{\Delta V_1}{|V_1 - V_2|} + \left| \frac{V_1}{V_2 (V_1 - V_2)} \right| \Delta V_2$$

b) Donner la valeur ***numérique*** en pour-cent de l'incertitude ***relative*** sur R.

Réponse n° 3 b) : 12 % (1,5 pt)

Question n° 4 :

Dans le système d'unités dit "astronomique", les trois premières grandeurs fondamentales sont : **la longueur L, la masse M** et **la puissance P** (Rappel : c'est une énergie par unité de temps).

Écrire la formule de dimension du **temps T** dans ce système en complétant les exposants de **L, M** et **P** dans l'expression ci-dessous :

Réponse n° 4 : $[T] = L^{2/3}\ M^{1/3}\ P^{-1/3}$ (3 pts)

Question n° 5 :

Une manipulation de physique consiste à mesurer A en fonction de d, sachant que la loi qui lie ces deux variables est $A = C_1 \dfrac{1}{\left(d^3 + C_2\right)^5}$ où C_1 et C_2 sont des constantes inconnues.

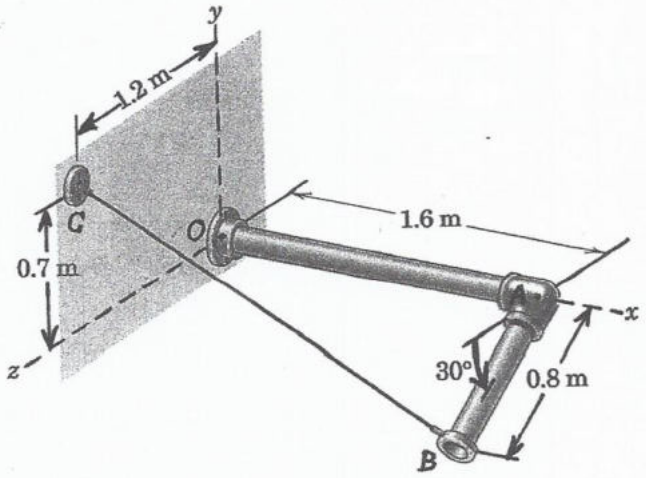
Après avoir pris quelques mesures, vous devez réaliser un graphique permettant de vérifier le plus simplement possible la loi théorique.

Quelles variables portez-vous en abscisse et en ordonnée ?

Réponse n° 5 : (3 pts)

Abscisse = $\dfrac{1}{A^{1/5}}$ Ordonnée = d^3

Question n° 6 :



Une tension $\overline{T}$ de norme 100 N s'exerce en B dans le câble BC et est dirigée de B vers C.

Le tube AB est parallèle au plan *Oyz* et incliné de 30° par rapport à l'axe *z* (voir figure).

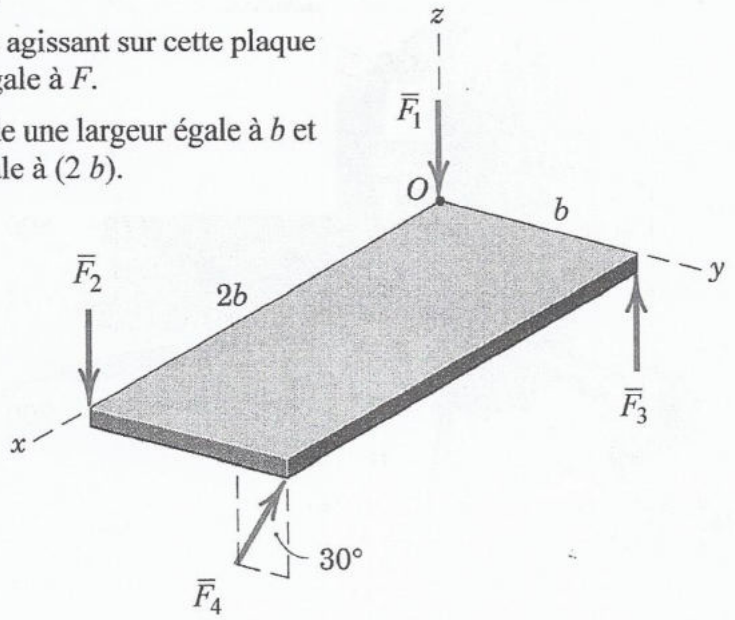
Déterminez les composantes de cette tension $\overline{T}$ dans la base orthonormée *Oxyz*.

Réponse n° 6 : $\overline{T} = -.80\ \overline{1}_x + 5.5\ \overline{1}_y + 2.5\ \overline{1}_z$ unité = N (3 pts)

Question n° 7 :

Les quatre forces agissant sur cette plaque ont une norme égale à F.

La plaque possède une largeur égale à b et une longueur égale à $(2\ b)$.



a) Évaluer le moment de $\bar{F}_2$ par rapport au point O.

Réponse n° 7 a) : $\bar{M}_O(\bar{F}_2) =$ 0 $\bar{1}_x$ + 2bF $\bar{1}_y$ + 0 $\bar{1}_z$ (1,5 pt)

b) Évaluer le moment de $\bar{F}_3$ par rapport au point O.

Réponse n° 7 b) : $\bar{M}_O(\bar{F}_3) =$ bF $\bar{1}_x$ + 0 $\bar{1}_y$ + 0 $\bar{1}_z$ (1,5 pt)

NOM :.....PRÉNOM :.....

ULB

BA1 Bioingénieur

CORRIGÉ

Connaissances fondamentales de physique

Examen du 23 janvier 2020

1 – **Inscrivez immédiatement vos NOM et PRÉNOM en haut de cette page.**

2 – Vérifiez que cette brochure comporte 4 pages.

3 – Indiquez vos réponses finales **aux emplacements prévus**.

Aucune autre réponse ne sera prise en compte !

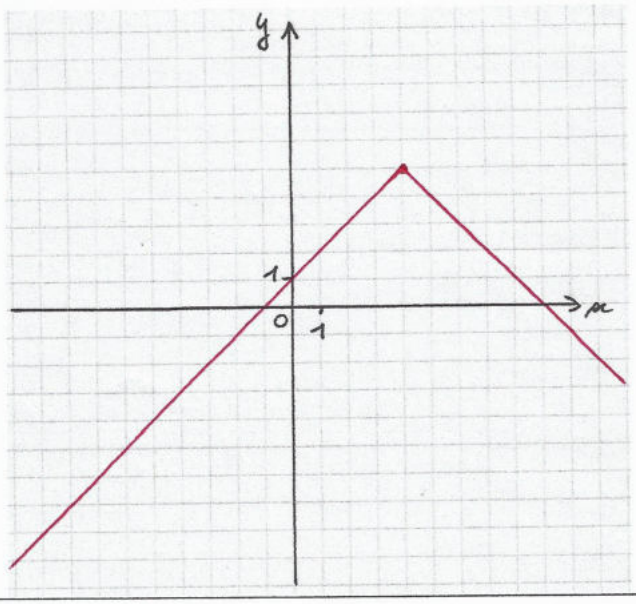
La pondération de chaque réponse finale est indiquée entre parenthèses.

4 – Si vous désirez l'aide d'un surveillant, levez la main pour attirer son attention.

5 – Les copies seront relevées à **11h**.

Question n° 1 : Dessiner le graphe de la fonction : $f(x) = -|x-4| + 5$.

Réponse n° 1 : (3 pts)



Question n° 2 : Considérons la fonction $f(x,y) = x^2 - 3x^3y^2 + 4x - 2y^3 + 6$.

Supposons que x et y reçoivent des accroissements respectifs Δx et Δy.

a) Écrire ***la formule analytique*** de la différentielle ***df*** en fonction de x, y, Δx et Δy.

Réponse n° 2 a) : (1,5 pt)

$df = (2x - 9x^2y^2 + 4)\Delta x + (-6x^3y - 6y^2)\Delta y$

b) Donner la ***valeur numérique de df*** lorsque (x,y) passe de (-2 , 3) à (-2.02 , 3.01).

Réponse n° 2 b) : (1,5 pt)

$df = 7,38$

Question n° 3 : Calculer $\sqrt[6]{-27}$ et ***écrire toutes les racines sous la forme (a + i b).***

Réponse n° 3 : (3 pts)

$\frac{3}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}$, $i\sqrt{3}$, $-\frac{3}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}$,

$-\frac{3}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2}$, $-i\sqrt{3}$, $\frac{3}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2}$

Question n° 4 : ***La fonction de croissance W de von Bertanlanffy*** donne le poids ***W*** (en kg) en fonction de l'âge ***t*** (en années) des éléphants africains femelles (authentique !) :

$$W = 2600\left(1 - 0{,}51\, e^{-0{,}075\, t}\right)^3$$

Estimer l'âge d'une femelle placée sur une balance qui indique $W = (1800 \pm 50)$ **kg**.

Réponse n° 4 : $t = (19{,}82 \pm 0{,}25)$ ans (3 pts)

Question n° 5 :

La loi théorique qui lie deux variables ***W*** et ***t*** est $W = \left(1 - K_1\, e^{-K_2\, t}\right)^3$ où K_1, et K_2 sont des constantes inconnues.

a) A partir de mesures de ***W*** en fonction de ***t***, quelles variables portez-vous en abscisse et en ordonnée d'un graphique afin de vérifier le plus simplement possible la loi théorique ?

Réponse n° 5 a) : (1 pt)

Abscisse = t Ordonnée = $\ln\left(1 - \sqrt[3]{W}\right)$

b) Comment évaluez-vous la valeur de K_1 sur votre graphique ?

Réponse n° 5 b) : l'ordonnée à l'origine de la droite vaut $\ln(K_1)$. (1 pt)

c) Comment évaluez-vous la valeur de K_2 sur votre graphique ?

Réponse n° 5 c) : le coefficient angulaire de la droite vaut $(-K_2)$. (1 pt)

Question n° 6 : Un ***acre*** était à l'origine l'aire d'un terrain plat qu'on pouvait labourer en une journée avec une charrue tirée par deux bœufs (authentique !).

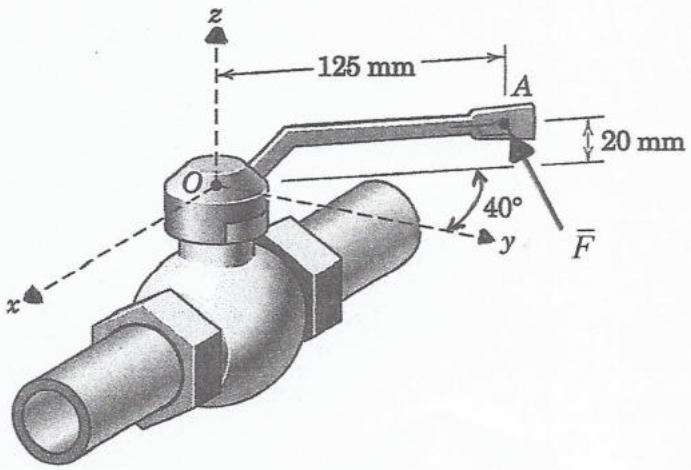
Par la suite, l'aire de cette surface fut mesurée en utilisant l'unité de longueur ***yard*** (yd) :

1 acre = 4840 yd^2, 1 yd = 91,44 cm.

En supposant que les bœufs travaillent 8 heures par jour, évaluez ***en mètres carrés*** l'aire d'un terrain plat qu'une charrue tirée par deux bœufs peut labourer en 2 heures.

Réponse n° 6 : 1012 m^2 (2 pts)

Question n° 7 :



Le plan contenant le point A et l'axe z fait un angle de 40,0° avec l'axe y.

Le support de la force $\bar{F}$ est orthogonal à ce plan et passe par A.

A est situé à 20,0 mm du plan xy.

La force $\bar{F}$ a une norme de 500 N.

On considère que les longueurs indiquées sur le schéma sont connues avec 3 chiffres significatifs.

On considère la base standard.

Que vaut le moment de la force $\bar{F}$ par rapport au point O ?

Réponse n° 7 : (3 pts)

$\bar{M}_O(\bar{F}) =$ 6,43 $\bar{\imath}_x +$ −7,66 $\bar{\imath}_y +$ 62,5 $\bar{\imath}_z$ unité = N m

NOM :.....PRÉNOM :.....

ULB

CORRIGÉ

BA1 Bioingénieur

Connaissances fondamentales de physique

Examen du 27 janvier 2022

1 – **Inscrivez immédiatement vos NOM et PRÉNOM en haut de cette page et sur votre carnet de brouillons.**

2 – Vérifiez que cette brochure comporte 3 pages.

3 – Indiquez vos réponses finales **aux emplacements prévus**.

Aucune autre réponse ne sera prise en compte !

La pondération de chaque réponse finale est indiquée entre parenthèses.

Choix multiples avec pondération (x pts) :

vous ne pouvez cocher qu'une seule case par question

☑ uniquement la case correcte cochée	→ **+ x** points
☑ une case incorrecte cochée	→ **– (x / 2)** points
❒ aucune case cochée	→ 0 point
☑ ☑ plusieurs cases cochées	→ 0 point

4 – Si vous désirez l'aide d'un surveillant, levez la main pour attirer son attention.

5 – **Les copies et les carnets de brouillons** seront relevés à **14h**.

Question n° 1 : Soit $z = x + i\,y$ un nombre complexe où $i^2 = -1$ et $x, y \in \mathbb{R}$.

Cochez la case ☑ correspondant à ***la proposition fausse*** : (3 pts)

a) ☐ $i^3 + i^2 + i + 1 = 0$ b) ☐ $(2+3i)(1-2i) = 8 - i$ c) ☐ $(i-1)^4$ est un réel

d) ☒ $\dfrac{1+i}{1-2i} = \dfrac{1+3i}{5}$ e) ☐ $\dfrac{2+i}{i} = 1-2i$ f) ☐ Cochez cette case si aucune des propositions n'est fausse.

Question n° 2 :

Cochez la case ☑ correspondant à ***la proposition vraie :*** (3 pts)

☐ a) Le conjugué d'un nombre complexe z est un nombre complexe dont l'argument est égal à celui de z augmenté de 2π.

☐ b) La fonction exponentielle de base a est toujours croissante.

☐ c) La fonction logarithme de base a est toujours croissante.

☒ d) Lorsqu'une erreur aléatoire affecte des mesures, on obtient une bonne estimation de la valeur exacte en évaluant la moyenne d'un grand nombre de mesures.

☐ e) Aucune des autres propositions n'est vraie.

Question n° 3 :

Un triangle isocèle à pour côtés égaux ℓ = (100,00 ± 1,00) cm et pour angle entre ces côtés α = (120,00 ± 1,00)°. L'aire de ce triangle est $A = \dfrac{1}{2}\ell^2 \sin(\alpha)$.

Cochez la case ☑ correspondant à ***la valeur numérique de l'incertitude absolue sur A*** : (3 pts)

a) ☒ 130 cm^2 b) ☐ 360 cm^2 c) ☐ 13,0 cm^2

d) ☐ 764 cm^2 e) ☐ 1,30 cm^2 f) ☐ Cochez cette case si aucune des propositions n'est correcte.

Question n° 4 :

On donne dans la base standard les trois vecteurs suivants :

$$\overline{a} = (1,-1,3) \quad ; \quad \overline{b} = (-2,2,1) \quad ; \quad \overline{c} = (3,-2,5)$$

Évaluer le produit mixte $\overline{a}.(\overline{b} \times \overline{c})$

Cochez la case ☑ correspondant ***à la réponse :*** (4 pts)

a) ☐ 6 b) ☐ 7 c) ☐ -4

d) ☐ 3 e) ☐ -2 f) ☒ Cochez cette case si aucune des propositions n'est correcte.

Question n° 5 : Dans le système d'unités c.g.s.,

- les trois premières grandeurs fondamentales sont la longueur **L**, la masse **M** et le temps **T**,
- les unités de base correspondantes sont : **1 cm** , **1 g** et **1 s**,
- et l'unité dérivée de l'énergie se nomme "**erg**".

Que vaut **1000 erg** exprimé dans l'unité S.I. de l'énergie ?

Cochez la case ☑ correspondant ***à la réponse :*** (3 pts)

a) ☐ 10^{-7} J b) ☐ 10^{-6} J c) ☐ 10^{-5} J

d) ☒ 10^{-4} J e) ☐ 10^{-3} J f) ☐ Cochez cette case si aucune des propositions n'est correcte.

Question n° 6 :

La force $\overline{F} = (2,2,9)$ N (dans la base standard) est appliquée au point $A = (4,2,-3)$ m.

Évaluer la norme du moment de cette force par rapport au point $B = (2,4,0)$ m.

Cochez la case ☑ correspondant à la réponse : (4 pts)

a) ☐ 65 N m b) ☐ 42 N m c) ☒ 28 N m

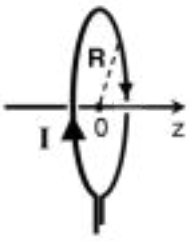
d) ☐ 177 N m e) ☐ 930 N m f) ☐ Cochez cette case si aucune des propositions n'est correcte.

Phys-h101 (Phys)

Le cauchemar des bioingé et sûrement le cours le plus compliqué du Bac!
Je ne vais pas vous mentir ce cours n'est vraiment pas simple mais il n'est pas pour autant impossible!!!
Haeltermann donne cours inversé, c'est à dire qu'il faut regarder des vidéos d'environ 1h/1h30 avant chaque cours en auditoire pour ensuite être capable de résoudre des exercices en excathedra avec le prof.
En gros ça va vous demander une grosse organisation !
Mes conseils pour physique sont:
- Aller à tous les cours et surtout à tous les séminaires!
- Faites vraiment de votre mieux pour l'examen de laboratoire et Cofo parce que c'est une vraie bouée de sauvetage!!
Ce sont des examens plutôt « simples » par rapport au cours principal de physique et en plus l'examen de labo est très bien noté :))
- Ne baissez pas les bras et essayer de le passer en première session!
- Faites le + d'anciens examens possibles car il s'en inspire souvent.
- Ne négligez pas les demos, c'est 15 points gratuits et ça aide BEAUCOUP pour les questions « courtes ».
Enfin bref, cet examen c'est comme un marathon, c'est grâce à un effort régulier sur le long terme que la réussite sera possible!
Et vous en êtes TOUS.TES capables <33

1. Le schéma ci-contre représente une spire circulaire de rayon **R** = 5 cm centrée sur l'axe z d'un repère cartésien et véhiculant un courant **I** de 2,5 A. Le fil conducteur de cette spire est supposé infiniment mince et il se situe entièrement dans le plan z = 0.

Calculez le champ magnétique $\vec{B}$ généré au centre de cette spire en z = 0.



Formule(s) de base utilisée(s), synthèse du développement et schéma éventuel :

Loi de Biot et Savart : $d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi r^2} I\, d\vec{\ell} \times \vec{1}_r$

$d\vec{\ell} = -R\,d\theta\,\vec{1}_\theta$

$d\vec{\ell} \times \vec{1}_r = -R\,d\theta\,\vec{1}_z$

↳ $d\vec{B} = -\frac{\mu_0}{4\pi R^2} I R\, d\theta\, \vec{1}_z$

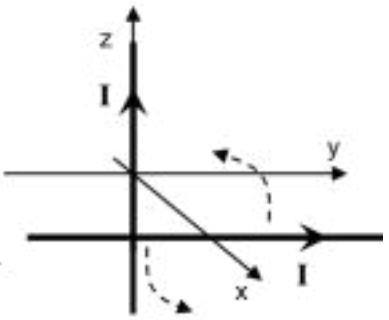
$\vec{B} = \frac{-\mu_0}{4\pi R} I \int_0^{2\pi} d\theta\, \vec{1}_z$

Résultat analytique : $\vec{B} = \frac{-\mu_0}{2R} I\, \vec{1}_z$

Résultat chiffré : **B** = $3{,}14\ 10^{-5}$ T

/10

2. Le schéma ci-contre montre deux fils rectilignes infiniment longs véhiculant le même courant **I** dans les sens indiqués par les flèches. L'un des fils est maintenu verticalement et se situe le long de l'axe z du repère cartésien, l'autre se situe dans le plan z = 0 et est parallèle à l'axe y. Biffer les mentions « **Vrai** » ou « **Faux** » incorrectes :

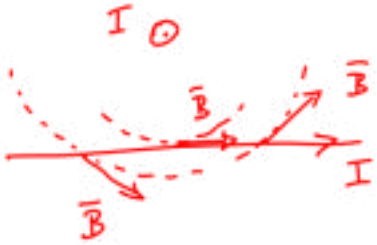


- Le fil horizontal subit une force magnétique totale nulle : **Vrai** - ~~**Faux**~~
- Le fil horizontal subit un moment de forces magnétiques qui tend à l'orienter de sorte que les courants adoptent la même direction, comme suggéré sur le schéma à l'aide des flèches pointillées : **Vrai** - ~~**Faux**~~

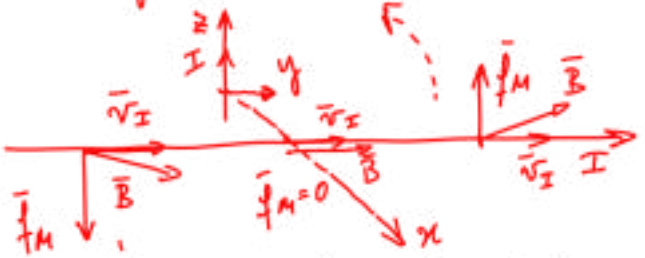
Justifiez vos réponses à l'aide des formules de base adéquates et de schémas (vous serez évalués sur la clarté de votre justification).

$\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \vec{1}_\theta$

vue du haut :



nature des charges : $\vec{v}_I$ → $\vec{f}_M = q\vec{v}_I \times \vec{B}$

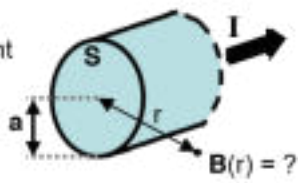


$\vec{f}_M = 0$

symétrie : système de forces opposées ↳ force totale nulle.

/10

3. Le schéma ci-contre représente un fil conducteur cylindrique d'extension infinie. Sa base est circulaire de rayon **a**. Ce fil véhicule un courant total **I** réparti uniformément dans sa section **S**. Calculez l'expression analytique du module **B**(r) du champ magnétique généré par le fil à une distance r de son axe.

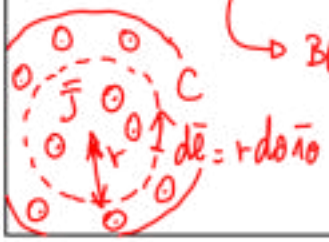


(a) Calculez **B**(r) pour **r** < **a**.

Formule(s) de base utilisée(s), synthèse du développement et schéma(s) éventuel(s) :

Ampère : $\int_C \bar{B}.d\bar{\ell} = \mu_0 \int_{S_C} \bar{J}.d\bar{s}$

$\bar{B} = B(r)\bar{1}_\theta$



$\hookrightarrow B(r) \times 2\pi r = \mu_0 J \pi r^2$ où $J = \frac{I}{\pi a^2}$

$\hookrightarrow$ Résultat analytique : $\mathbf{B}(r) = \frac{1}{2}\mu_0 \frac{I}{\pi a^2} r$

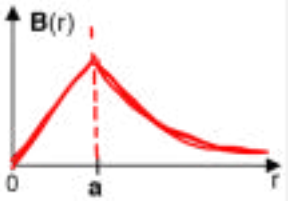
/10

(b) Calculez **B**(r) pour **r** > **a** et représentez dans les axes la fonction **B**(r) de façon qualitative mais rigoureuse.

Formule(s) de base utilisée(s), synthèse du développement et schéma(s) éventuel(s) :

$\int_C \bar{B}.d\bar{\ell} = \mu_0 \int_{S_C} \bar{J}.d\bar{s}$

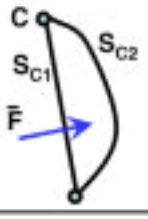
$\hookrightarrow B(r) \times 2\pi r = \mu_0 I$



Résultat analytique : $\mathbf{B}(r) = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$

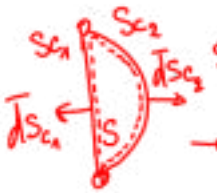
/10

4. Le schéma ci-contre montre en coupe deux surfaces $\mathbf{S}_{C1}$ et $\mathbf{S}_{C2}$ sous-tendues par le même contour fermé **C**. Soit un champ vectoriel $\bar{\mathbf{F}}$ dont la divergence est nulle en tout point de l'espace. Démontrez que les flux de $\bar{\mathbf{F}}$ au travers des surfaces $\mathbf{S}_{C1}$ et $\mathbf{S}_{C2}$ sont identiques. Vous serez évalués sur la clarté de votre démonstration.



Formule(s) de base utilisée(s), synthèse du développement et schéma(s) éventuel(s) :

$\operatorname{div}\bar{F} = 0$: Ostrogradski $\rightarrow \oint_S \bar{F}.d\bar{S} = \int_{V_S} \operatorname{div}\bar{F}.dV = 0$

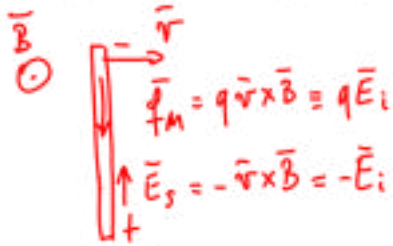


$S = S_1 \oplus S_2$

$\rightarrow \oint_S \bar{F}.d\bar{s} = -\int_{S_{C_1}} \bar{F}\,d\bar{S}_{C_1} + \int_{S_{C_2}} \bar{F}.d\bar{S}_{C_2} = 0 \rightarrow \int_{S_{C_1}} \bar{F}.d\bar{S}_{C_1} = \int_{S_{C_2}} \bar{F}.d\bar{S}_{C_2}$ cqfd

/10

Formule(s) de base utilisée(s) et synthèse du développement :



$\vec{f}_M = q\vec{v}\times\vec{B} = q\vec{E}_i$

$\vec{E}_s = -\vec{v}\times\vec{B} = -\vec{E}_i$

$\mathcal{E} = \int \vec{E}_i \cdot d\vec{\ell} = vBL$

$V = -\int_0^L \vec{E}_s \cdot d\vec{\ell} = vBL$

$\vec{v} \perp \vec{B} \rightarrow E_s = vB$; $d\vec{\ell} \parallel \vec{E}_s$

Résultat analytique : $\mathcal{E} = vBL$

Résultat chiffré : $\mathcal{E} = 2{,}4\ V$

/10

1) Puissance électrique : $P_J = V.I = \mathcal{E}$

L

$\frac{d\vec{\ell}}{dt} = \vec{F}.\vec{v}$

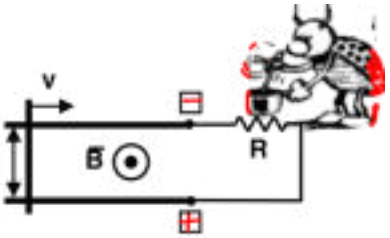
L L $F_M.v = vBL.I$ où $I = \frac{vBL}{R}$

(cqfd)

L

L $\rightarrow \vec{F}_M \parallel \vec{v}$

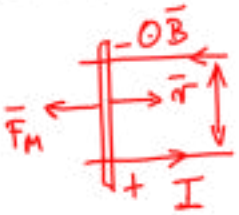
10,87 W



I où $I = \frac{\mathcal{E}}{R} \rightarrow P_J = \frac{\mathcal{E}^2}{R}$

↳ $P_J = \frac{v^2 B^2 \ell^2}{R}$

2) Puissance mécanique : $P_M = \frac{dW}{dt}$ où $dW = \vec{F} \cdot d\vec{\ell} \rightarrow P_M = \vec{F}$



$F_M = I\ B$ et $P_M =$

$\frac{v^2 B^2 \ell^2}{R}$

$\vec{F}_M = S \vec{J} \times \vec{B}$ où $\vec{J} \perp \vec{B}$

et $J = I/S$

$= vBL$

$= -\bar{E}_i$

L $\quad$ L $\quad$ vBL

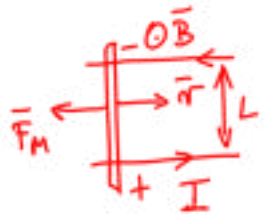
$\bar{v} \perp \bar{B}$ $\quad$ $d\bar{l} \parallel \bar{E}_s$ $\quad$ $2{,}4\ V$

Formule(s) de base utilisée(s) et synthèse de la démonstration :

1) Puissance électrique : $P_J = V.I = \mathcal{E}.I$ où $I = \frac{\mathcal{E}}{R} \rightarrow P_J = \frac{\mathcal{E}^2}{R}$

$\hookrightarrow P_J = \frac{v^2 B^2 L^2}{R}$

2) Puissance mécanique : $P_M = \frac{dW}{dt}$ où $dW = \bar{F}.d\bar{l} \rightarrow P_M = \bar{F}\frac{d\bar{l}}{dt} = \bar{F}.\bar{v}$



$F_M = ILB$ et $P_M = F_M.v = vBL.I$ où $I = \frac{vBL}{R}$

(cqfd)

$\hookrightarrow$ Résultat analytique : $P_J = P_M = \frac{v^2 B^2 L^2}{R}$

$\bar{F}_M = LS\bar{J}\times\bar{B}$ où $\bar{J} \perp \bar{B} \rightarrow \bar{F}_M \parallel \bar{v}$

et $J = I/S$

Résultat chiffré : $P_J = P_M = 10{,}87\ W$

/10

354

5. Le schéma ci-contre montre un circuit électrique constitué de deux tiges

185

métalliques parallèles séparées de la distance **L** = 30 cm. Sur ces deux tiges glisse une troisième tige métallique qui leur est perpendiculaire. Cette tige mobile se déplace à vitesse constante **v** = 2,5 m/s dans le sens indiqué par la flèche.

L'ensemble du circuit est plongé dans un **L** champ magnétique uniforme **B** sortant du plan de la feuille et dont le module **B** vaut 3,2 T. Le circuit est fermé sur une résistance **R** de 0,53 : (on néglige la résistivité des autres conducteurs).

(a) Calculez la force électromotrice E générée aux bornes du circuit et indiquez-en la polarité à l'aide des signes + et – dans les cases (F) réservées à cet effet sur le schéma ci-dessus.

(b) Calculez la puissance électrique $\mathbf{P_J}$ dissipée dans la résistance et démontrez que celle-ci est identique à la puissance mécanique $\mathbf{P_M}$ dépensée pour maintenir la tige mobile en mouvement.

6 5

V L C

I

6. Le schéma ci-contre représente un circuit électrique idéalisé constitué d'un inducteur d'inductance **L** et d'un condensateur de capacité **C**. Ce circuit est alimenté par une source de tension alternative $\mathbf{V}(t) = \mathbf{V_m} \sin(Zt)$.

(a) Calculez l'expression analytique du phaseur **V** de la tension **V**(t) délivrée par la source.

Formule(s) de base utilisée(s) et synthèse du développement :

Résultat analytique : $\underline{\mathbf{V}}$ =

/10

(b) A l'aide du formalisme des phaseurs, démontrez qu'il existe une pulsation $Z = Z$ pour laquelle le courant $\mathbf{I}(t)$ délivré par la source s'annule et donnez l'expression analytique de cette pulsation Z.

$I = I_L + I_C \rightarrow \underline{I} = \underline{I}_L + \underline{I}_C$

$\underline{V}_L = i\omega L \underline{I}_L = \underline{V}$

$\underline{V}_C = \frac{1}{i\omega C} \underline{I}_C = \underline{V}$

$\underline{I} = \frac{\underline{V}}{i\omega L} + i\omega C \underline{V}$

$\underline{I} = i\underline{V}\left[\omega C - \frac{1}{\omega L}\right]$

$\frac{1}{\sqrt{LC}}$

Formule(s) de base utilisée(s) et synthèse de la démonstration :

$P(t) = V(t) \cdot I(t)$ où $V(t) = V_m \sin(\omega t)$ et $I(t) = Re[\underline{I} e^{i\omega t}]$

$\rightarrow I(t) = \left(\omega C - \frac{1}{\omega L}\right) Re\left[i\underline{V} e^{i\omega t}\right] = \left(\omega C - \frac{1}{\omega L}\right) Re\left[V_m e^{i\omega t}\right] = \left(\omega C - \frac{1}{\omega L}\right) V_m \cos(\omega t)$

$\hookrightarrow P(t) = \left(\omega C - \frac{1}{\omega L}\right) V_m^2 \cos(\omega t) \cdot \sin(\omega t)$

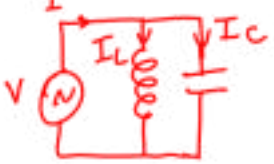
Résultat analytique :

$\mathbf{P}(t) = \left(\omega C - \frac{1}{\omega L}\right) V_m^2 \frac{1}{2} \sin(2\omega t)$

$\langle \mathbf{P}(t) \rangle = 0$

/10

Formule(s) de base utilisée(s) et synthèse du développement :



$I = I_L + I_C \rightarrow \underline{I} = \underline{I}_L + \underline{I}_C$

$\underline{V}_L = i\omega L \underline{I}_L = \underline{V}$

$\underline{V}_C = \frac{1}{i\omega C} \underline{I}_C = \underline{V}$

$\underline{I} = \frac{\underline{V}}{i\omega L} + i\omega C \underline{V}$

$\underline{I} = i\underline{V}\left[\omega C - \frac{1}{\omega L}\right]$

Résultat analytique : $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$

/10

$P(t) = V(t) \cdot I(t)$ où $V(t) = V_m \sin(\omega t)$ et $I(t) = Re[\underline{I} e^{i\omega t}]$

$\rightarrow I(t) = \left(\omega C - \frac{1}{\omega L}\right) Re\left[i\underline{V} e^{i\omega t}\right] = \left(\omega C - \frac{1}{\omega L}\right) Re\left[V_m e^{i\omega t}\right] = \left(\omega C - \frac{1}{\omega L}\right) V_m \cos(\omega t)$

$\hookrightarrow P(t) = \left(\omega C - \frac{1}{\omega L}\right) V_m^2 \cos(\omega t) \cdot \sin(\omega t)$

$\left(\omega C - \frac{1}{\omega L}\right) V_m^2 \frac{1}{2} \sin(2\omega t)$

0

(c) Calculez, pour toute pulsation Z, l'expression analytique de la puissance électrique **P**(t) délivrée par la source 188

pour tout temps t et calculez-en la valeur moyenne <**P**(t)>.

7

7. Le schéma ci-contre montre deux fils rectilignes parallèles supposés infiniment

I_1 longs et minces dans lesquels circule, dans le même sens, les courants I_1 = 2,3 A et I_2 = 2 I_1. La distance **d** entre ces fils est de 12 mm. Un troisième fil

I_3

de longueur **L** = 1,5 m et de masse **m** = 27 g véhiculant un courant I_3 de 4,5 A est placé parallèlement aux premiers et entre ceux-ci. Le courant I_3 est de

I_2

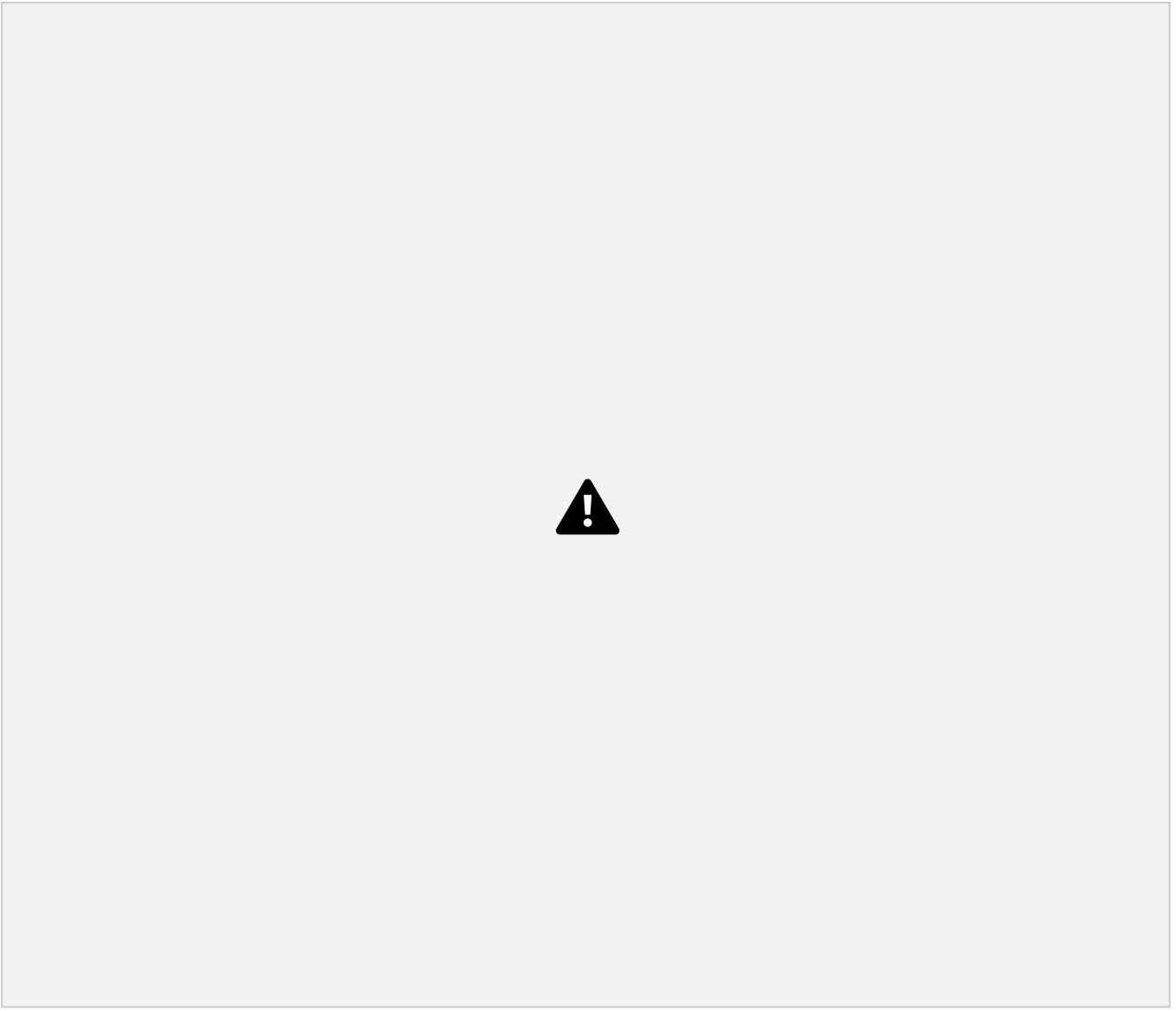
sens opposé aux deux autres. Le troisième fil est maintenu dans le plan des deux premiers sans force de frottement. On appelle **x** la distance entre les fils 1 et 3.

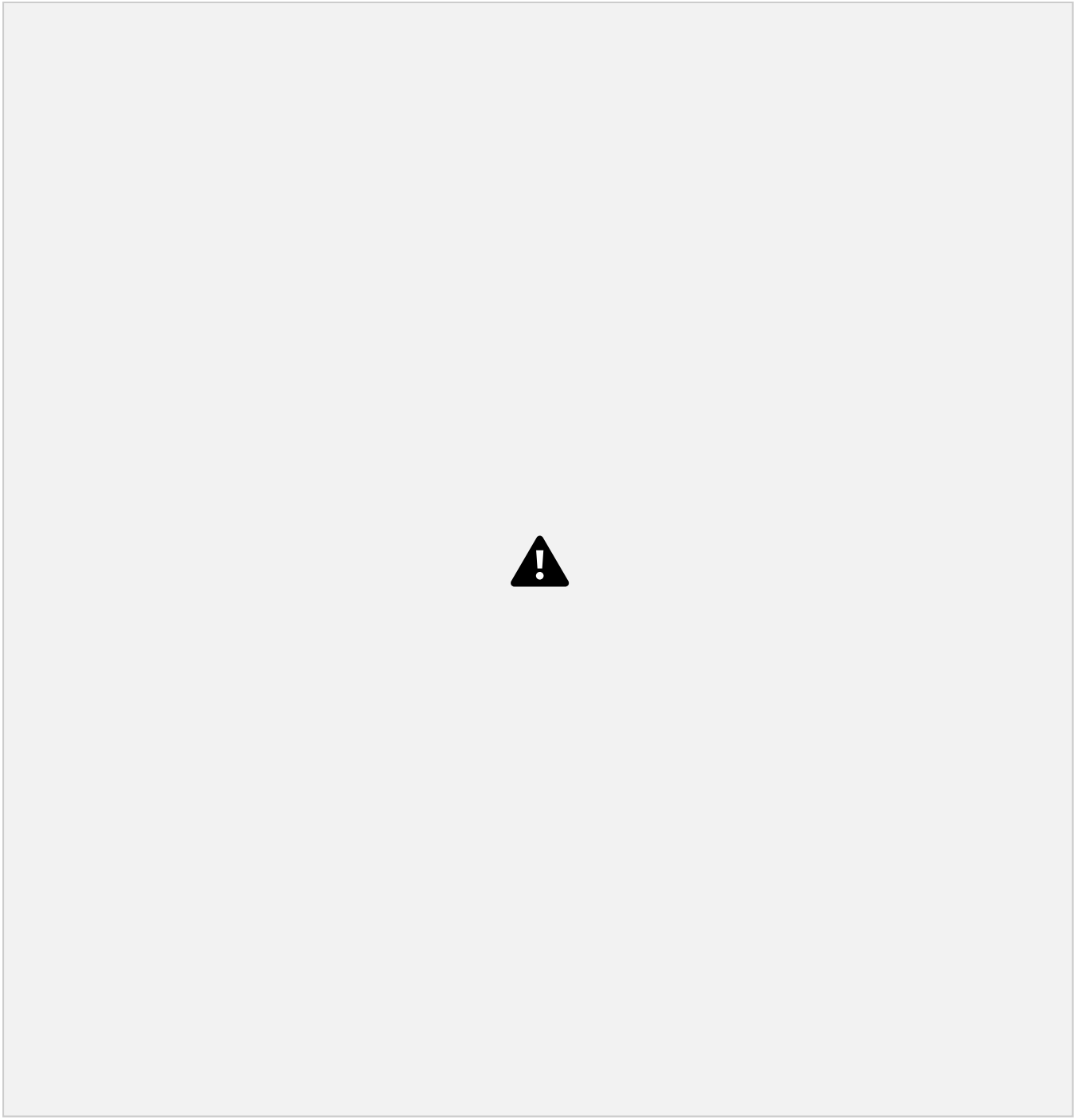
(a) Calculez la distance x_0 à laquelle le troisième fil trouve sa position de repos. 189

x

L

d





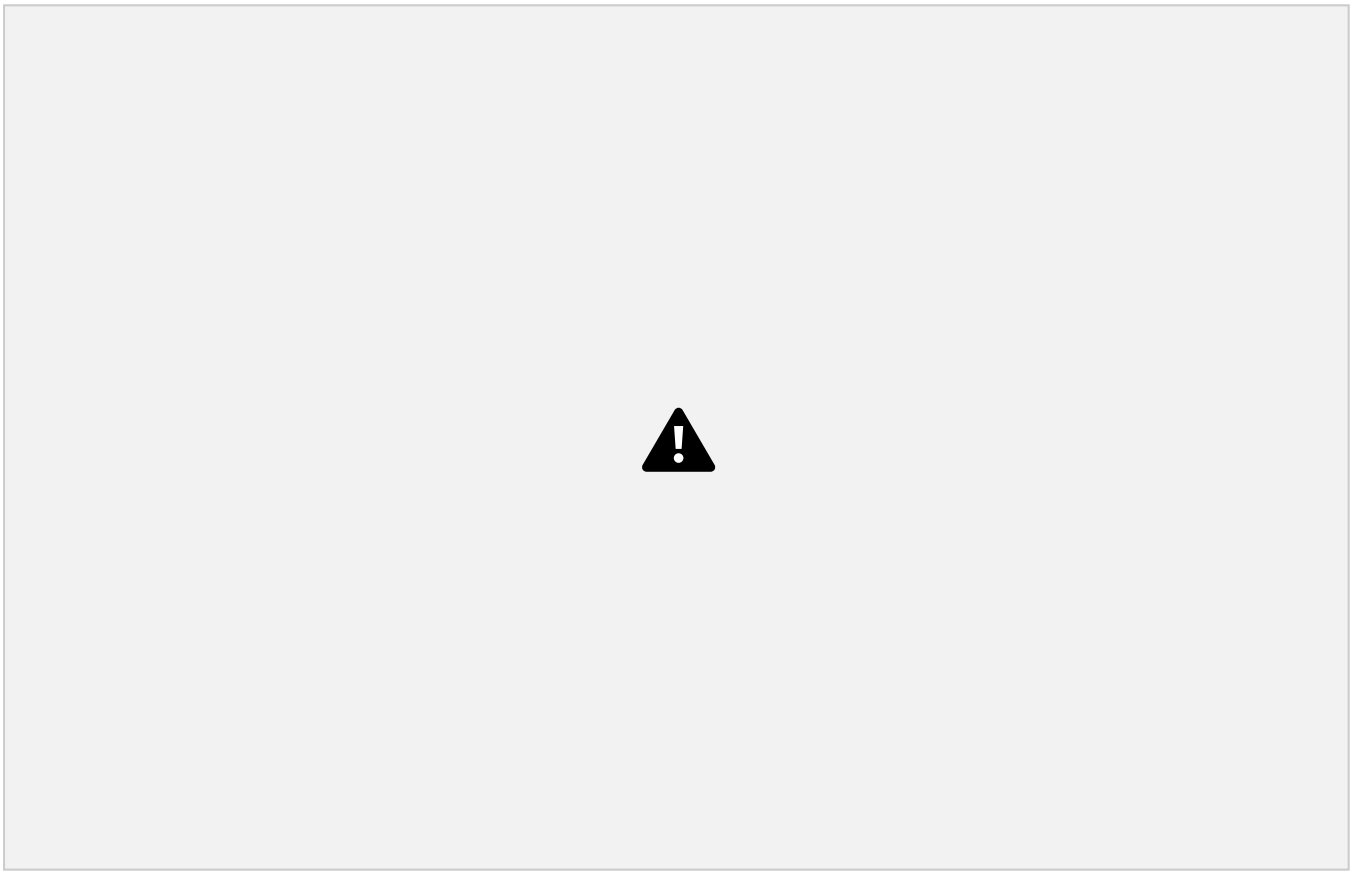
(b) Calculez la pulsation Z_0 à laquelle le deuxième fil vibre lorsque sa position de repos est légèrement perturbée. 190

7

8 9

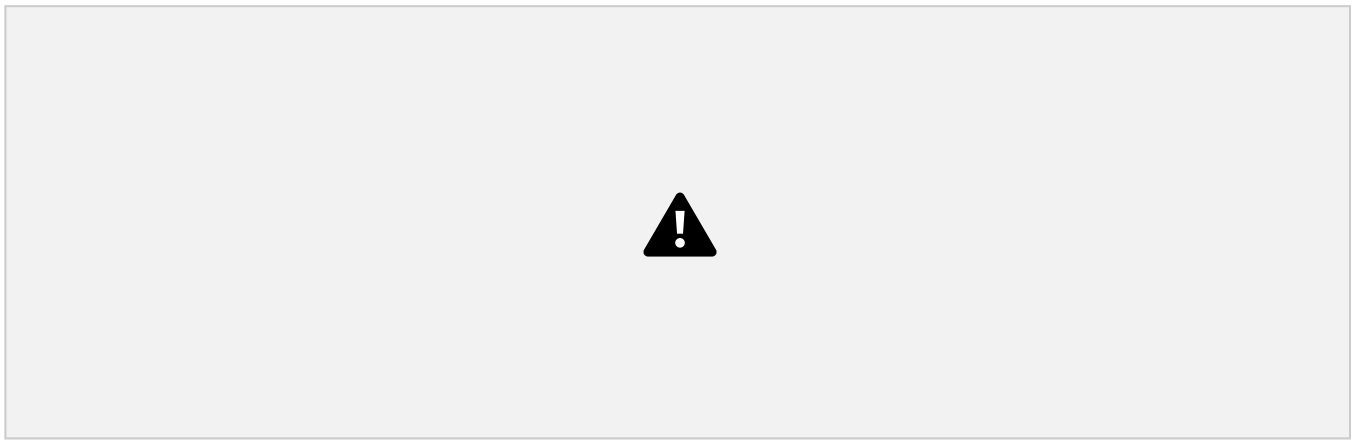
NOM :……

PRÉNOM :……



(b) Sachant que l'agitation harmonique se fait selon la fonction x(0,**t**) = **a** sin(2S**f t**), où **a** = 1,3 cm, calculez la coordonnée $\mathbf{x_0}$ de la corde au point **z** = $\mathbf{z_0}$ = 25 m au temps **t** = $\mathbf{t_0}$ = 1/16 s.

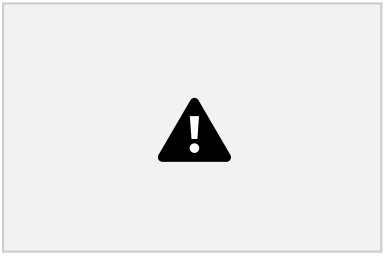
9. Démontrez qu'une onde plane électromagnétique se propageant dans le vide est caractérisée par un champ électrique perpendiculaire à sa direction de propagation.



120«««««««««««««««««

35e120«««««««««««««««

6(&7,213RO\WHFK $UFKL%LR,U ELIIH]ODPHQWLRQLQXWLOH



([DPHQpFULWGH3K\VLTXH*pQpUDOH

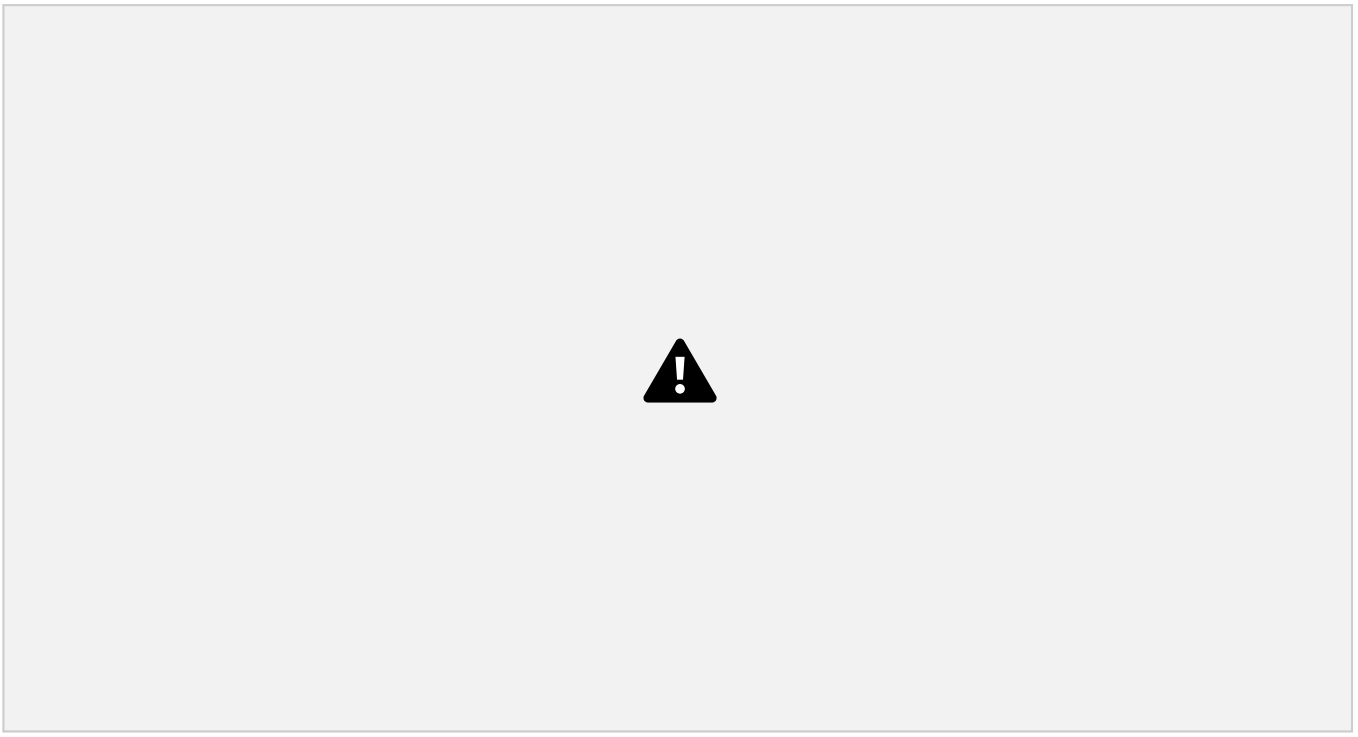
Modalités :

9pULILH]TXHFHWWHEURFKXUHFRPSRUWHSDJHV
,QGLTXH]LPPpGLDWHPHQWYRWUHQRPHWYRWUHSUpQRPFLGHVVXVHWVXUWRXWHVOHVSDJHVG
XTXHVWLRQQDLUH
0DLQWHQH]OHVIHXLOOHVGXSUpVHQWTXHVWLRQQDLUHDJUDIpHV
1¶XWLOLVH]TXHOHVIHXLOOHVGHEURXLOORQTXHO¶RQPHWjYRWUHGLVSRVLWLRQ
7RXWUpVXOWDWLQGLTXpHQ**dehors des cases** GHUpSRQVHQHVHUD**pas considéré**

/DSOXSDUWGHVTXHVWLRQVH[LJHQWODWUDQVIRUPDWLRQG
XQHIRUPXOHGHDVHRXODFRPELQDLVRQGH
SOXVLHXUVIRUPXOHVGHDVH1
pFULYH]SDVWRXVOHVGpYHORSSHPHQWVTXLYRXVRQWPHQpVjYRWUH
UpSRQVH6HXOHVOHVIRUPXOHVGHDVHHWOHVpWDSHVSULQFLSDOHVGHVGpYHORSSHPHQWVS
HXYHQWDSSDUDvWUH
DYHFOHUpVXOWDWDQDO\WLTXHHWOHUpVXOWDWFKLIIUpGDQVODFDVHSUpYXHjFHWWHIIHW

/HVUpSRQVHVVRXVOHXUIRUPHDQDO\WLTXHGRLYHQWrWUHH[SULPpHVHQXWLOLVDQW**les mêmes noms de variables que ceux donnés dans les énoncés correspondant**3RXUOHVYDULDEOHVTXLQHVHWURXYHQW SDVGDQVO pQRQFpOHFKRL[GXQRPHVWOLEUH

&RPPHQW H[DPHQHVWORQJLOYRXVHVWYLYHPHQWFRQVHLOOpGH**donner d'abord les formules de base et les résultats analytiques** GHWRXWHVOHVTXHVWLRQVDYDQWGHFDOFXOHUOHVUpVXOWDWVFKLIIUpV9HLOOH]jFH TXHWRXWHVOHVYDULDEOHVDSSDUDLVVDQWGDQVOHVUpVXOWDWVDQDO\WLTXHVVRLH QWGRQQpHVGDQVO pQRQFpR• VRLHQWFDOFXOpHVGDQVOHVVRXVTXHVWLRQVTXLSUpFqGHQW6LYRXVQ DYH]SDVOHWHPSVGHGRQQHUOHV



6RLWXQYROXPH**V** G¶XQPqWUHFXEHG¶R[\JqQH2jODWHPSpUDWXUH**T** GH*ƒ*

&HWjODSUHVVLRQDWPRVSKpULTXH **P** GHDWP

D&DOFXOH]ODPDVVH **M**

GHFHYROXPHG¶R[\JqQH

) RUPXOHVGHDVHXWLOLVpHVHWV\QWKqVHGXGpYHORSSHPHQW

5 **M**

pVXOWDWDQDO\WLTX H

5 pVXOWDWFKLIIUp **M**

E &DOFXOH]O¶pQHUJLHGHURWDWLRQPR\HQQH**ER** G¶XQHPROpFXOHG¶R[\JqQHGHFHYROXPH

)

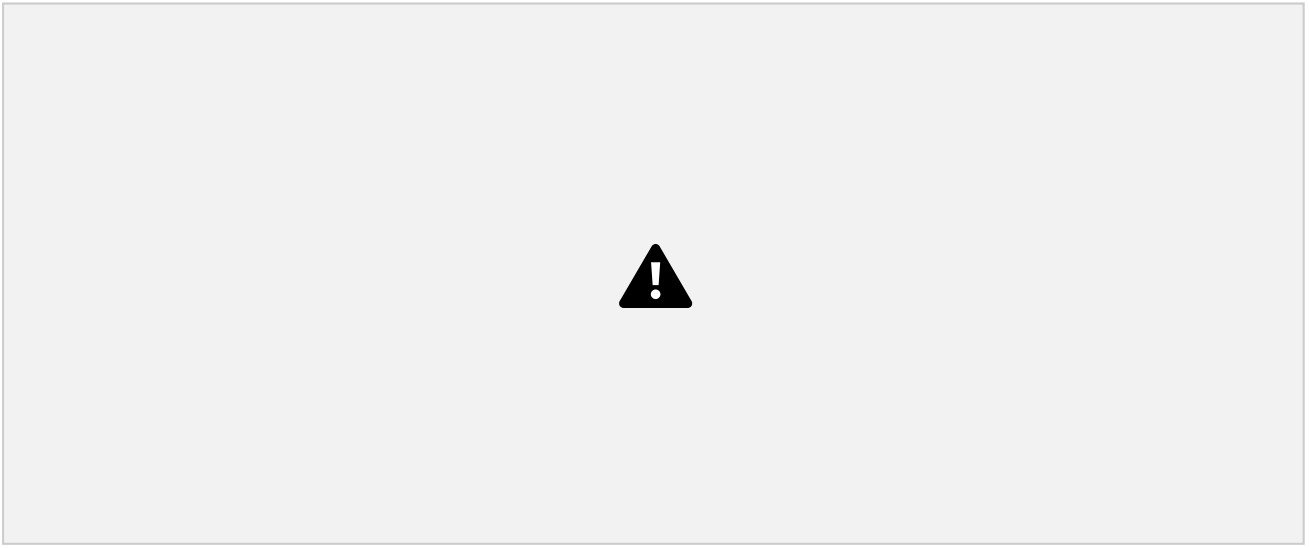
RUPXOHVGHDVHXWLOLVpHVHWV\QWKqVHGXGpYHORSSHPHQW

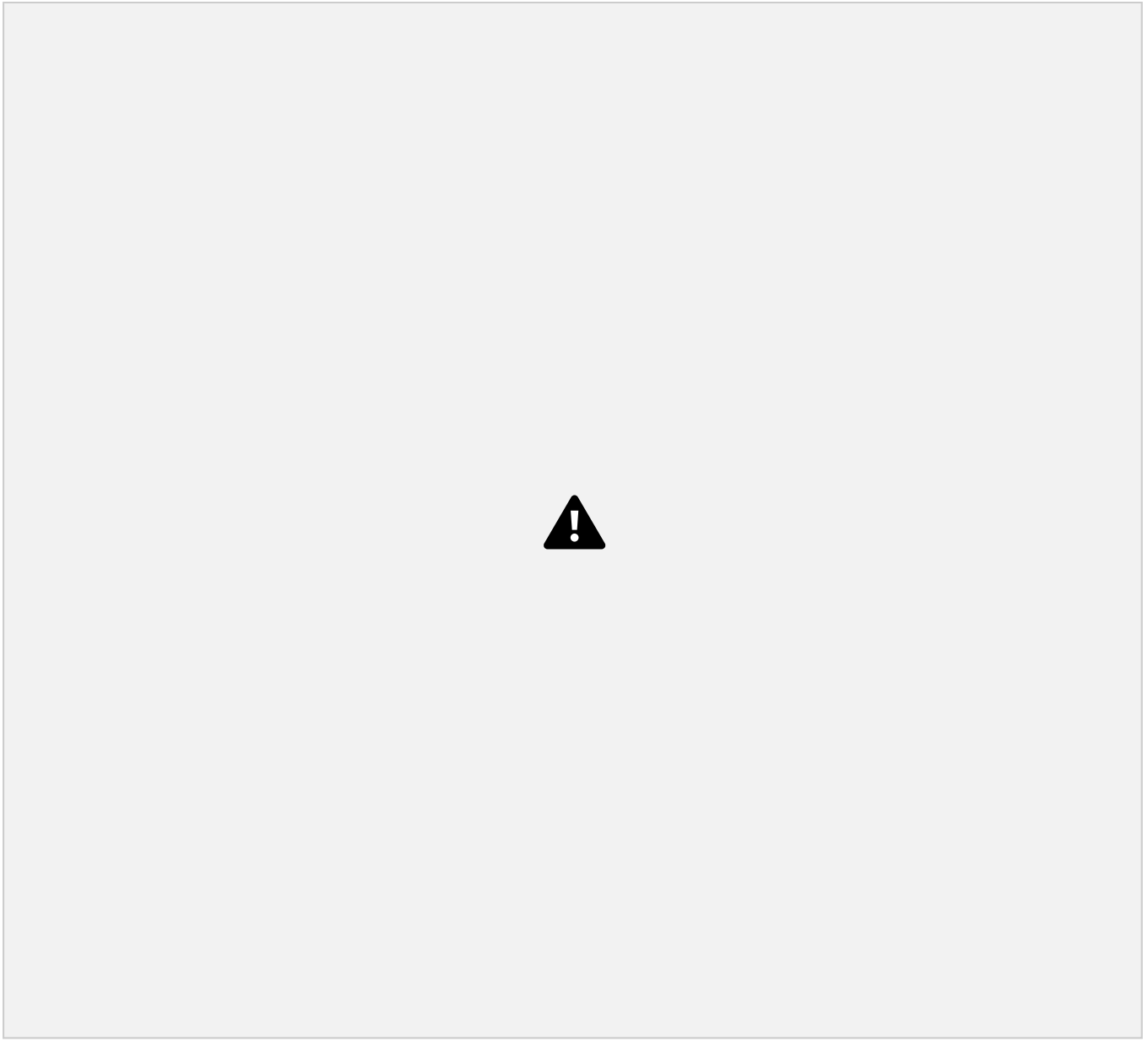
5 E_R
pVXOWDWDQDO\WLTX
H

5 pVXOWDWFKLIIUp E_R 195

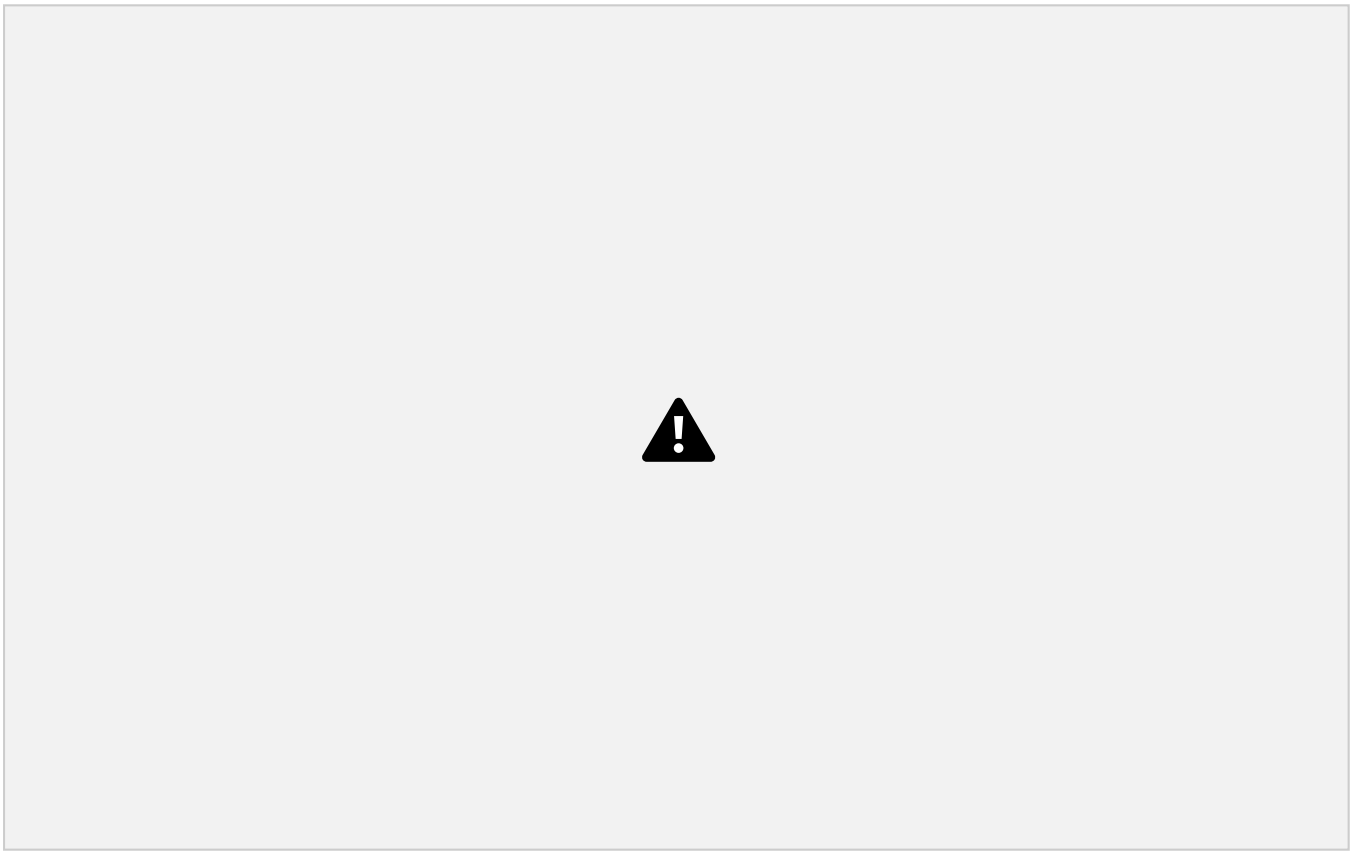
120«««««««««««««««

35e120«««««««««««««««





197



E&DOFXOH]ODTXDQWLWpGHFKDOHXU**Q** QpFHVVDLUHjFHWWHWUDQVIRUPDWLRQ

120«««««««««««««««

35e120«««««««««««««««

F &DOFXOH]ODSURGXFWLRQG¶HQWURSLH**'S** GHFHWWHWUDQVIRUPDWLRQ

FDVHUpVHUYpHDX[FRUUHFWHXUV

4.

8QPRWHXUPXQLG¶XQHFKDPEUHjSLVWRQFRQWHQDQWGHO¶KpOLXPIRQFWLRQQHVXUEDVHG¶XQF\FOHWKHUPRG\QD

PLTXHFRQVWLWXpGVWUDQVIRUPDWLRQVVXLYDQWHVHQWUHOHVpWDWVWKHUPRG\QDPLTXH V**abc** HW**d ab**

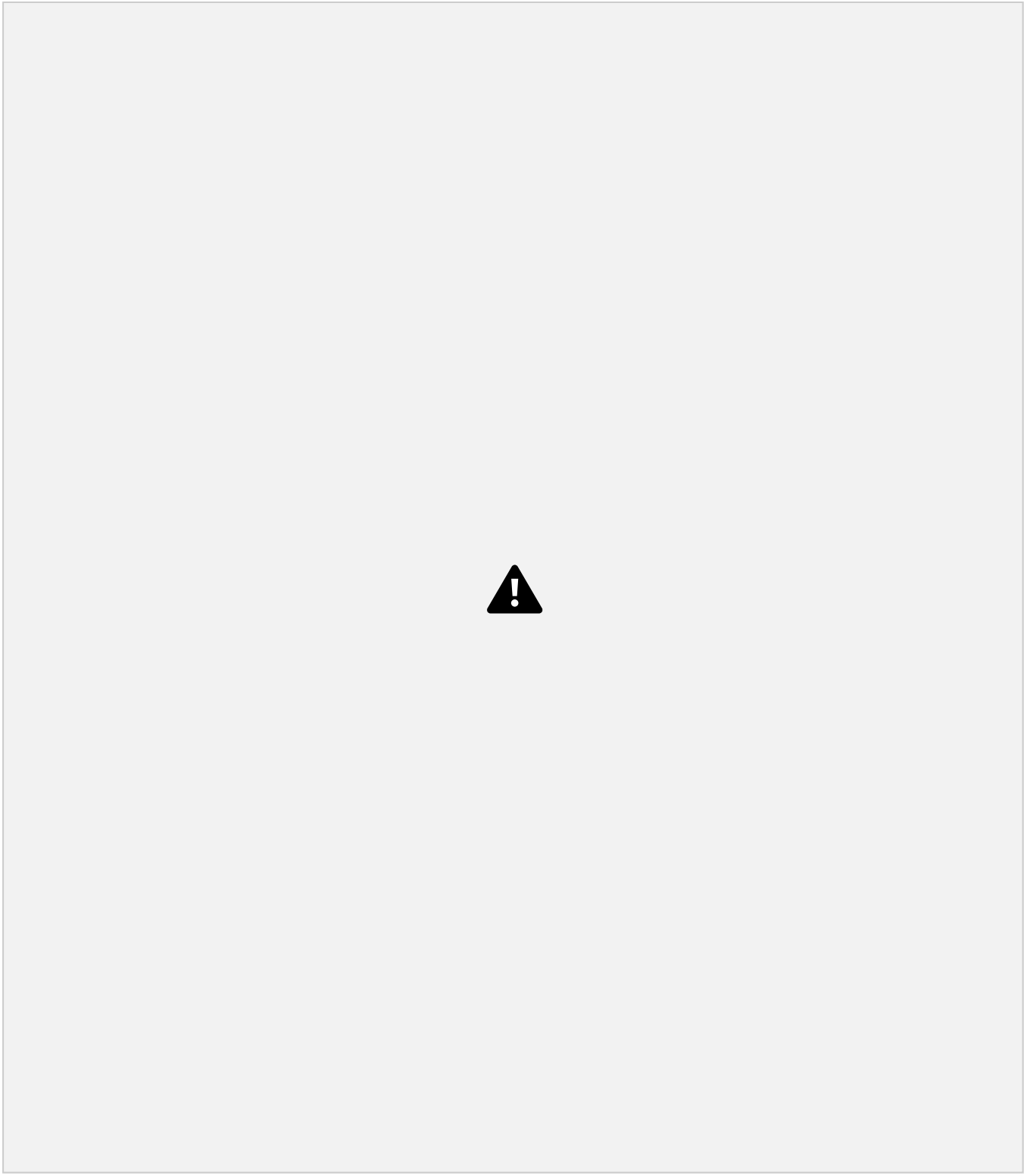
FRPSUHVVLRQLVRWKHUPH**bc** GpWHQWHLVREDUH**cd** GpWHQWHDGLDEDWLTXHHW**da** WUDQVIHUWGHFKDOHXULVRFKRUH

/HVpWDWV**ab** HW**c** VRQWUHVSHFWLYHPHQWFDUDFWpULVpVSDUOHVJUDQGHXUVVXLYDQWHV**T**a *f*

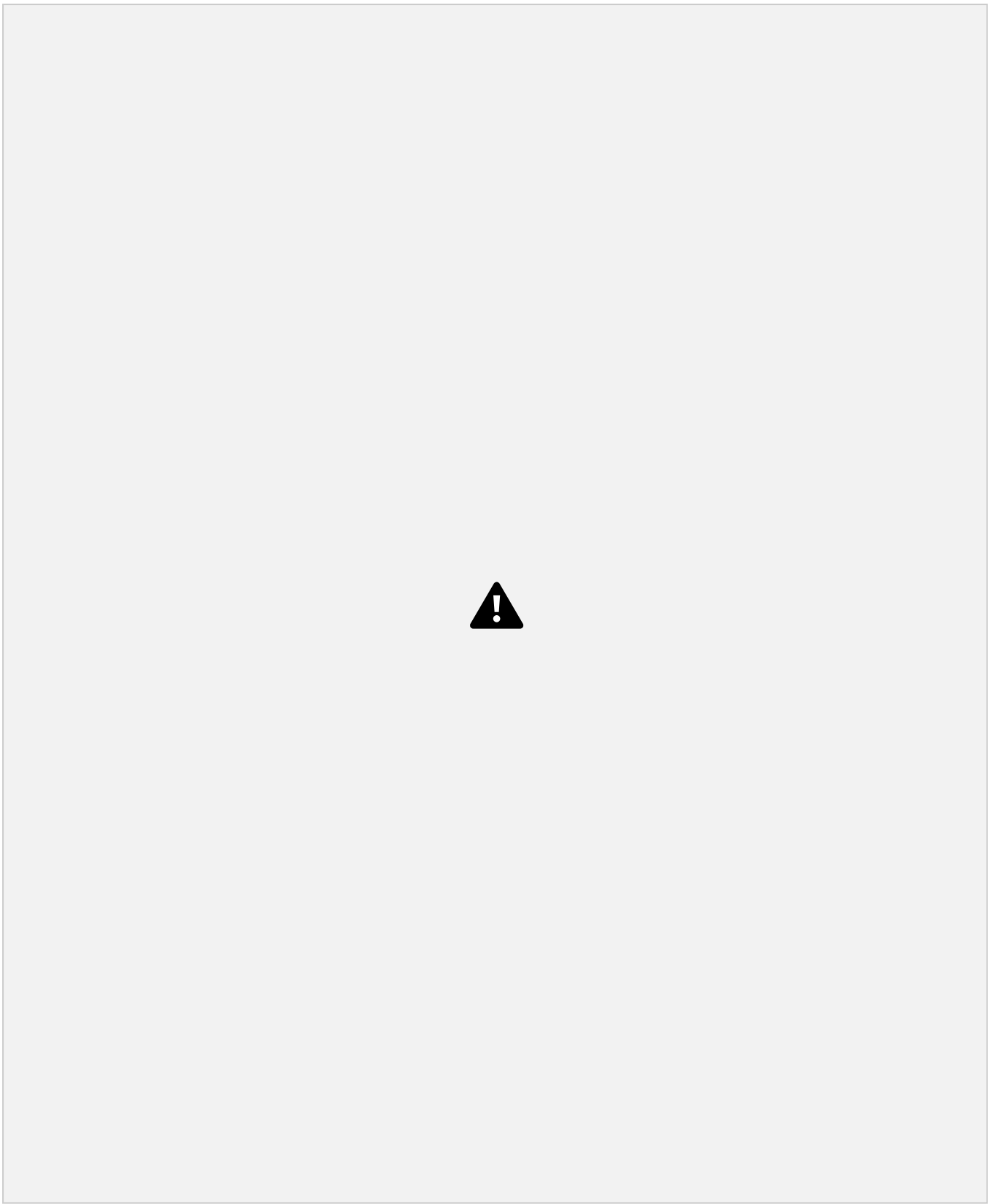
&**V**a OLWUHV **V**b FP HW**V**c FP OHVH[SUHVVLRQVPDWKpPDWLTXHVGHVFKDOHXUVHWWUDYDX[GHV

WUDQVIRUPDWLRQVVRQWVXSSRVpHVFRQQXHVLOQHIDXWSDVOHVUHGpPRQWUHUGDQVYRWUHV\QWKqVH

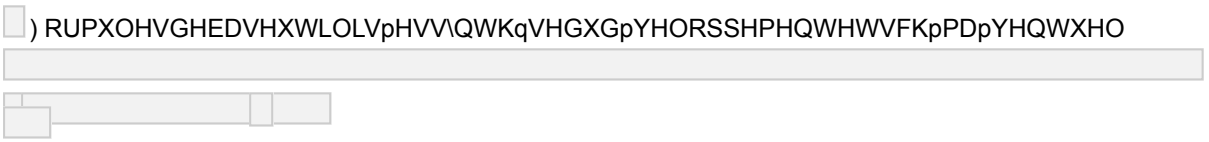
D&DOFXOH]ODSUHVVLRQ**P**a TX¶LOIDXWLPSRVHUjO¶pWDW**a** SRXUEWHQLUXQWUDYDLO**W** GH VXUXQF\FOHGXPRWHXU



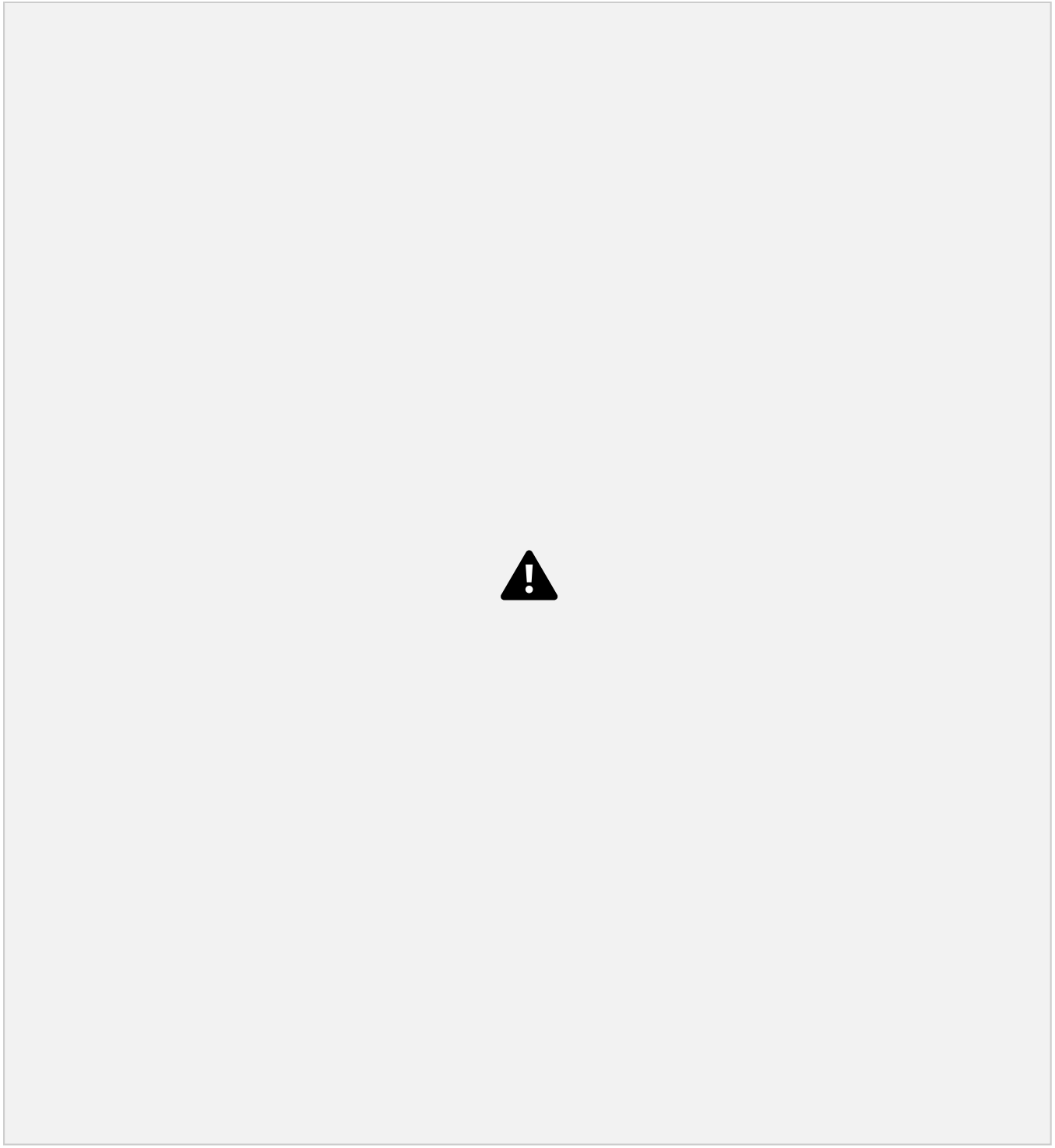
6. 'pPRQWUH]GHIDoRQDXVVLFRPSOqWHTXHSRVVLEOHTXHODVHFRQGHHVWODGLPHQVLRQGXSU

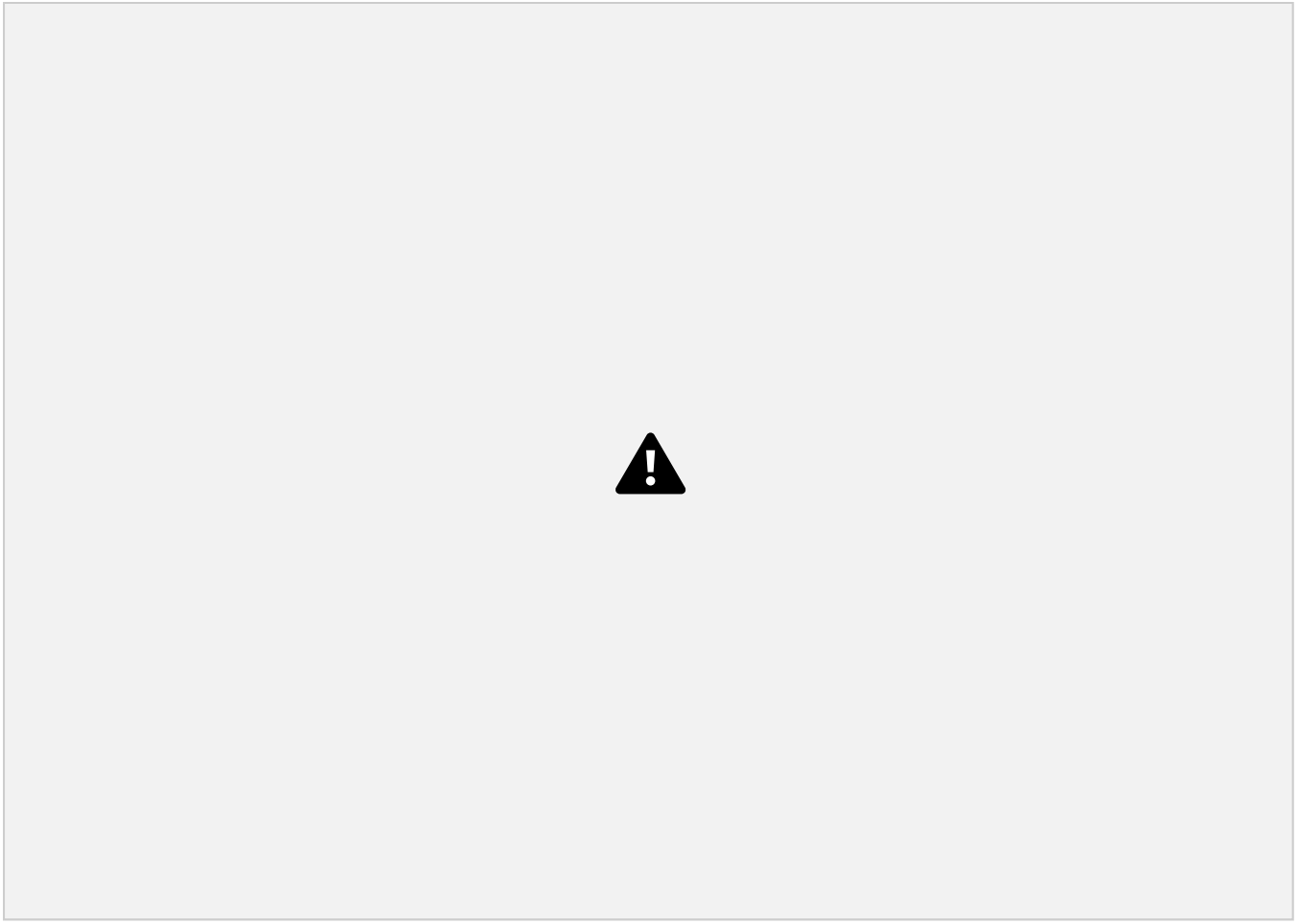


7. /HVFKpPDFLFRQWUHPRQWUHXQHFKDUJHpOHFWULTXHSRQFWXHOOHSRVLWLYH**q** VLWXpHVXUO¶D[H**z** G¶XQUHSqUHFDUWpVLHQjXQHGLVWDQFH**h** GHODVXUIDFHSODQH



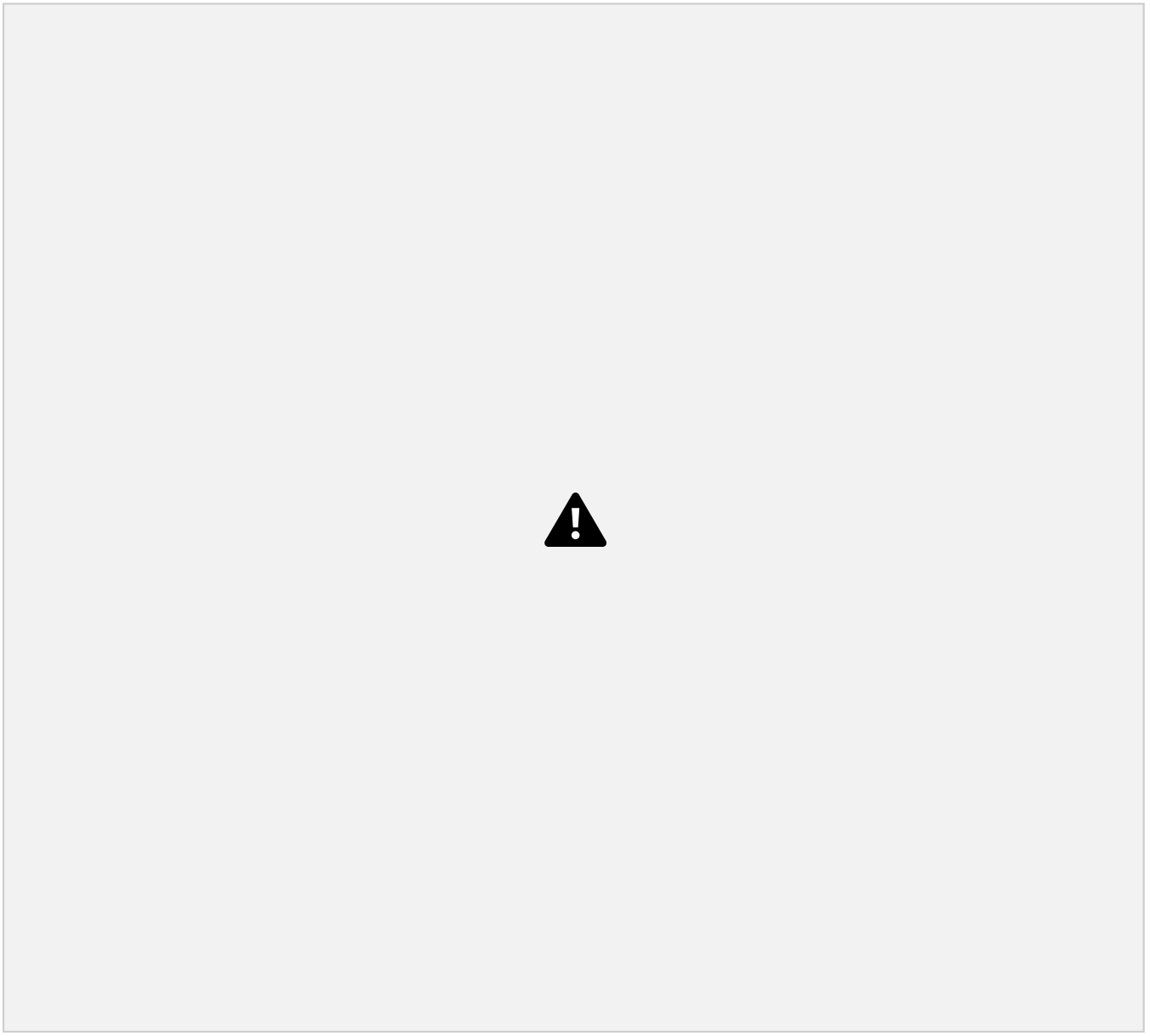
5 **B**U
pVXOWDWDQDO\WLTX
H
PDJQpWRVWDWLTXH**B**9RXVVHUH]QRWpVVXUODFODUWpGHYRWUHGpPRQVWUDWLRQ 210



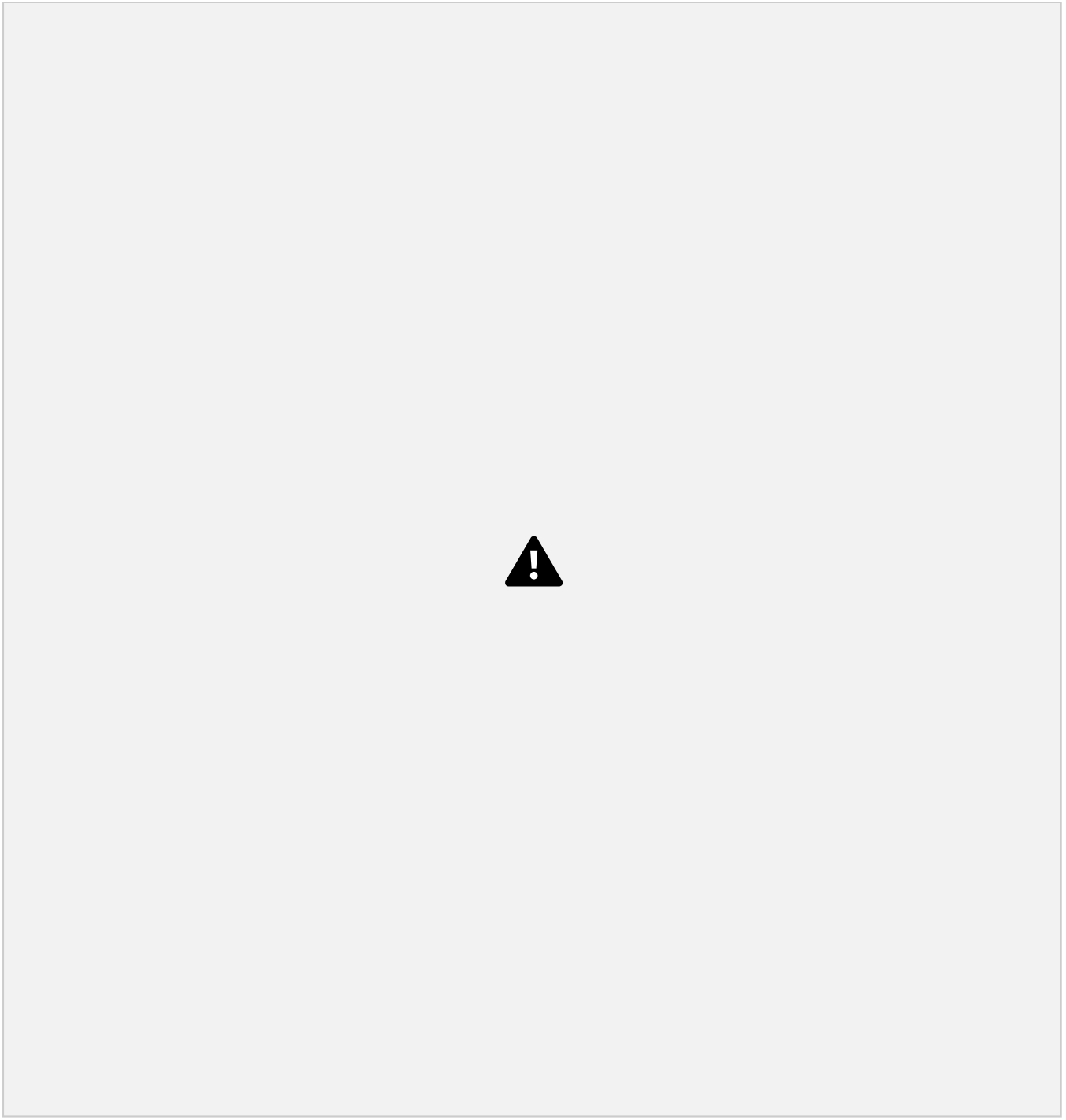


b) &DOFXOH]OHPRGXOHWGXPRPHQWGHIRUFHTXHVXELWO¶DLPDQWVLO¶DQJOHTYDXWƒ

PDVVH**m** PJFKDUJHpOHFWULTXH**q** GHP&



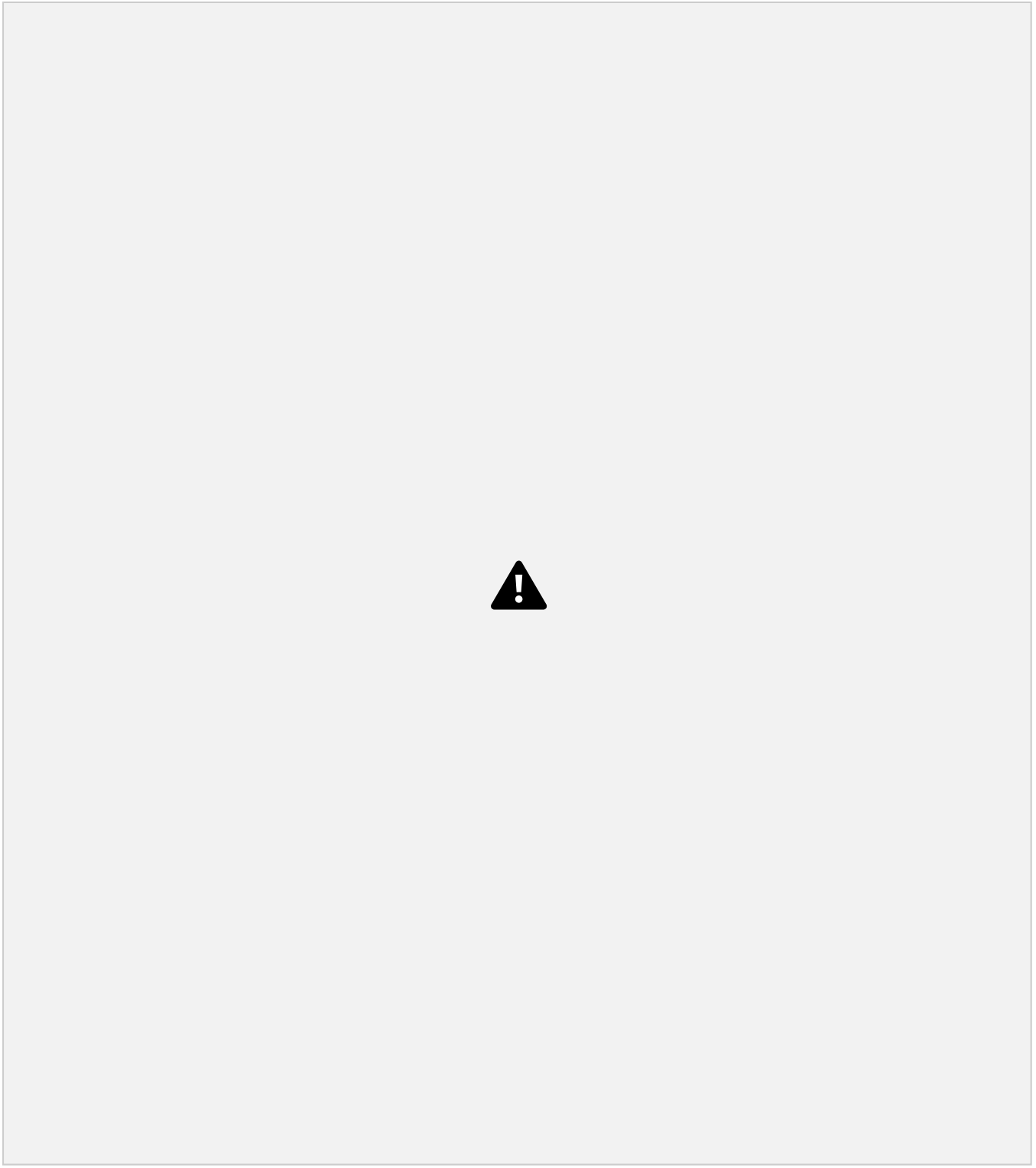
a) &DOFXOH]ODIRUFH**F** TXHVXELWODFKDUJHpOHFWULTXH**q**



\

120««««««««««««««««

35e120««««««««««««««



YLGHGRQWOHFKDPSpOHFWULTXHHVWGRQQpSDUO¶H[SUHVVLRQ**E A**

FRV**k**]±ZWHVWXQHRQGHWUDQVYHUVH

FKDPSpOHFWULTXHSHUSHQGLFXODLUHjODGLUHFWLRQGHSURSDJDWLRQ9RXVVHUH]QRWpVXUO DFODUWpGHYRWUH

GpPRQVWUDWLRQ

1. Soit un cycle thermodynamique à gaz parfait diatomique constitué de deux transforma tions reliant les états « a » et « b ». Une des transformations, notée 1 sur le schéma ci

P

b

contre, est une compression isotherme passant du volume $\mathbf{V_a}$ au volume $V_b = \mathbf{V_a}/10$.

P_b

L'autre transformation, notée 2 sur le schéma, est telle que la pression évolue linéaire **2**

ment en fonction du volume entre les états « b » et « a ». Calculez le travail W_2 de la transformation 2 ainsi que le rendement r de ce cycle (coup de pouce : faites le bilan

P_a1
a

énergétique complet de la transformation 2).

Formule(s) de base utilisée(s), schéma(s) éventuel(s) et synthèse du développement :
V_b **V_a**
V

Résultat analytique : W_2 = , r =

I

S

2. Le schéma ci-contre montre un fil conducteur de section **S** et de longueur **L** dont la conductivité varie en fonction de x selon la formule $\sigma(\mathbf{x}) = \sigma_0(1+\mathbf{ax})$. Le potentiel

σ

appliqué à l'extrémité du fil est $\mathbf{V_0}$. Calculez le courant I passant dans le fil ainsi que la distribution de potentiel électrique le long du fil V(x).

et synthèse du développement :
V 0 L x 0

Formule(s) de base utilisée(s), schéma(s) éventuel(s)
, V(**x**) =

Résultat analytique : I =

y

3. Le schéma ci-contre montre en coupe un cylindre infiniment long de base annulaire de rayons **a** et **b**. Ce cylindre véhicule une densité de courant uniforme **J** dans la

J B ?

r

direction de son axe (confondu avec l'axe **z** du système de coordonnées

θ

×

z **a b x**

cylindriques **r**, θ, **z**). Calculez l'expression analytique du champ magnétique B généré par cette configuration de courant en tout point situé à une distance **r** de l'axe **z** telle que **a** < **r** < **b**.

Formule(s) de base utilisée(s), synthèse du développement, graphe et schéma(s) éventuel(s) :

Résultat analytique :

B =

plaque supra-conductrice pliée en forme de U de largeur l, de longueur **L** et de hauteur **h** << **L**, l . Cette plaque est connectée

l l

-l

à une source de tension continue **V**.

Sur base de la connaissance du

champ _

y

z **h**/2

0

L

x

2

magnétique d'une paroi de courant, calculez le module E_i du champ électrique induit régnant au sein des plaques situées dans les plans z = ±**h**/2.

V

I

-**h**/2 l–2

4. Le schéma ci-contre montre une

Formule(s) de base utilisée(s), synthèse du développement, graphe et schéma(s) éventuel(s) :

Résultat analytique : E_i =

5. Le schéma ci-contre représente un filtre électrique (comportant une résistance **R** et deux condensateurs identiques de capacité **C**) alimenté par une source de tension harmonique $V_e = V_m \cos(\omega t)$. Le signal de sortie du filtre est la tension V_s mesurée aux bornes situées sur la droite du schéma. Calculez la fonction de transfert réelle du filtre $T(\omega) = |V_s|/|V_e|$ et calculez le déphasage $\varphi(\omega)$ des oscillations de la tension de sortie V_s par rapport à la tension d'entrée V_e.

Formule(s) de base utilisée(s), synthèse du développement, graphe et schéma(s) éventuel(s) :

Résultat analytique : T(ω) = , φ(ω) = **6.** Question réservée au 6ème

chapitre du cours de la section IRCI1.

7. Une chambre à piston contient le mélange d'une mole d'azote (N_2) et d'une mole d'Hélium (He) à la température ambiante de 20°C. Le mélange est comprimé brusquement par l'application sur le piston d'un travail mécanique de 300 J. Calculez la température finale du mélange en degrés Celsius.

8. Au sein d'un matériau conducteur de conductivité $\sigma = 3{,}4\ \Omega^{-1}m^{-1}$ règne la distribution de potentiel électrique $V(x, y, z) = \mathbf{a}x^2yz$, où $a = 1\ Vm^{-4}$. Calculez le module J de la densité de courant au point (1, 2, -1) [m].

magnétique

× ××× **a**

z

$^{2\,2}$B (2xy1 y 1 x 1) = −− $_{xyz}$

où **a** = 1 Tm^{-2}. Calculez la valeur absolue du courant **I** qui passe au travers du cadre de forme carrée reliant les point (0,0,0), (1,0,0), (1,1,0) et (0,1,0) [m]. On suppose que le

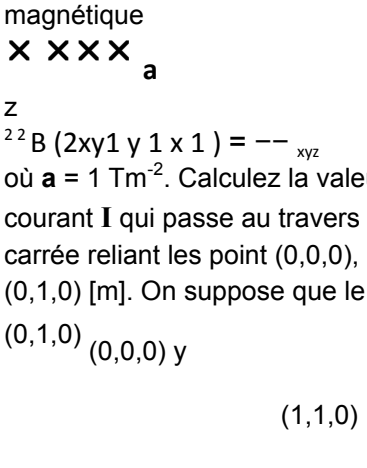
(0,1,0) (0,0,0) y

9. Dans une région de l'espace règne un champ champ électrique est nul dans la région concernée.

x (1,0,0) (1,1,0)

I

spire

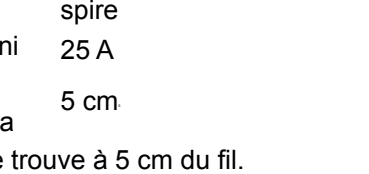


10. Le schéma ci-contre montre un fil rectiligne infini véhiculant un courant de 25 A et une spire rectangulaire de 10 cm de large et 5 cm de haut. La se déplace à la vitesse v de 5 m/s dans le sens indiqué par la flèche. Calculez la force électromotrice aux bornes de la spire à l'instant précis

25 A

5 cm

où celle-ci se trouve à 5 cm du fil.



1 µF

12. Question réservée au 6ème chapitre du cours de la section IRCI1.
10 cm

11. Calculez la fréquence angulaire ω à laquelle il faut utiliser le filtre V_e **v** représenté ci-contre pour qu'il provoque une atténuation de la tension d'un facteur 1/2.

V_s

200 Ω

Examen de Physique, PHYS-H-1001-101-100, IRC11-IRB11-IRAR1, janvier 2020

1. Le schéma ci-contre montre une pompe à chaleur à piston fonctionnant selon, le principe suivant : V_b V Pa ,T_a La chambre à piston contient initialement un volume Vad'air à la pression atmosphérique environ nante Paet à la température ambiante Ta. À l'aide du piston, l'air est détendu lentement de façon à ; assurer à tout moment l'équilibre thermique avec l'environnement. Cette détente se fait jusqu'à un volume x fois plus grand que volume initial Va, soit Vb= X Va. L'air est ensuite comprimé très échappement rapidement (de façon à pouvoir négliger les échanges thermiques avec l'environnement) jusqu'à son volume initial V^a. L'air est alors totalement évacué vers l'extérieur via une soupape afin d'alimenter --+, un système de chauffage. Après cette phase d'échappement, un volume V_ad'air frais environnant est admis par une autre soupape afin de boucler le cycle. Les phases d'échappement et d'admission admission P^a ,T_a doivent être considérées de façon globale comme un simple refroidissement isochore. Sachant que l'effet utile utile de la pompe à chaleur est l'échauffement de l'air, calculez le coefficient de performance du dispositif (rapport entre l'énergie thermique générée et le travail nécessaire). Représentez de façon qualitative mais aussi précise que possible le cycle thermodynamique correspondant dans les axes ci-dessous.

Cec je,,, 4À,MZe ,ratefilelYeWL 1;•ta mi(09,44/Le_
h c

(iy
1/4

02z_tÀ. , 1,1ATA **ve- &."***4*

C- 24) 27h Mid

)--FcV,, T6 *V6 ..r.: Tek \ 1 '*

'44 "iv 1 **2411**

— Vt de - ....----..... *l't* b c

L K +11,i)et, A (x-24ek 11)

2. Le schéma ci-contre montre une tige cylindrique de section **S** et de longueur **L** chargée avec la

densité volumique de charge p(y) = alyi où a est une constante et y est une des coordonnées du repère cartésien indiqué. L'axe de la tige est confondu avec l'axe y. En supposant cette tige infiniment mince, calculez le champ électrique É(x) qu'elle génère en tout point de l'axe x. Calculez ensuite le champ électrique dans une approximation du premier ordre en (x/L)2(cf. approximation dipolaire) correspondant à la situation pour laquelle x » **L.** Déduisez-en la charge électrique totale Q portée par la tige.

C dix

/)sÀuS

(› _

tel

- e›tÈjt(eigxtieo t2c<e4

ci:17- ƒ2-- x

f -e----1 colir x - utlie L I- ecirl 1

5--=- isu-t-q1A v

EifLI 2 &e td (1 . te yc i0 - ei iQ J

L — ait c

e 1 -ii

Résultat analytique :

-+ f 4

(x

= 2,,fe 4 1,27, A x

4 — LI

(x» L) =

KSL2- Q If

2x 2-

\lit -=1 2

2

46ME.X1

3. Le schéma ci-contre montre une courte section d'un cylindre creux de longueur **L** et de section annulaire de rayon intérieur **a** et de rayon extérieur **b.** L'axe du cylindre est disposé le long de l'axe z d'un système de coordonnées cylindriques. Dans le cylindre circule un courant électrique total I de densité uniforme d'orientation polaire, soit $\mathbf{J}r_0$. Sachant que le champ magnétique est en tout point parallèle à l'axe du cylindre et en considérant la longueur **L** de ce dernier comme infinie (c-à-d, **L» a, b),** calculez le module du champ magnétique que génère cette distribution de courant en tout point de l'espace, soit B(r). Expliquez et justifiez votre démarche le plus clairement possible. Représentez B(r) de façon qualitative mais aussi précise que possible dans les axes ci

dessous.

(mais clairement) l'origine du phénomène de résistance au passage du courant électrique
s, démontrez la loi d'Ohm sous ses formes locale et non-locale. Définissez à cette occasion,
ductivité et de résistance électrique. De même, après avoir établi un bilan énergétique sur le
résistance électrique soumise à une différence de potentiel, démontrez la loi qui régit l'effet
ne part importante sur la clarté de vos développements.

no

.4 5e1r7e71:1
Loi d'Ohm non-locale

L
E,V z

T= re,1-7V -

1/
ite

1 —) #Pél "/ **au** d

66'4)- eLl'tà-

/lb ciletbetiL
tet,yee'ec

(me-A-Us-Je)

(le ei,tlkeégu)

itettvevir r \f,def

2!ib \

5. Calculez la différence d'entropie entre les états a et c du cycle de la question 1, soit AS. = S. — Se, sachant que le rapport de compression x vaut 10 et que, pour les états a et c, le nombre de moles d'air (moles d'oxygène + moles d'azote) dans la chambre à piston est n = 0,3.

fAS411-- e 7;- **Te- Tit**

z —ASee.,S 3 -/i<

T ---- ? i 6. Le schéma (a) ci-contre montre en coupe une paroi d'épaisseur L et de surface S séparant deux) , 1 S (a (13) régions de températures **Tc=** 20 °C et Tf = 0 °C. Le schéma (b) montre dans les mêmes conditions H 1 fil

1 15 S la même paroi doublée d'un isolant thermique de même épaisseur L et de même surface S. Sachant TcTf I T,,':« Tf que l'isolant permet de diminuer le débit de chaleur H d'un facteur **f =** 1/3, calculez la température 1 Ti mesurée entre la paroi et l'isolant thermique. -7--• *r r*

...+1-i'of....

1 i.

t *ÉC*c- - Tie)

L(7.Tc T441)+/T4 = 43

7. Le schéma ci-contre montre un cylindre conducteur de section S = 2,3 cm2et de longueur L = 10 cm dont l'axe est disposé le long de l'axe x d'un repère cartésien. La conductivité électrique du cylindre est variable selon la formule Ge = a/(L+x) où a = 1.5 n-1. Sachant que le cylindre est soumis à une différence de potentiel **V** de 4,5 V entre ses extrémités, calculez le courant I délivré par la source de tension et donnez l'expression analytique du module du champ électrique le long de l'axe x, soit E(x).

e= a/(L+x) L

2_

,4 3L

(£:)

C S o 3L2

AI(_ (I, +x) *..c_*

i>ç.2.1/ (I-7c) —— **V** 40

eLS L 0-i() *req,S rée)512,*

0

8. Dans une région de l'espace règne une distribution de potentiel donnée par l'expression V(x, y, z) = -a(y+b)(z + **c)** où a =2 V/m2, b = 1 m et **c =** 1,5 m. Calculez l'angle 0 que fait le champ électrique avec l'axe z au point (0, 0, c) [m].

oc

&-7V:

*É-70/ 0c):: 2*etc *,i-* **+ 4**47

euti 2tetc *„„ 94* °

9. Le schéma ci-contre montre un projectile possédant une masse m et une charge électrique **q** 3 **mm** mC.

Le projectile est lancé dans l'entrefer d'un aimant de section carrée où règne un champ • magnétique uniforme de module B =1,5 T. Sachant que le projectile ressort de l'entrefer après un temps At = lms, calculez-en la masse. *-Dg*

4'0\e‘r ge P 41y3 lo

Q

-

10. Le schéma ci-contre montre une spire semi-circulaire de rayon R = 5 cm véhiculant un courant I = 2A dans le sens indiqué. La spire se situe dans le plan y = 0 du repère cartésien. Calculez le moment de force 'igue subit cette spire lorsqu'elle est plongée dans le champ magnétique à = (B_o, Bo, Bo) où Bo = 3,2 T. /4 .4

o

ie2 5 13,,

Q,17?k^{2} -1) -2

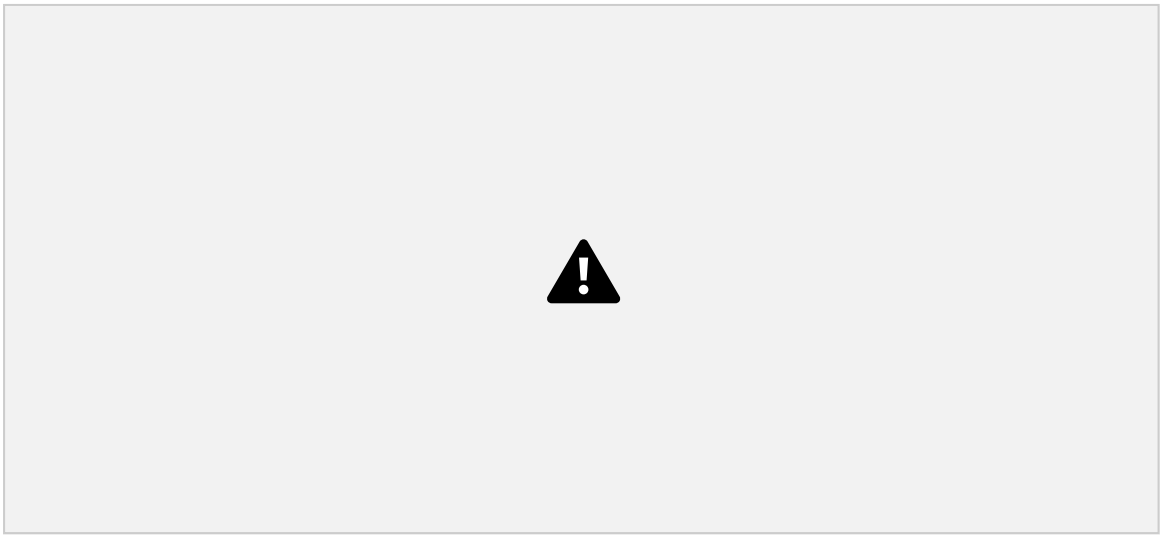
Question 1

Question 2

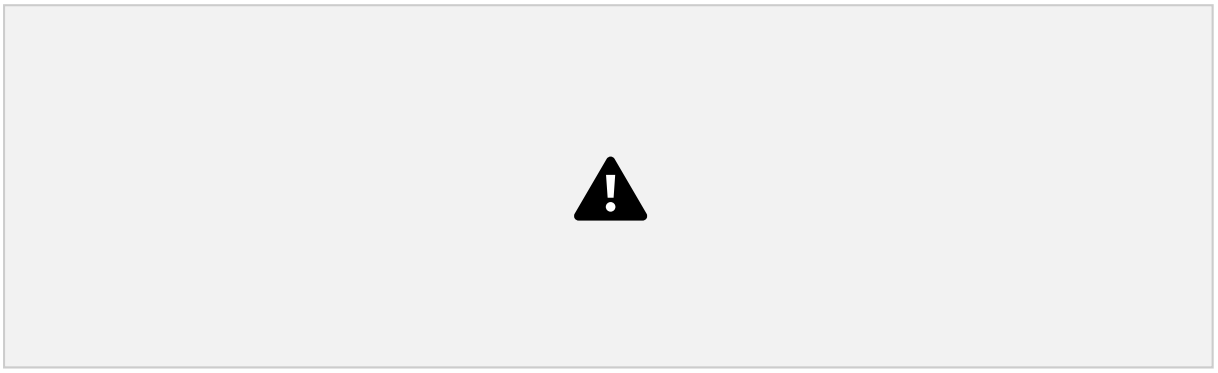
Question 3

Question 4

Question 5

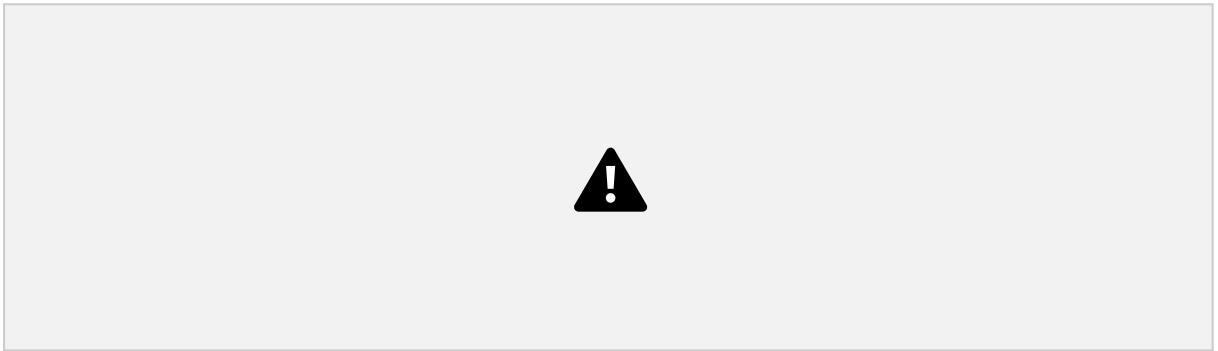


Question 6

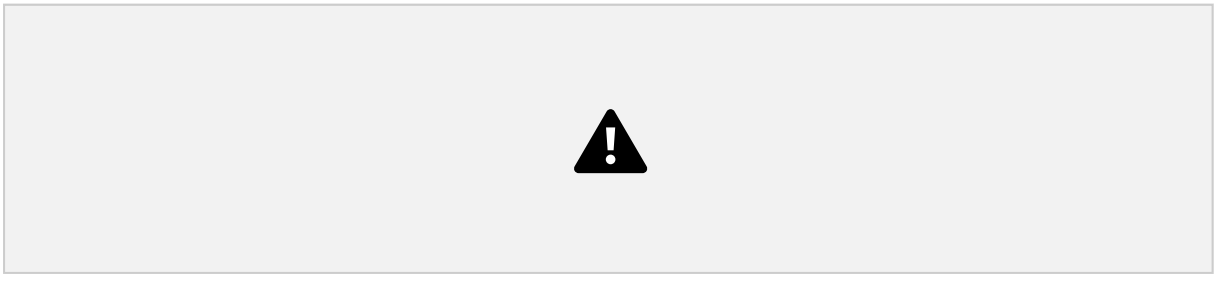


Question 7

Question 8



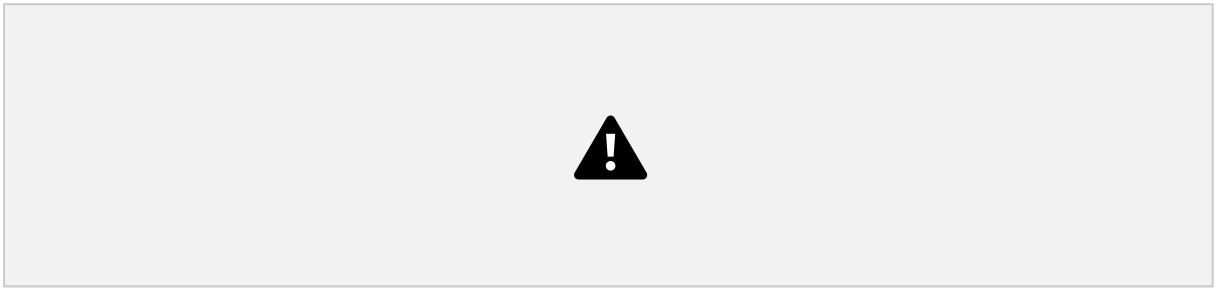
Question 9



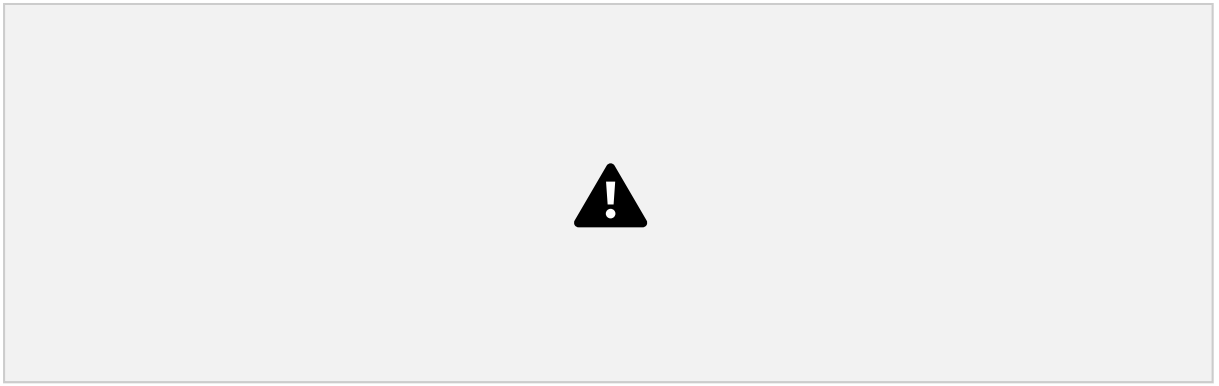
Question 10

Question 11

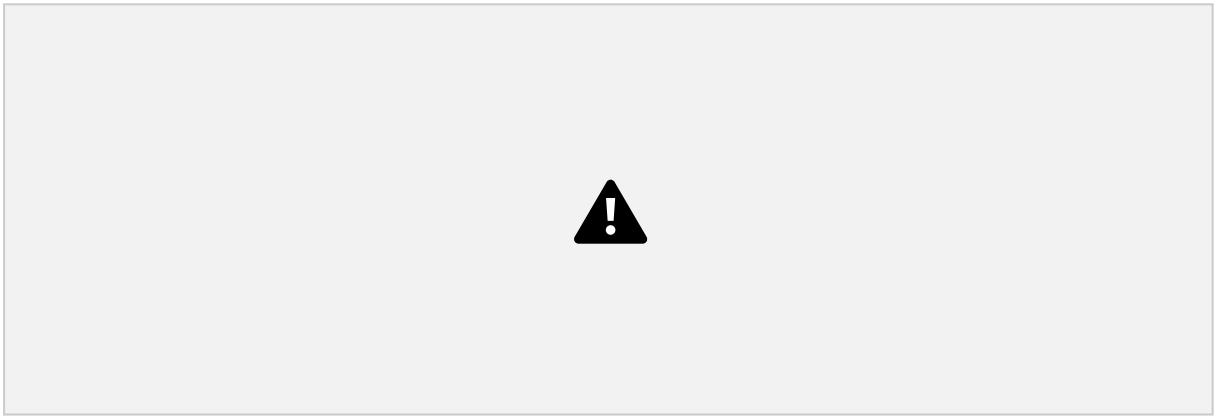
Question 12



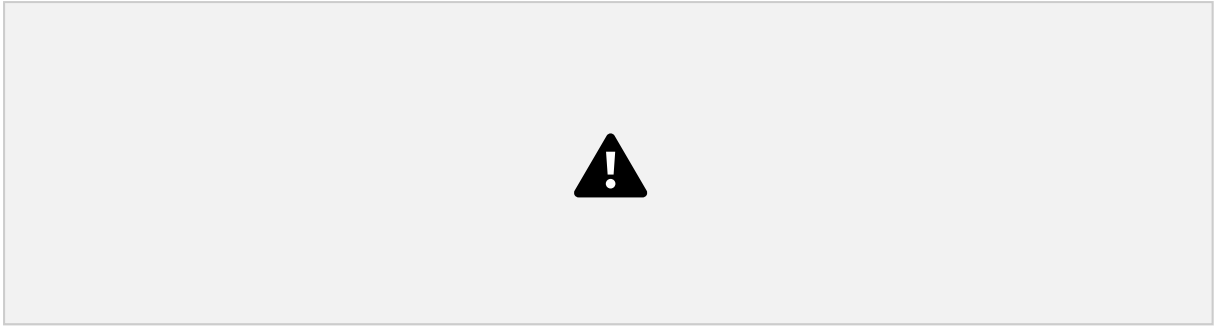
Question 13



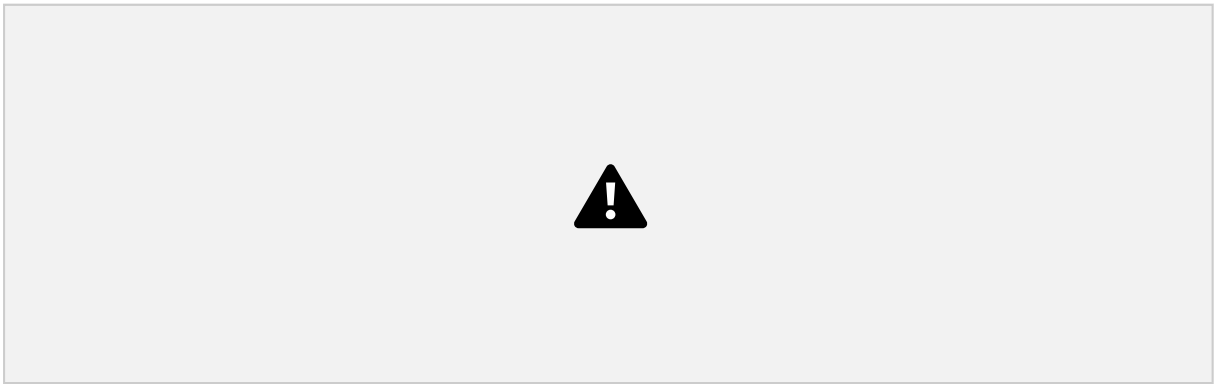
Question 14



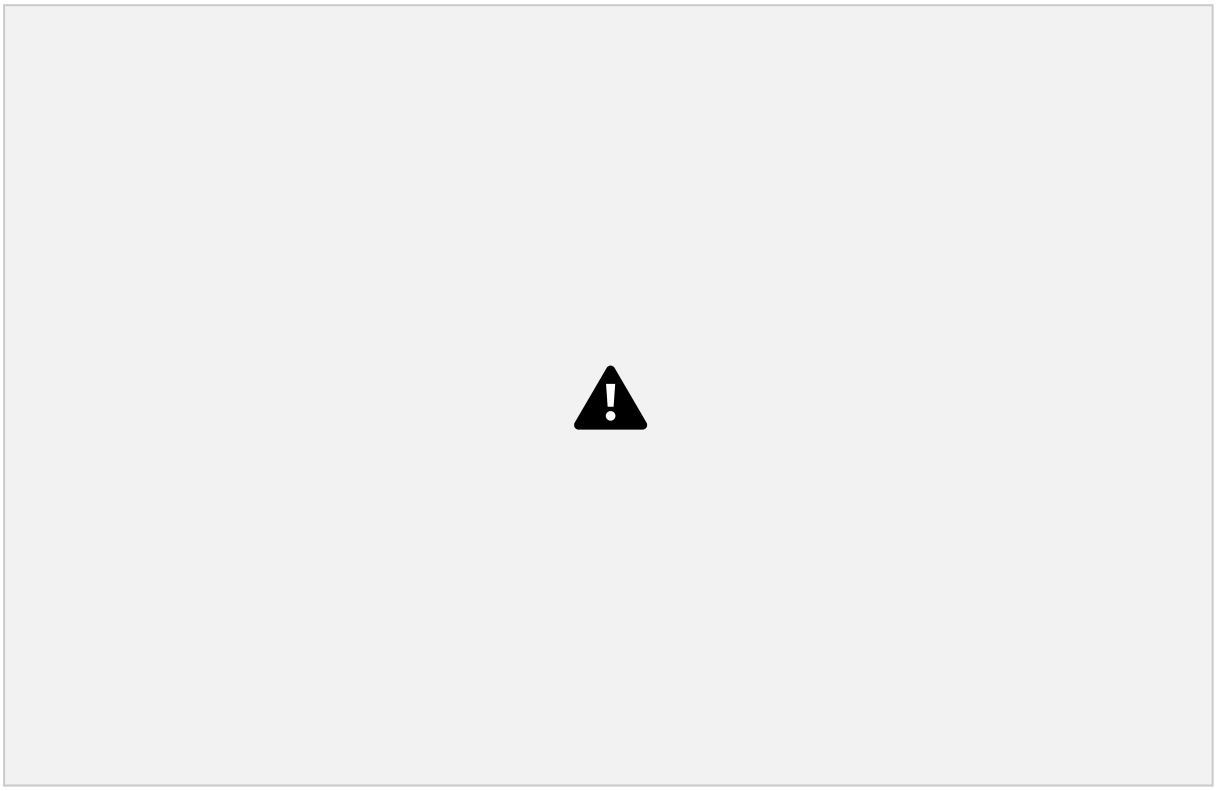
Question 15



Question 16



Question 17



Question 18

Question 19

Question 20

mennss popouurr ll''UUVVbi biss oouu TTeeaams ms

: : coconnssuullltteezz ttoouutteess lleess iinnffooss... ⋯ ✕

Accueil Mes cours Ⓟ Cours actuel Besoin d'aide ?

Cacher les blocs Vue standard

Question 1 Incorrect

Commencé le samedi 30 mai 2020, 14:00 État Terminé

Terminé le samedi 30 mai 2020, 15:30 Temps mis 1 heure 30 min

☎ Navigation du test

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16

Noté sur 3,00

Marquer la question

Acher une page à la fois Terminer la relecture

Noté sur 3,00

Marquer la question

A la pulsation de résonance du circuit, soit, la somme des tensions du condensateur et de l'inducteur est nulle, soit

A la pulsation de résonance du circuit, soit, la tension et le courant présentent des oscillations en phase (pas de déphasage entre la tension et le courant

C'est à la pulsation de résonance du circuit, soit, que la puissance Joule dissipée dans la résistance est minimale.

Pour une pulsation inférieure à la pulsation de résonance du circuit, soit, les oscillations de la tension présentent un retard par rapport aux oscillations du courant.

Pour une pulsation supérieure à la pulsation de résonance du

cir cuit, soit, l'a mplitu de de la tension du con densateur est plus gran de que

l'a mplitu de de la tension de l'in du cteur, soit

Seulela composante en du champ magnéti que de cette onde est non nulle.

Pour quelle expression de cette fonction soit physiquement acceptable, il faut impérativement que la relation suivante soit vérifiée :

L’angle que fait la direction de propagation de cette onde avec l’axe vaut

La longueur d’onde de cette onde plane vaut

L’intensité de cette onde lumineuse est proportionnelle à

Noté sur 1,00

Marquer la question

Question 4 Incorrect

Noté sur 2,00

Marquer la question

Noté sur 2,00

Marquer la question

Noté sur 2,00

Marquer la question

Noté sur 2,00

Marquer la question

Noté sur 3,00

Marquer la question

Noté sur 2,00

Marquer la question

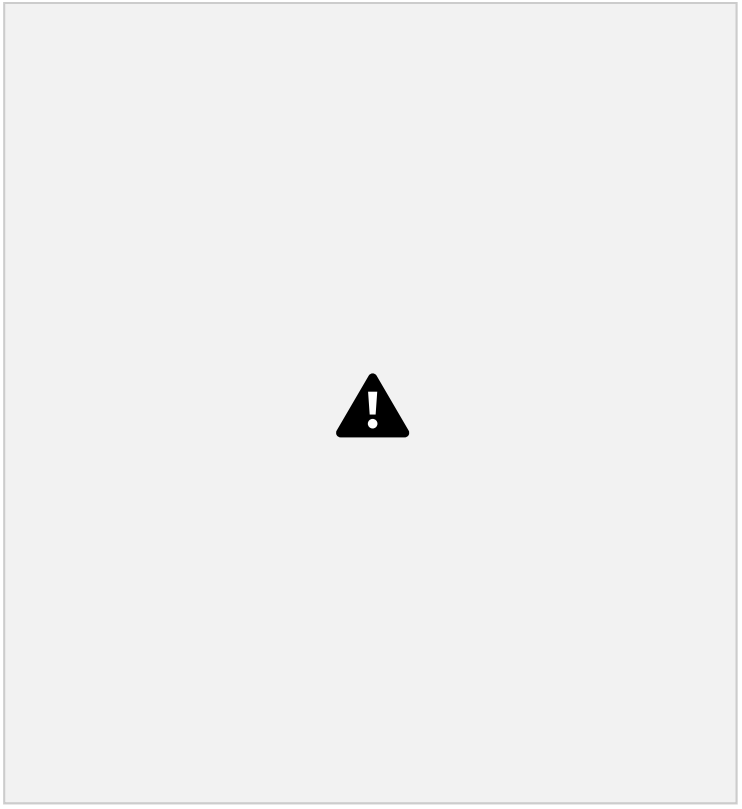
1280 Hz

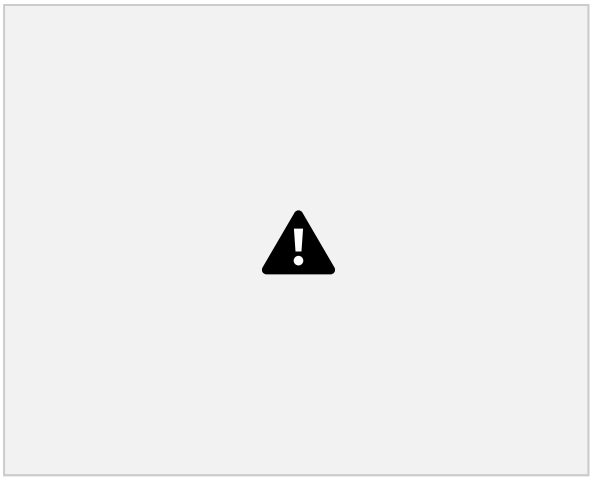
6,60e6 Hz

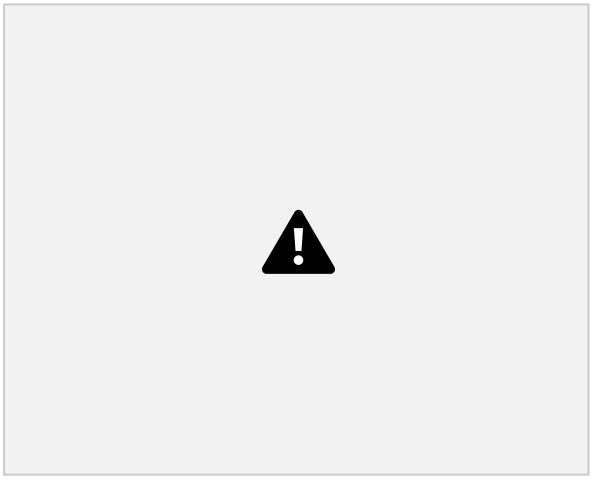
1820 Hz

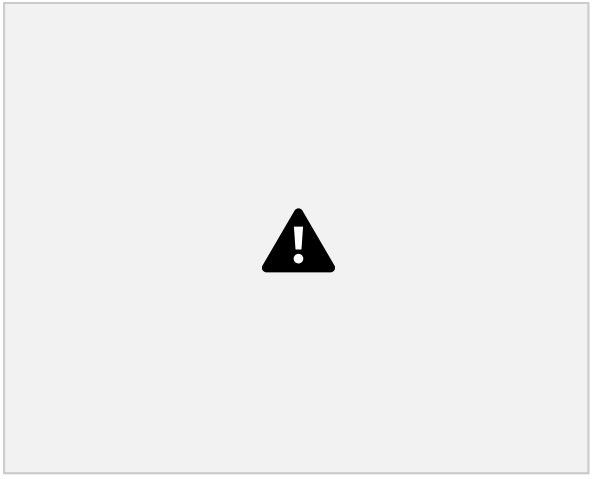
3,30e6 Hz

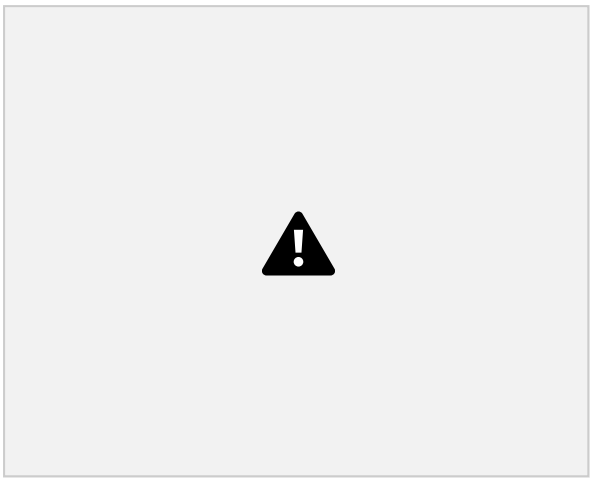
2570 Hz

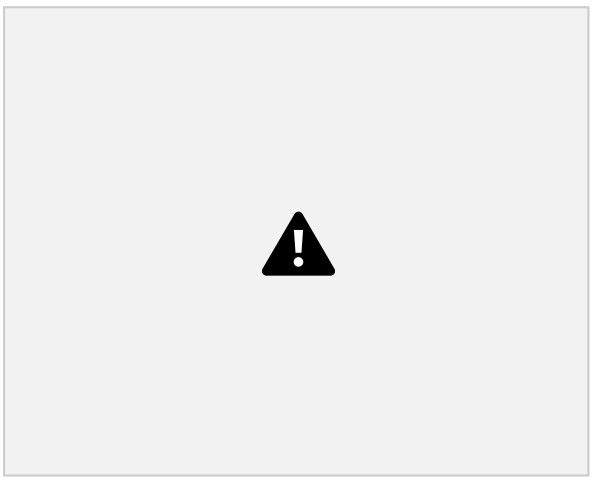


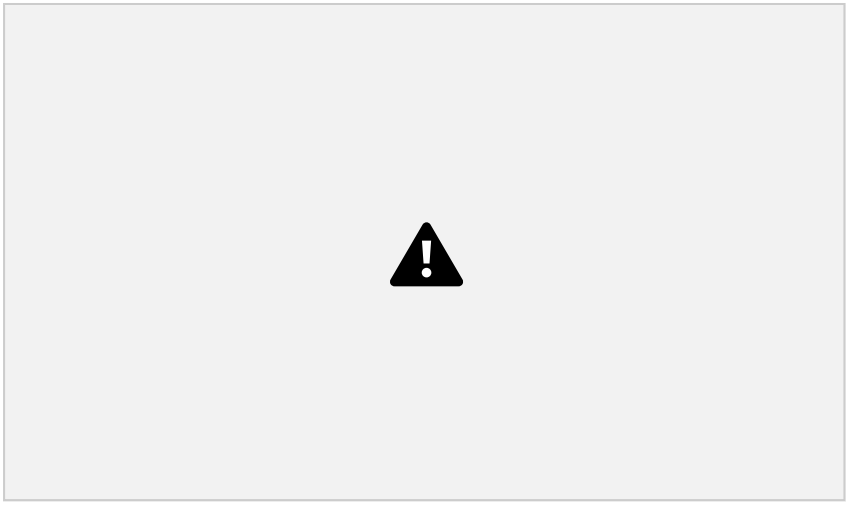












2,83e4 m/s

9000 m/s

1420 m/s

949 m/s

1340 m/s

0,612 s

0,962 s

0,306 s

1,92 s

3,85 s

–

–

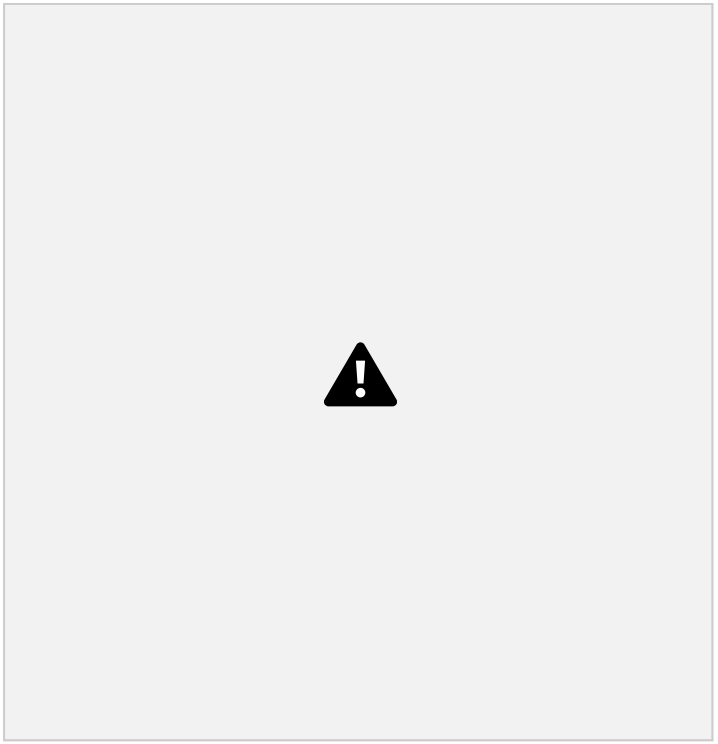
4,38 microns

4,38e-6 microns

3,39 microns

3,39e-6 microns

1,70e-6 microns



Pour atteindre le régime "stationnaire" dont il est question dans l'énoncé, la charge portée par les gouttelettes doit être négative.

Un champ électrique s'est établi devant la paroi. Il est dirigé vers la paroi.

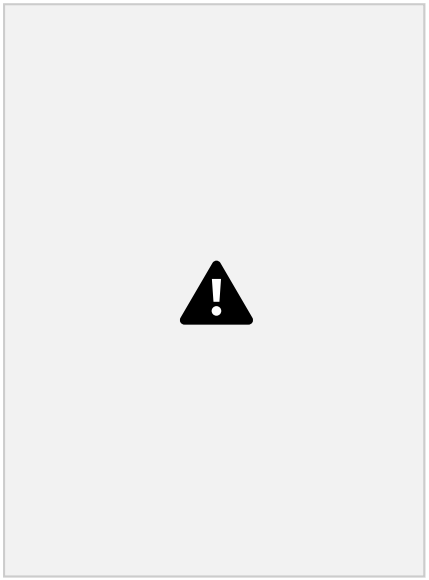
Plus la vitesse de chute est grande (toute autre grandeur étant maintenue constante), plus la quantité de charge électrique accumulée sur la paroi est grande.

Plus la charge portée par les gouttelettes est grande (toute autre grandeur étant maintenue constante), plus la quantité de charge électrique accumulée sur la paroi est grande.

–

alors la densité surfacique de charge électrique accumulée sur la paroi vaut en module

–

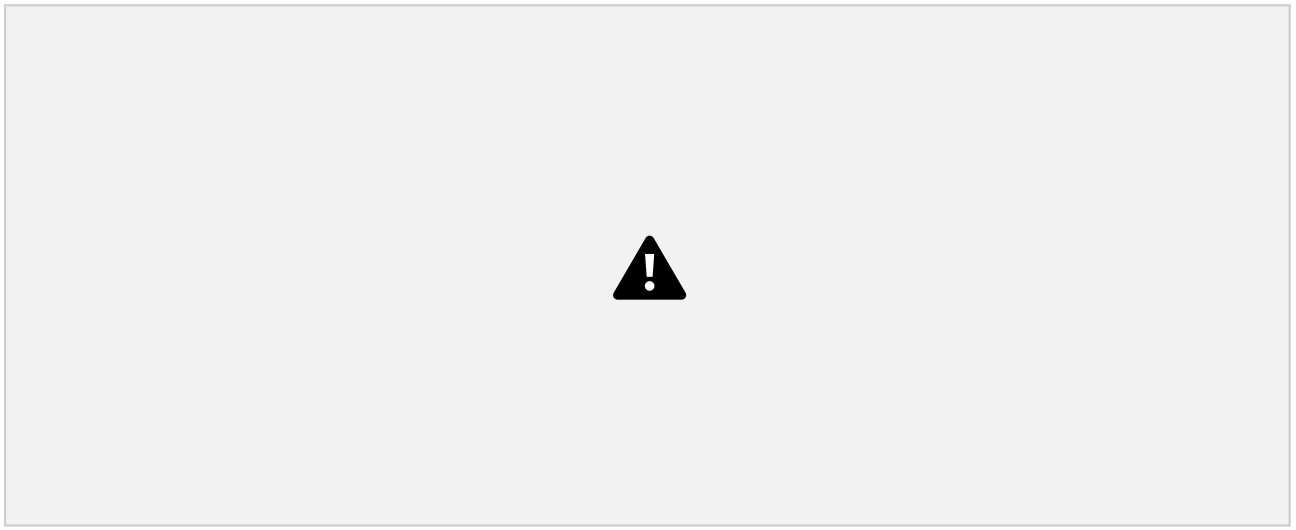


Noté sur 3,00

Marquer la question

81,1 g

62,4 g



ne pas

–

–

–

–

–

–

–

Question 11

Partiellement correct

Noté sur 3,00

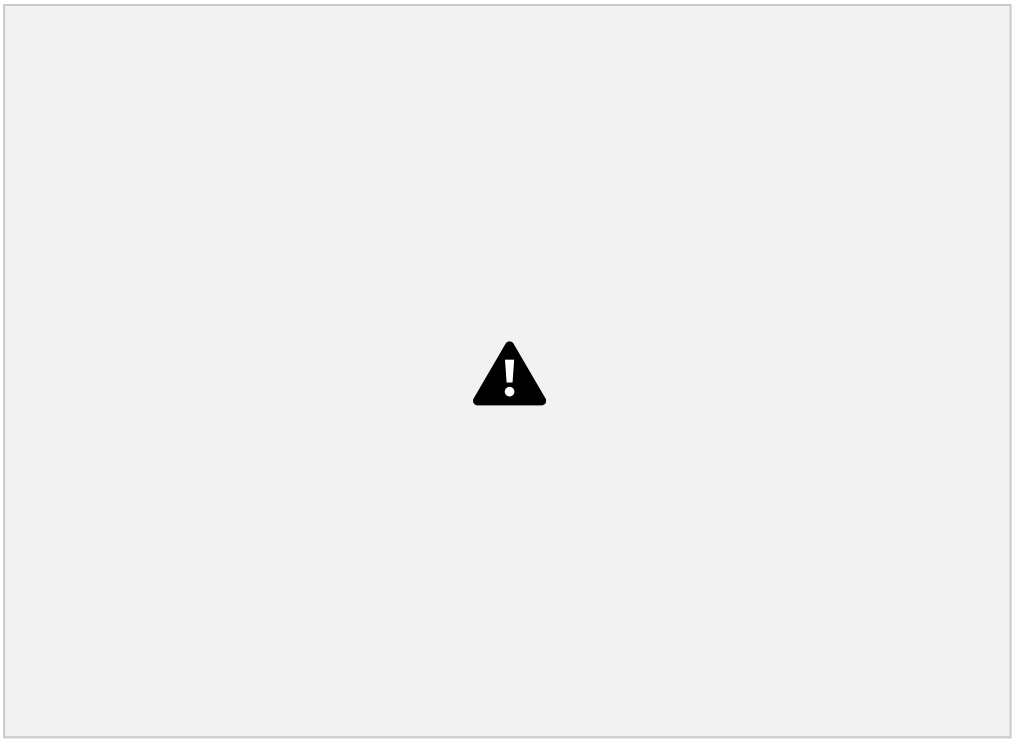
Marquer la question

Noté sur 3,00

Marquer la question

Noté sur 3,00

Marquer la question



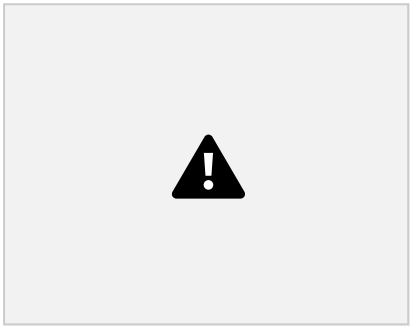
L’amplitude des variations harmoniques du courant circulant dans la spire vaut

La force électromotrice aux bornes de la résistance prend sa valeur minimale lorsque

Le débit de chaleur dissipée par la résistance est nul lorsque où n est un entier.

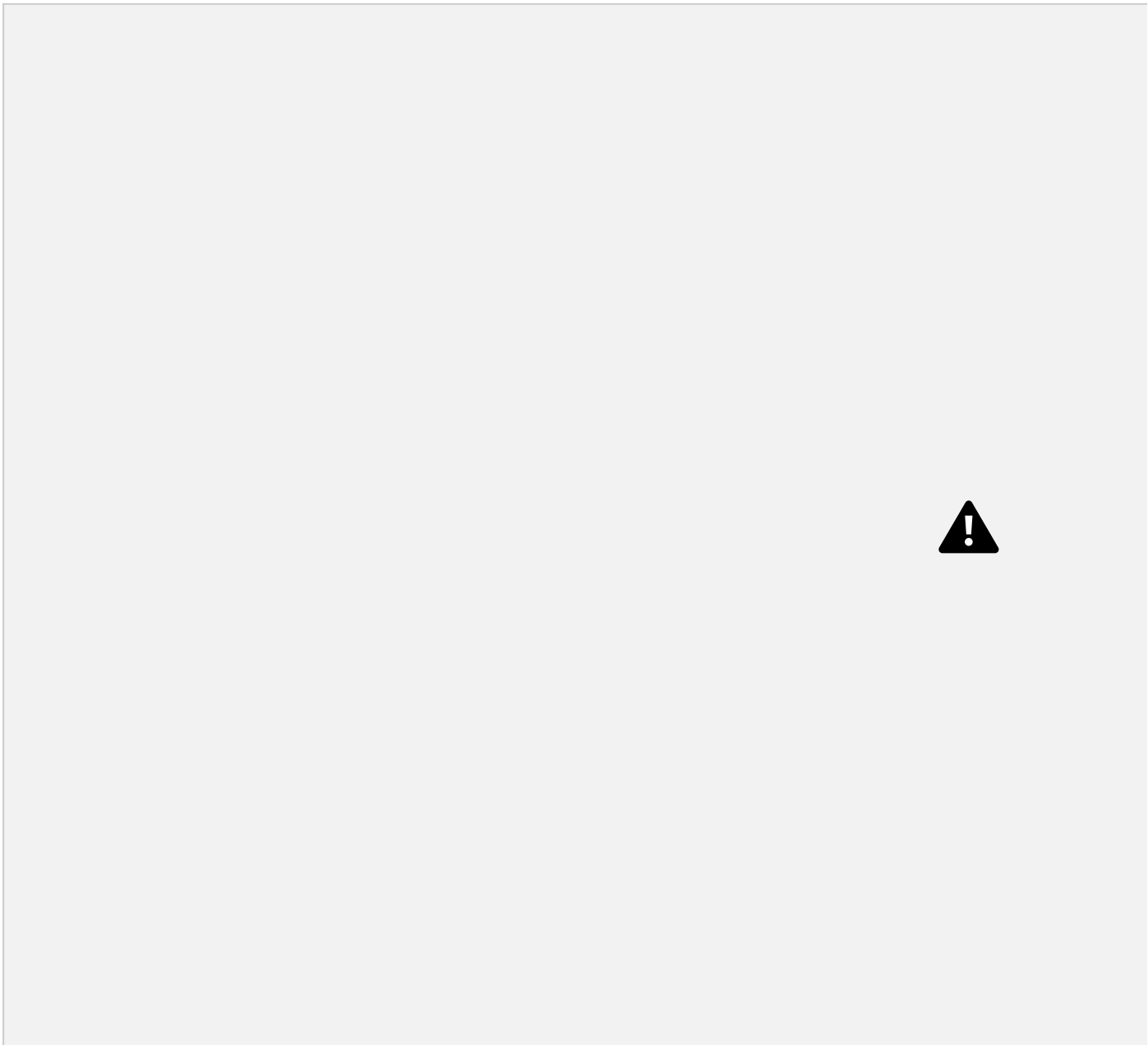
La force (en module) qui subit le côté vertical mobile de la spire vaut à tout moment

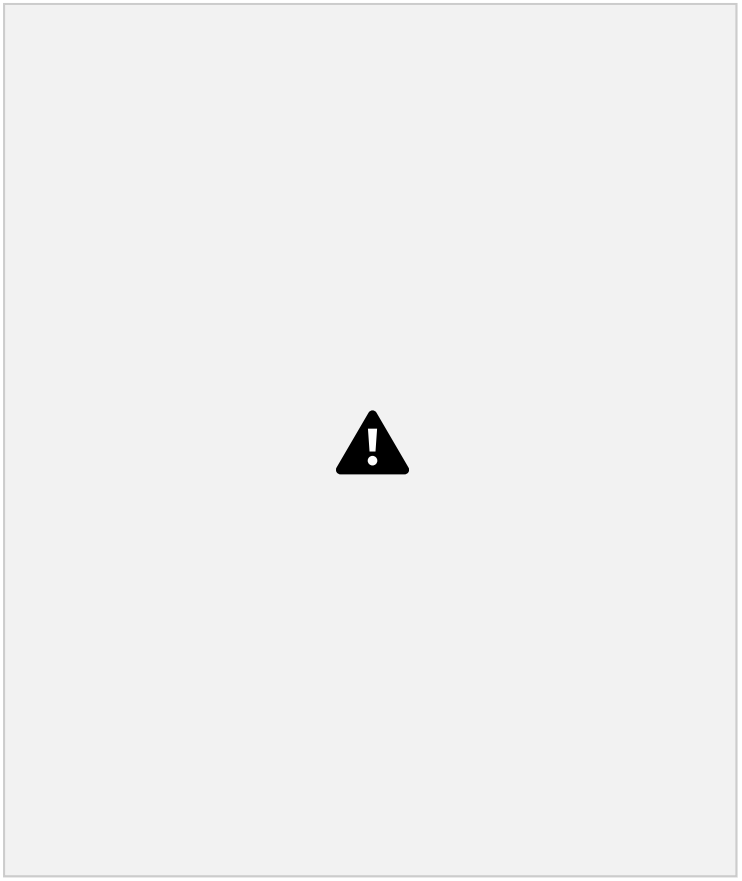
La force (en module) qui subit le côté horizontal supérieur de la spire vaut à tout moment



6 , 3 3 mm

19,0	mm
4,75	mm
9,50	mm
38,0	mm





Partiellement correct

Noté sur 2,00

Marquer la question

Quel que soit la pulsation, la vitesse de phase est toujours plus petite que la vitesse de groupe.

Noté sur 3,00

Marquer la question

Noté sur 2,00

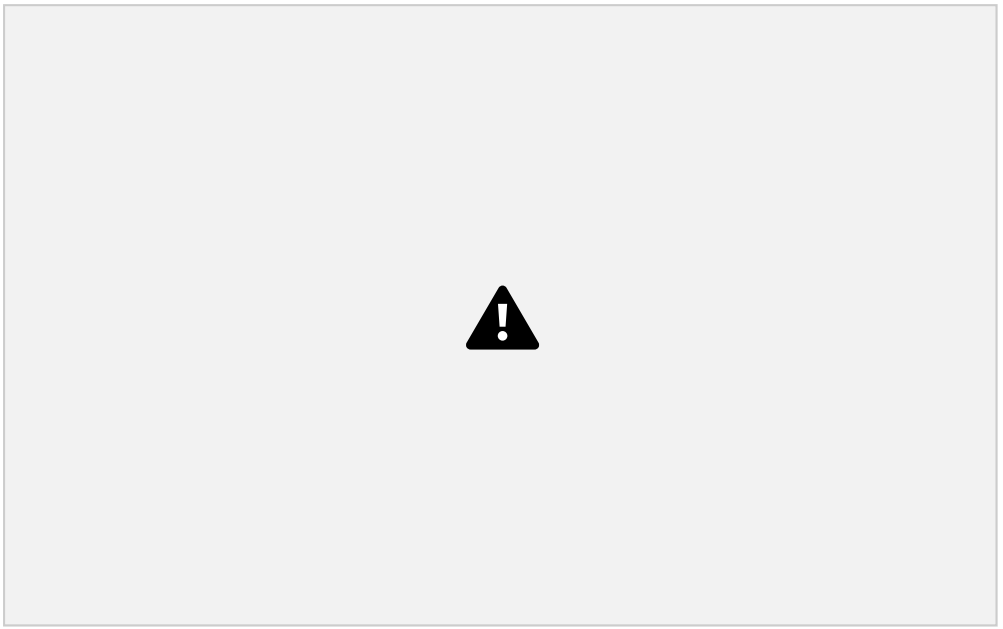
Marquer la question

Si la constante augmente (tout autre paramètre étant maintenu constant) les impulsions lumineuses se propagent plus vite dans la brique optique.

Si la constante augmente (tout autre paramètre étant maintenu constant) les impulsions lumineuses se propagent moins vite dans la brique optique.

Soient deux onde s harmoniques de longueurs d'onde telles que . L'onde de longueur d'onde est la plus rapide.

Si la constante est nulle, les impulsions lumineuses se propagent sans distorsion dans la brique optique.

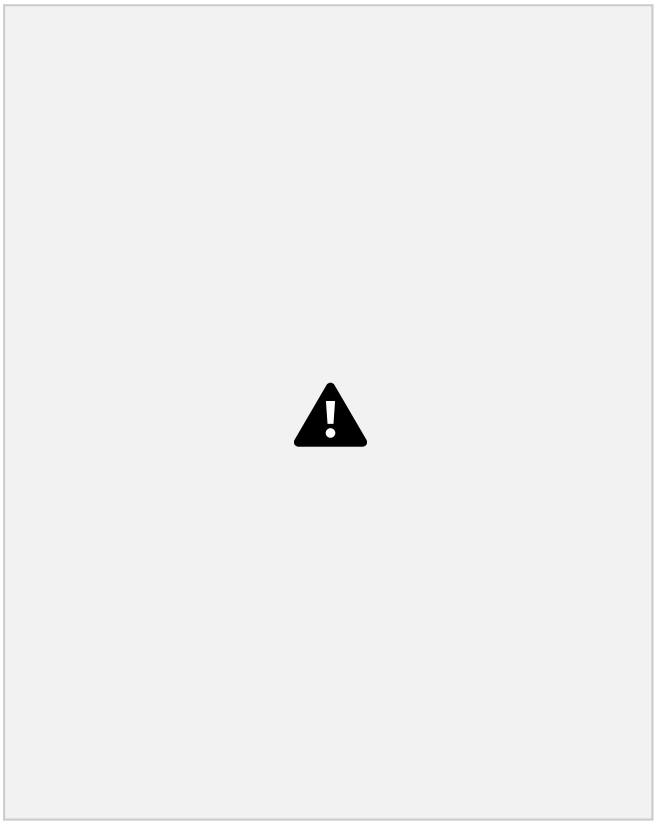


0,00233 T

2,33e-6 T

1,27e-6 T

2,33e-8 T



Terminer la relecture

Encodez votre matricule ci-dessous :

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

NOM

PRENOM

DATE 09 / 01 / 2021

PHYS-H-1001 IRCI, PHYS-H-101 IRBI

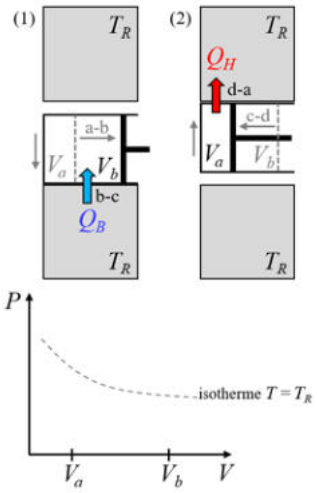
Examen écrit de Physique

Modalités :

- Vérifie que cette brochure comporte 7 pages.
- Indique immédiatement ton matricule, ton nom et ton prénom ci-dessus.
- Maintiens agrafées les feuilles du présent questionnaire et du feuillet de brouillon.
- N'utilise que les feuilles de brouillon que l'on met à ta disposition.
- Les cadres réponses sont destinés aux synthèses de tes développements. Veille à être clair.e et concis.e. Tout résultat indiqué en dehors des cadres sera ignoré.
- Les réponses analytiques doivent être exprimées en utilisant les symboles des variables notés en gras dans les énoncés correspondants. Pour les variables qui ne se trouvent pas dans l'énoncé, le choix du symbole est libre mais il doit être fait avec bon sens (cf. notations du cours).
- Sauf mention contraire, les valeurs numériques doivent être exprimées en notation scientifique avec 3 chiffres significatifs et dans les unités du SI.
- Pour tous les problèmes posés, on négligera les mécanismes de dissipation de l'énergie (frottements).
- Pour les questions de nature purement analytique, les paramètres constituant les données des problèmes sont à considérer comme positifs par défaut.
- Rédige tes réponses au crayon et efface si nécessaire avec une gomme pour éviter toute rature. Seules les grilles d'encodage doivent être remplies à l'encre (cf. matricule et lettres grecques).
- **Les téléphones portables, les calculatrices graphiques et les appareils connectés sont interdits pendant l'examen et doivent être laissés éteints dans ton sac en bas de l'auditoire.**

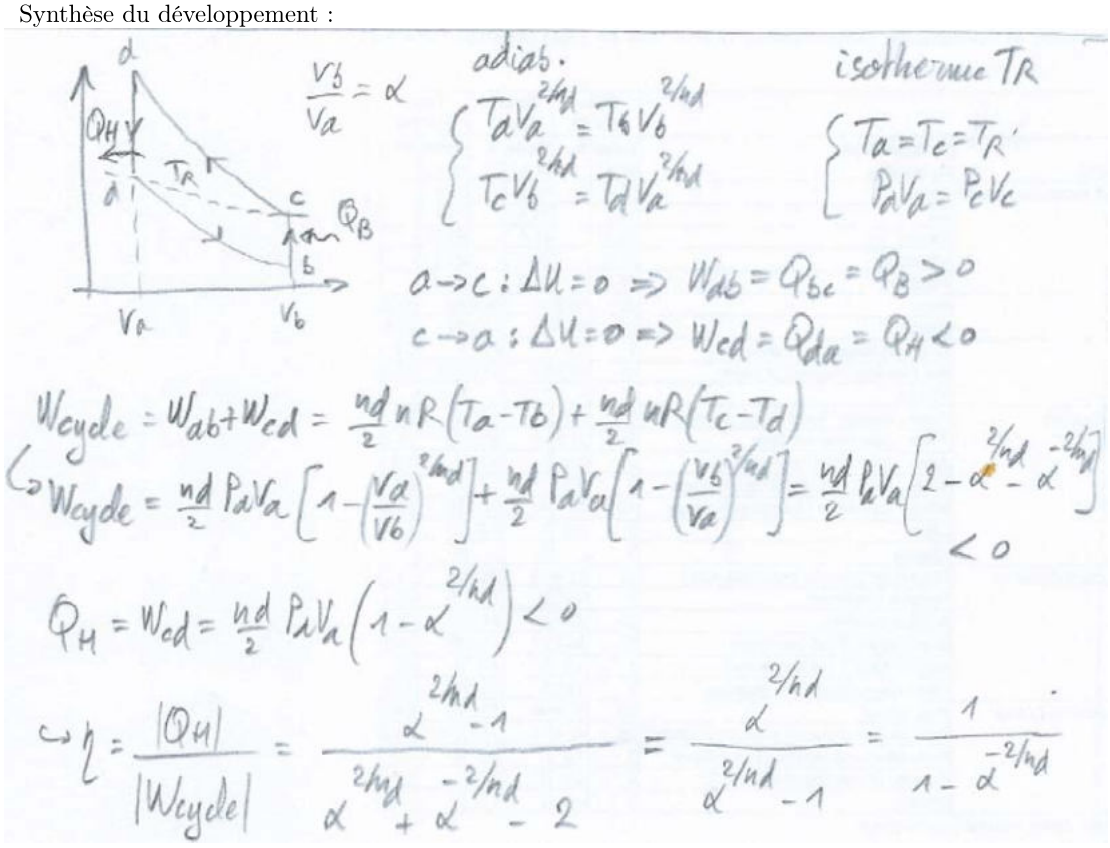
La durée du test est de 2h30.

Question 1



Les schémas ci-contre montrent une pompe à chaleur à gaz parfait servant à transférer de la chaleur entre deux réservoirs thermiques de même température T_R selon le cycle suivant: (a-b) Le gaz, initialement à la pression P_a et à la température $T_a = T_R$, est détendu adiabatiquement entre les volumes V_a et $V_b = \boldsymbol{\alpha} V_a$ où $\boldsymbol{\alpha} > 1$ désigne le rapport de compression. (b-c) Le gaz est ensuite mis en contact thermique avec le réservoir inférieur pour être thermalisé à volume constant à la température T_R (schéma 1). (c-d) La chambre à piston est ensuite désolidarisée du réservoir inférieur pour procéder à une compression adiabatique du volume V_b au volume V_a. (d-a) Le gaz est alors mis en contact thermique avec le réservoir supérieur pour être à nouveau thermalisé à volume constant à la température T_R (schéma 2). On appellera Q_B et Q_H les chaleurs échangées avec les réservoirs inférieur et supérieur, respectivement. Calcule le coefficient de performance η de la pompe à chaleur en fonction seulement du rapport de compression $\boldsymbol{\alpha}$ et du nombre $\boldsymbol{n_d}$ de degrés de liberté des molécules du gaz (rappel : η est le rapport entre la chaleur $|Q_H|$ transférée au réservoir supérieur et le travail $|W_{cycle}|$ nécessaire à ce transfert). Représente qualitativement mais aussi précisément que possible le cycle de la pompe à chaleur dans les axes ci-contre.

Synthèse du développement :



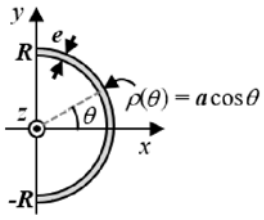
1.a) Réponse analytique

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10

$\eta =$

Question 2

Le schéma ci-contre montre en coupe une plaque d'extension infinie et d'épaisseur $\boldsymbol{e}$ courbée en forme de demi-cylindre à base circulaire de rayon $\boldsymbol{R}$ dont l'axe est confondu avec l'axe z d'un repère cartésien. La plaque porte une densité volumique de charge dépendant uniquement de l'angle polaire θ selon la formule $\rho(\theta) = \boldsymbol{a}\cos\theta$. Calcule le module E du champ électrique que la plaque génère en l'origine du repère cartésien. Le calcul doit être fait dans l'hypothèse où $\boldsymbol{e}\ll\boldsymbol{R}$, c'est-à-dire, en considérant que la plaque est infiniment mince [coup de pouce : $\cos(2x) = 2\cos^2 x - 1$].



Synthèse du développement :

Décomposition de dE en fils : $d\vec{E} = \frac{d\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r}\vec{u}_r$

$\rho e R d\theta \, \ell = d\lambda \ell \Rightarrow d\lambda = \rho e R d\theta \Rightarrow d\vec{E} = \frac{\rho e R d\theta}{2\pi\varepsilon_0 R}\vec{u}_r$

$\hookrightarrow dE_x = -\frac{\rho e d\theta}{2\pi\varepsilon_0}\cos\theta$

Symétrie

$\vec{E} = -E\vec{u}_x \quad dE_x = -\frac{ae}{2\pi\varepsilon_0}\cos^2\theta\, d\theta$

$\hookrightarrow E_x = -\frac{ae}{2\pi\varepsilon_0}\int_{-\pi/2}^{\pi/2}\cos^2\theta\, d\theta$

$\cos^2\theta = \frac{1}{2}(\cos 2\theta + 1)$

$\hookrightarrow E = \frac{ae}{4\pi\varepsilon_0}\int_{-\pi/2}^{\pi/2}(\cos 2\theta + 1)d\theta = \frac{ae}{4\pi\varepsilon_0}\left[\frac{1}{2}\sin 2\theta + \theta\right]_{-\pi/2}^{\pi/2}$

$\hookrightarrow E = \frac{ae}{4\varepsilon_0}$

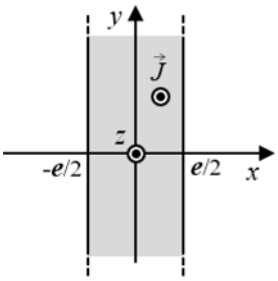
2.a) Réponse analytique

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10

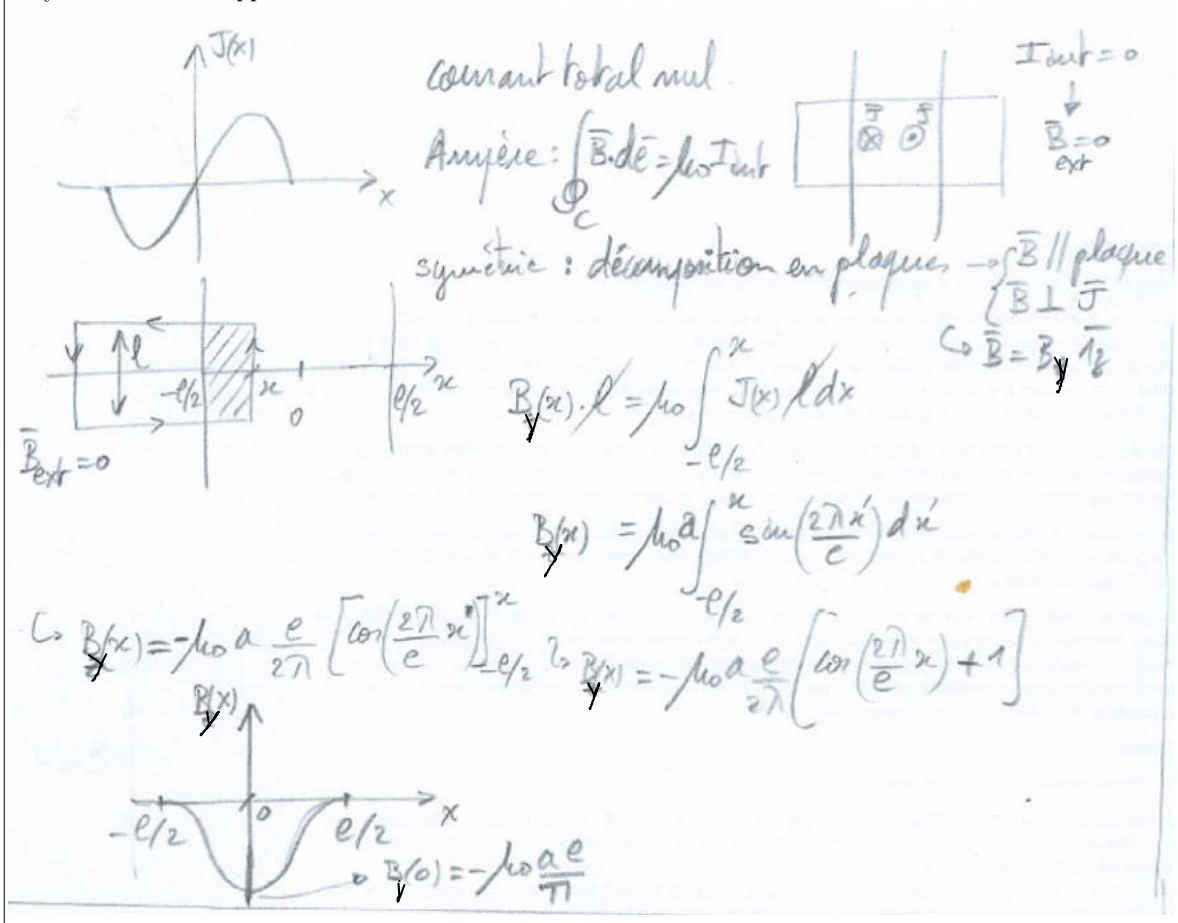
$E =$

Question 3

Le schéma ci-contre montre en coupe une plaque conductrice d'épaisseur $\boldsymbol{e}$ et d'extension infinie dans les directions des axes y et z. Elle est disposée perpendiculairement à l'axe x avec le plan $x = 0$ en son milieu. Cette plaque véhicule parallèlement à l'axe z une densité de courant dépendant de x selon la fonction $J(x) = \boldsymbol{a}\sin(2\pi x/\boldsymbol{e})$ pour $-\boldsymbol{e}/2 < x < \boldsymbol{e}/2$ et 0 partout ailleurs. Calcule l'expression analytique de la composante en y du champ magnétique $B_y(x)$ au sein de la plaque, c'est-à-dire pour $-\boldsymbol{e}/2 < x < \boldsymbol{e}/2$. Explique clairement ta démarche à l'aide de schémas et d'arguments de symétrie. Dans le bas de la case réponse ci-dessous, dessine (qualitativement mais aussi précisément que possible) le graphe de la fonction $B_y(x)$.



Synthèse du développement :

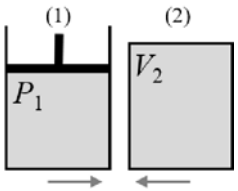


3.a) Réponse analytique

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10

$B_y(x) =$ pour $-\boldsymbol{e}/2 < x < \boldsymbol{e}/2$

Question 4
Le schéma ci-contre montre deux enceintes (numérotées 1 et 2) contenant chacune $\boldsymbol{n} = 2$ moles d'hélium (les calculs seront faits avec la valeur numérique de n_d, soit 3). L'une est munie d'un piston permettant de maintenir la pression constante à la valeur $P_1 = 1,5$ bar, alors que l'autre a un volume constant $V_2 = 25$ L. L'enceinte 1 a initialement une température $T_1 = 300$ K alors que l'autre a une température initiale $T_2 = \boldsymbol{\alpha} T_1$ où $\boldsymbol{\alpha} = 2$. On procède à la thermalisation du système des deux enceintes en les mettant en contact thermique l'une avec l'autre (on notera T_f la température d'équilibre). Calcule, en fonction seulement de $\boldsymbol{n}$ et $\boldsymbol{\alpha}$, la production d'entropie ΔS que provoque cette opération.



Brève justification :

Thermalisation : $Q = \left(\frac{n_d}{2}+1\right)nR(T_f - T_1) = \frac{n_d}{2}nR(T_2 - T_f)$

$\hookrightarrow \frac{5}{3}T_f - \frac{5}{3}T_1 = T_2 - T_f \Rightarrow T_f = \frac{3}{8}T_2 + \frac{5}{8}T_1 = \left(\frac{3}{8}\alpha + \frac{5}{8}\right)T_1$

$\Delta S = \left(\frac{n_d}{2}+1\right)nR\ln\frac{T_f}{T_1} + \frac{n_d}{2}nR\ln\frac{T_f}{T_2} = \frac{5}{2}nR\ln\left(\frac{3\alpha+5}{8}\right) + \frac{3}{2}nR\ln\left(\frac{3\alpha+5}{8\alpha}\right)$

$\hookrightarrow \Delta S = 3,89$ J/K

4.a) Réponse analytique 0 1 2 3 4 5

$\Delta S =$

4.b) Réponse numérique 0 1 2

$\Delta S =$

Question 5
Dans un matériau de conductivité électrique $\boldsymbol{\sigma} = 2,3\ \Omega^{-1}\mathrm{m}^{-1}$ règne le potentiel électrique $V(x,y,z) = \boldsymbol{\alpha}x + \boldsymbol{\beta}y$, où $\boldsymbol{\alpha} = 2V/m$ et $\boldsymbol{\beta} = -1V/m$. Calcule le module J de la densité de courant véhiculée par ce matériau.

Brève justification :

$\vec{J} = \sigma\vec{E}$ où $\vec{E} = -\vec{\nabla}V = -\alpha\vec{1}_x - \beta\vec{1}_y$

$\hookrightarrow E = \sqrt{\alpha^2+\beta^2}$

$\hookrightarrow J = \sigma\sqrt{\alpha^2+\beta^2}$

$\hookrightarrow J = 5,14$ A/m^2

5.a) Réponse analytique 0 1 2 3 4 5

$J =$

5.b) Réponse numérique 0 1 2

$J =$

Question 6
Soit un aimant de forme cylindrique à base circulaire de rayon $\boldsymbol{R}$ = 1 cm et de longueur $\boldsymbol{L}$ = 10 cm. Le champ magnétique $\boldsymbol{B}$ que cet aimant génère en son sein est de 2,5 T. Évalue le module du moment dipolaire magnétique m_M de cet aimant.

Brève justification :

$B = \mu_0 J_S \rightarrow J_S = B/\mu_0$

$m_M = IS$ où $I = J_S L = \frac{BL}{\mu_0}$ $\rightarrow m_M = \frac{BL}{\mu_0}\pi R^2 = 62{,}5\,Am^2$

6.a) Réponse analytique 0 1 2 3 4 5

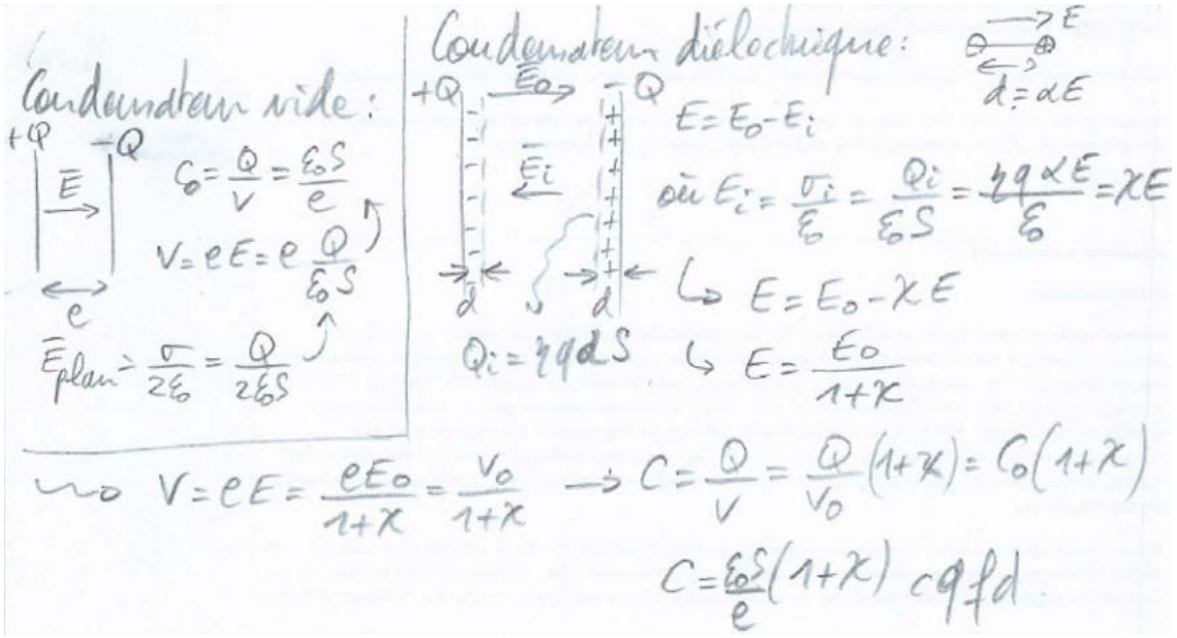
m_M =

6.b) Réponse numérique 0 1 2

m_M =

Question 7
Sur base de la connaissance du champ électrique du plan uniformément chargé d'extension infinie, démontre les expressions des capacités électriques du condensateur plan vide (C_0) et du condensateur plan diélectrique (C). Tu seras noté sur la clarté de tes développements.

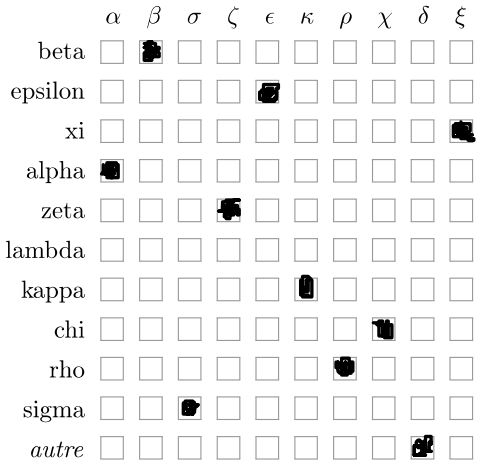
Démonstrations:



7.a) Réponse analytique 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10

cadre à ignorer

Question 8 (bonus 10 points)
Pour chaque lettre grecque, noircis la case de la grille qui se trouve à l'intersection de la ligne et de la colonne correspondant à ses représentations phonétique et symbolique. Il est impératif de ne noircir qu'une seule case par ligne (sauf la dernière ligne). De même, chaque colonne doit impérativement compter une et une seule case noire (cf. la dernière ligne "autre" qui permet de signaler les symboles qui n'ont pas de correspondant).



Encodez votre matricule ci-dessous :

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

NOM _____

PRENOM _____

DATE 29 / 05 / 2021

PHYS-H-1001 IRCI, PHYS-H-101 IRBI

Examen de Physique de rattrapage

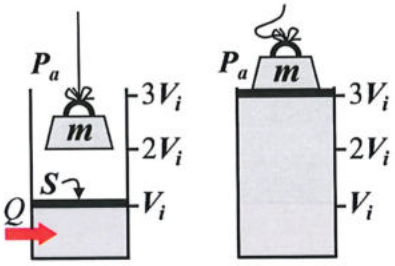
Modalités :

- Vérifie que cette brochure comporte 7 pages.
- Indique immédiatement ton matricule, ton nom et ton prénom ci-dessus.
- Maintiens agrafées les feuilles du présent questionnaire et du feuillet de brouillon.
- N'utilise que les feuilles de brouillon que l'on met à ta disposition.
- Les cadres réponses sont destinés aux synthèses de tes développements. Veille à être clair.e et concis.e. Tout résultat indiqué en dehors des cadres sera ignoré.
- Les réponses analytiques doivent être exprimées en utilisant les symboles des variables notés en gras dans les énoncés correspondants. Pour les variables qui ne se trouvent pas dans l'énoncé, le choix du symbole est libre mais il doit être fait avec bon sens (cf. notations du cours).
- Sauf mention contraire, les valeurs numériques doivent être exprimées en notation scientifique avec 3 chiffres significatifs et dans les unités du SI.
- Pour tous les problèmes posés, on négligera les mécanismes de dissipation de l'énergie (frottements).
- Pour les questions de nature purement analytique, les paramètres constituant les données des problèmes sont à considérer comme positifs par défaut.
- Rédige tes réponses au crayon et efface si nécessaire avec une gomme pour éviter toute rature. Seules les grilles d'encodage doivent être remplies à l'encre (cf. matricule et lettres grecques).
- **Les téléphones portables, les calculatrices graphiques et les appareils connectés sont interdits pendant l'examen et doivent être laissés éteints dans ton sac en bas de l'auditoire.**

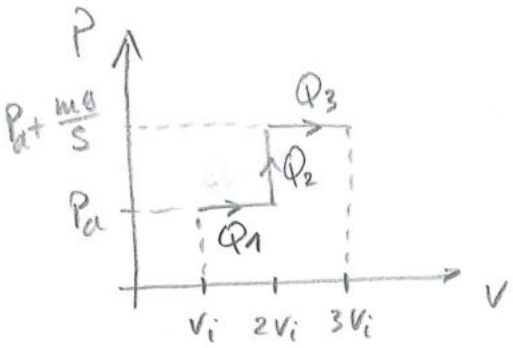
La durée de l'examen est de 2h30.

Question 1

Le schéma ci-contre montre une chambre à piston de section S contenant un volume initial V_i de gaz parfait monoatomique aux température et pression environnantes, T_i et P_a, le poids du piston étant négligeable. Le gaz est chauffé dans le but de tripler son volume. Mais, dans sa montée, le piston rentre en contact avec une masse m suspendue à un fil à une hauteur correspondant au double du volume initial. Calcule la quantité de chaleur Q nécessaire au triplement du volume. Dessine au préalable le diagramme P-V de la transformation de façon à clairement identifier les transformations élémentaires à considérer dans ton calcul. Simplifie au maximum ton résultat (utilise la valeur numérique du nombre de degrés de liberté n_d). Une attention particulière sera accordée à la clarté de tes développements.



Synthèse du développement :



1. Isobare $\quad Q_1 = \left(\frac{n_d}{2}+1\right) n R \Delta T, \; n_d = 3$

$\downarrow$

$P\Delta V = nR\Delta T \rightarrow Q_1 = \frac{5}{2} P_a V_i$

2. Isochore $\quad Q_2 = \frac{n_d}{2} nR\Delta T$

$\downarrow$

$\Delta PV = nR\Delta T \rightarrow Q_2 = \frac{3}{2} 2V_i \, mg/S$

3. Isobare $\quad Q_3 = \frac{5}{2}\left(P_a + \frac{mg}{S}\right) V_i$

$\hookrightarrow Q = Q_1 + Q_2 + Q_3 = \frac{5}{2} P_a V_i + 3V_i \frac{mg}{S} + \frac{5}{2} P_a V_i + \frac{5}{2} \frac{mg}{S} V_i$

$\hookrightarrow Q = 5 P_a V_i + \frac{11}{2} \frac{mg}{S} V_i$

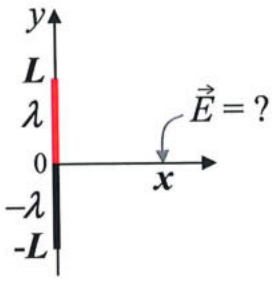
1.a) Réponse analytique

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10

$$Q = V_i \left(5 P_a + \frac{11}{2} \frac{mg}{S} \right)$$

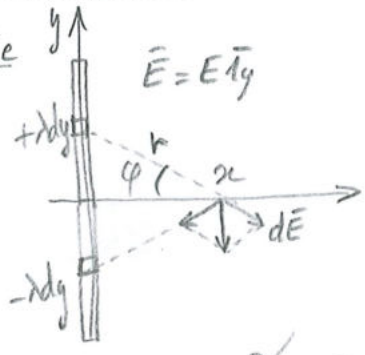
Question 2

Le schéma ci-contre montre une tige infiniment mince de longueur $2L$ située sur l'axe y d'un repère cartésien avec son milieu en l'origine. Comme indiqué sur le schéma, la tige porte la charge linéique positive λ sur le demi-axe $y > 0$ et la charge linéique négative $-\lambda$ sur le demi-axe $y < 0$. Calcule le champ électrique que génère la tige en tout point du demi-axe $x > 0$. Simplifie au maximum ton résultat en l'exprimant en termes d'expressions polynomiales en x (c.-à-d., sans fonction trigonométrique).



Synthèse du développement :

Symétrie



$\vec{E} = E\vec{1}_y$

Demi-Tige supérieure

$$d\vec{E} = \frac{\lambda dy}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\vec{1}_r \rightarrow dE_y = \frac{\lambda dy}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\sin\varphi$$

où $r = \frac{x}{\cos\varphi}$, $y = x\,tg\varphi \rightarrow dy = \frac{x}{\cos^2\varphi}d\varphi$

$$\hookrightarrow dE_y = -\frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0 x^2}\cos^2\varphi \cdot \sin\varphi \cdot \frac{x}{\cos^2\varphi}d\varphi \rightarrow E_y = -\frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0 x}\int_0^{\arctg(L/x)} \sin\varphi\, d\varphi$$

$$\hookrightarrow E_y = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0 x}\left[\cos(\arctg\frac{L}{x}) - 1\right] = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0 x}\left[\frac{1}{\sqrt{1+L^2/x^2}} - 1\right]$$

Demi-Tige inférieure : même valeur de E_y $\rightarrow \times 2$

$$\vec{E} = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 x}\left[\frac{1}{\sqrt{1+L^2/x^2}} - 1\right]\vec{1}_y$$

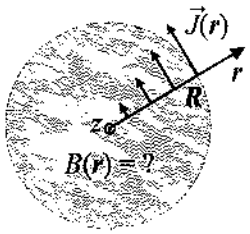
2.a) Réponse analytique

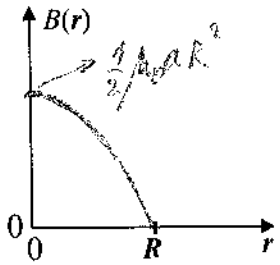
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10

$$\vec{E} = \frac{-\lambda}{2\pi\varepsilon_0}\left[\frac{1}{x} - \frac{1}{\sqrt{x^2+L^2}}\right]\vec{1}_y$$

Question 3

Le schéma ci-contre montre en coupe un cylindre de matériau conducteur à base circulaire de rayon $\boldsymbol{R}$ dont l'axe est confondu avec l'axe z d'un repère cartésien. Ce cylindre véhicule un courant d'orientation polaire $\vec{J}(r) = ar\vec{1}_\theta$. Calcule le module $B(r)$ du champ magnétique généré à toute distance r de l'axe du cylindre. Dessines-en le graphe de façon qualitative mais aussi précise que possible dans les axes prévus à cet effet ci-contre.

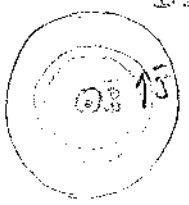


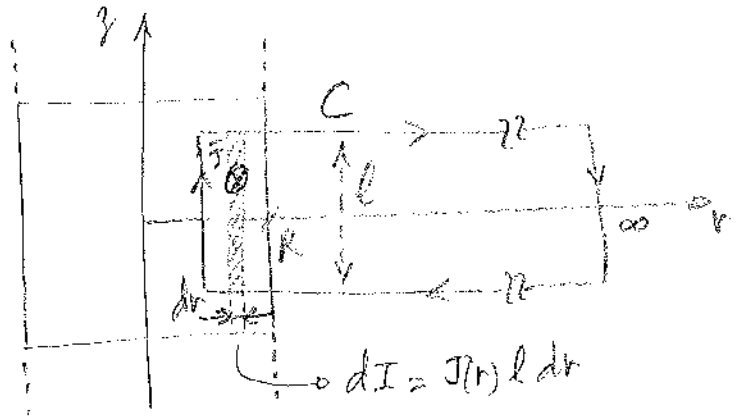


Synthèse du développement :

Symétrie : $\vec{B} = B\vec{1}_\theta$

Loi d'Ampère : $\oint_{\mathcal{C}} \vec{B}.d\vec{\ell} = \mu_0 \int_{\mathcal{S}_\mathcal{C}} \vec{J}.d\vec{S}$





$B.\ell = \mu_0 \int_r^R J(r)\,\ell\,dr$

$B = \mu_0 \int_r^R ar\,dr$

$\hookrightarrow B(r) = \mu_0 \frac{1}{2} a\left(R^2 - r^2\right)$ pour $r < R$

et $B(r > R) = 0$

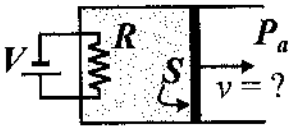
3.a) Réponse analytique

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10

$$B(r < R) = \frac{1}{2}\mu_0 a\left(R^2 - r^2\right) \quad , \quad B(r > R) = 0$$

Question 4

Le schéma ci-contre montre une chambre à piston contenant une mole d'hélium à la pression atmosphérique environnante P_a d'une atmosphère. L'hélium est chauffé à l'aide d'une résistance R de 1,5 kΩ reliée à une source de tension V de 220 V. Sachant que la section S du piston est de 50 cm^2, calcule la vitesse v avec laquelle le piston se déplace.



Brève justification :

Bilan sur un temps Δt : $Q = \left(\frac{5}{2}+1\right) nR\Delta T = \frac{7}{2} P_a \Delta V = \frac{7}{2} P_a S \Delta x$

$P = \frac{V^2}{R} = \frac{Q}{\Delta t} = \frac{7}{2} P_a S \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{7}{2} P_a S v \rightarrow v = \frac{2V^2}{7 P_a S R}$

4.a) Réponse analytique [0] [1] [2] [3] [4] [5]

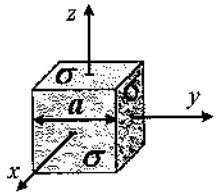
$v = \frac{2V^2}{7 P_a S R}$

4.b) Réponse numérique [0] [1] [2]

$v = 2{,}55$ cm/s

Question 5

Le schéma ci-contre montre un cube de côté $a = 5$ cm centré sur l'origine d'un repère cartésien (ses faces étant perpendiculaires aux trois axes de coordonnées). Les trois faces visibles sur le schéma portent la densité surfacique de charge positive $\sigma = 7{,}3\ \mu\text{C/m}^2$, alors que les trois autres faces portent la densité surfacique de charge opposée $-\sigma$. Calcule le moment dipolaire électrique $\vec{p}$ de ce cube (en module seulement pour la réponse numérique).



Brève justification :

$\vec{p} = Q\left[\langle \vec{x}^+ \rangle - \langle \vec{x}^- \rangle\right]$ où $Q = 3\sigma a^2$

$\langle \vec{x}^+ \rangle = \frac{a}{6}(a,a,a)$ et $\langle \vec{x}^- \rangle = -\frac{a}{6}(a,a,a)$ $\rightarrow \vec{p} = \sigma a^2 (a,a,a)$

5.a) Réponse analytique [0] [1] [2] [3] [4] [5]

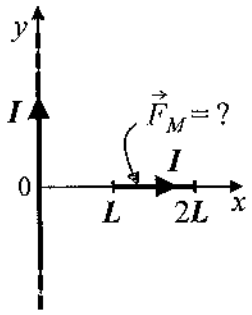
$\vec{p} = \sigma a^3 (1,1,1)$

5.b) Réponse numérique [0] [1] [2]

$p = 1{,}58\ 10^{-9}$ C m

Question 6

Le schéma ci-contre montre un fil conducteur rectiligne infiniment mince et long véhiculant un courant I de 0,32 A. Le fil est situé le long de l'axe z d'un repère cartésien. Sur le segment $[L, 2L]$ de l'axe x s'étend un fil conducteur véhiculant le même courant I dans le sens de l'axe x, où $L = 5$ cm. Calcule le module F_M de la force magnétique totale subie par ce segment de fil conducteur.



Brève justification :

$\vec{F}_M = L S \vec{J} \times \vec{B} \rightarrow$ découp. ∞^{ale} : $d\vec{F}_M = I\, d\vec{\ell} \times \vec{B}$

où $d\vec{\ell} = dx\, \vec{i}_x$ et $\vec{B} = -\frac{\mu_0 I}{2\pi x} \vec{i}_z \rightarrow \vec{F}_M = \frac{\mu_0 I^2}{2\pi} \int_L^{2L} \frac{dx}{x}\, \vec{i}_y$

$\hookrightarrow \vec{F}_M = \frac{\mu_0 I^2}{2\pi} \ln 2\, \vec{i}_y$

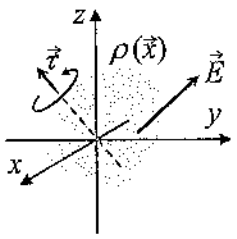
6.a) Réponse analytique $\boxed{0}\boxed{1}\boxed{2}\boxed{3}\boxed{4}\boxed{5}$

$F_M = \frac{\mu_0 I^2}{2\pi} \ln 2$

6.b) Réponse numérique $\boxed{0}\boxed{1}\boxed{2}$

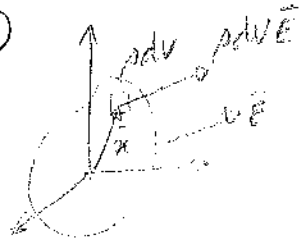
$F_M = 6{,}45\ 10^{-10}$ N

Question 7
Démontre l'expression mathématique générale du moment de force électrique $\vec{\tau}$ qui s'exerce sur un objet rigide portant une densité volumique de charge quelconque $\rho(\vec{x})$. Profites-en pour justifier l'expression mathématique générale du moment dipolaire électrique $\vec{p}$ d'une distribution de charge quelconque $\rho(\vec{x})$.



Démontre ensuite, à partir de la définition générale de la différence de potentiel électrique, la relation qui permet de calculer le champ électrique sur la base de la connaissance de la distribution de potentiel associée. Profites-en pour expliquer (interpréter) ce que représente le vecteur gradient d'une fonction scalaire des coordonnées d'espace (sers-toi de schémas).

Démonstrations :

1) 

$d\vec{\tau} = \vec{x} \times (\rho dV \vec{E})$

$\vec{\tau} = \int d\vec{\tau} = \left(\int \rho(\vec{x})\, \vec{x}\, dV\right) \times \vec{E} = \vec{p} \times \vec{E}$

où $\vec{p} = \int \rho(\vec{x})\, \vec{x}\, dV$

2) $\Delta V = -\int_{i\to f} \vec{E}\cdot d\vec{\ell} = \int_{i\to f} dV \longrightarrow dV = -\vec{E}\cdot d\vec{\ell} = \vec{\nabla}V \cdot d\vec{\ell} = \frac{\partial V}{\partial x}dx + \frac{\partial V}{\partial y}dy + \frac{\partial V}{\partial z}dz$

$\hookrightarrow \vec{E} = -\vec{\nabla}V$

Interprétation :

$dV = \vec{\nabla}V \cdot d\vec{\ell} = \|\vec{\nabla}V\|\, d\ell \cos\theta$

$\|\vec{\nabla}V\| \cos\theta = \frac{dV}{d\ell}$

$\theta = 0 \rightarrow dV = dV_{max} = \|\vec{\nabla}V\|\, d\ell$

↳ $\vec{\nabla}V$ a la direction de plus grande variation $\frac{dV}{d\ell}$

$\|\vec{\nabla}V\|$ a la valeur de la plus grande "pente" $\frac{dV}{d\ell}$

7.a) Réponse analytique

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10

cadre à ignorer

Encodez votre matricule ci-dessous :

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

NOM [redacted]

PRENOM [redacted]

DATE 29 / 05 / 2021

PHYS-H-101 IRBI

Examen écrit de Physique

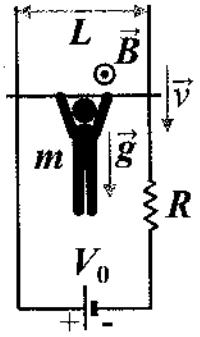
Modalités :

- Vérifie que cette brochure comporte 7 pages.
- Indique immédiatement ton matricule, ton nom et ton prénom ci-dessus.
- Maintiens agrafées les feuilles du présent questionnaire et du feuillet de brouillon.
- N'utilise que les feuilles de brouillon que l'on met à ta disposition.
- Les cadres réponses sont destinés aux synthèses de tes développements. Veille à être clair.e et concis.e. Tout résultat indiqué en dehors des cadres sera ignoré.
- Les réponses analytiques doivent être exprimées en utilisant les symboles des variables notés en gras dans les énoncés correspondants. Pour les variables qui ne se trouvent pas dans l'énoncé, le choix du symbole est libre mais il doit être fait avec bon sens (cf. notations du cours).
- Sauf mention contraire, les valeurs numériques doivent être exprimées en notation scientifique avec 3 chiffres significatifs et dans les unités du SI.
- Pour tous les problèmes posés, on négligera les mécanismes de dissipation de l'énergie (frottements).
- Pour les questions de nature purement analytique, les paramètres constituant les données des problèmes sont à considérer comme positifs par défaut.
- Rédige tes réponses au crayon et efface si nécessaire avec une gomme pour éviter toute rature. Seules les grilles d'encodage doivent être remplies à l'encre (cf. matricule et lettres grecques).
- **Les téléphones portables, les calculatrices graphiques et les appareils connectés sont interdits pendant l'examen et doivent être laissés éteints dans ton sac en bas de l'auditoire.**

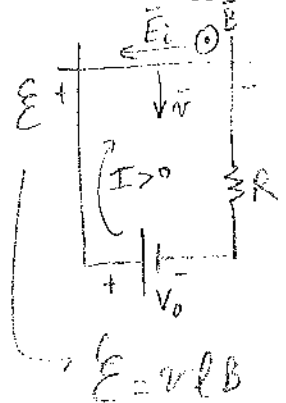
La durée de l'examen est de 2h30.

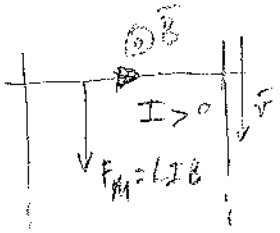
Question 1

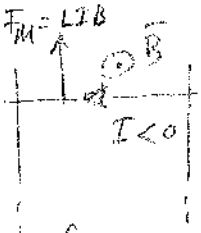
Le schéma ci-contre montre une spire plane rectangulaire déformable disposée verticalement dans le champ gravitationnel terrestre. La spire est plongée dans un champ magnétique perpendiculaire à son plan. La spire possède une résistance électrique totale $\boldsymbol{R}$ et est connectée à une batterie électrique de tension $\boldsymbol{V_0}$ dont la polarité est indiquée sur le schéma. On considérera la situation dans laquelle la partie mobile de la spire, de masse $\boldsymbol{m}$, est en mouvement vers le bas à la vitesse v. Montre qu'il existe une vitesse de chute $v = v^*$ à partir de laquelle la masse $\boldsymbol{m}$ sera ralentie dans sa chute par une force de nature magnétique. Calcule cette vitesse particulière v^*. Calcule ensuite la vitesse maximale v_{max} atteinte par la masse m dans sa chute "ralentie" (on considérera que la hauteur de la spire permet d'atteindre cette vitesse limite). Montre que dans ce régime de fonctionnement la spire déformable permet de recharger la batterie à partir de l'énergie potentielle gravitationnelle de la masse. Calcule alors le rendement de charge r défini comme le rapport entre la puissance électrique fournie à la batterie et la puissance mécanique libérée par la chute de la masse m à sa vitesse limite v_{max}.



Synthèse du développement :







"freinage"

Si $\mathcal{E} > V_0$ à la limite $\mathcal{E} = V_0 \rightarrow I = 0$

$v\ell B = V_0 \rightarrow v^* = \dfrac{V_0}{\ell B}$

Vitesse limite $\rightarrow$ MRU $\rightarrow F = 0 \rightarrow I\ell B + mg = 0 \rightarrow I = -\dfrac{mg}{\ell B}$

où $I = \dfrac{V_0 - \mathcal{E}}{R} = \dfrac{V_0 - v_{max}\ell B}{R} = -\dfrac{mg}{\ell B} \Rightarrow v_{max} = \dfrac{V_0}{\ell B} + \dfrac{Rmg}{\ell^2 B^2}$

Rendement

$P_e = V_0 I = \dfrac{V_0 mg}{\ell B}$ $\qquad P_m = mg v_{max}$

$\hookrightarrow r = \dfrac{P_e}{P_m} = \dfrac{V_0}{\ell B v_{max}} = \dfrac{1}{\left(1 + \dfrac{Rmg}{V_0 \ell B}\right)}$

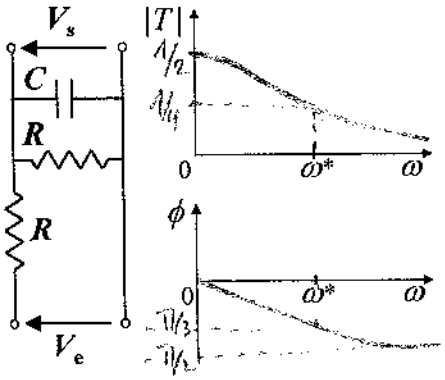
1.a) Réponse analytique

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10

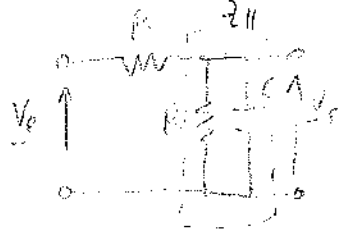
$$v^* = \frac{V_0}{\ell B} \quad , \quad v_{max} = \frac{V_0}{\ell B} + \frac{Rmg}{\ell^2 B^2} \quad , \quad r = \frac{1}{1 + \dfrac{Rmg}{V_0 \ell B}}$$

Question 2

Le schéma ci-contre montre un filtre électrique constitué de deux résistances identiques R et d'un condensateur de capacité C. Calcule la fonction de transfert de ce filtre, soit, $T(\omega) = \underline{V_s}/\underline{V_e}$. Calcule ensuite la pulsation ω^* qu'il faut adopter pour que l'amplitude de la tension de sortie vaille un quart de celle de la tension d'entrée. Calcule, en radians, le déphasage $\phi(\omega^*)$ existant alors entre les tensions de sortie et d'entrée (convention: déphasage positif si la sortie est en avance de phase par rapport à l'entrée). Dans les axes prévus à cet effet ci-contre, dessine, de façon qualitative mais aussi précise que possible, les graphes du module et de l'argument de la fonction de transfert $T(\omega)$.



Synthèse du développement :



$\frac{1}{Z_{//}} = \frac{1}{R} + j\omega C \rightarrow Z_{//} = \frac{R}{1+j\omega RC}$

$Z = R + Z_{//} = R + \frac{R}{1+j\omega RC} = \frac{2R + j\omega R^2 C}{1+j\omega RC}$

$\left.\begin{array}{l} V_e = Z\,I \\ V_s = Z_{//}\,I \end{array}\right\} \rightarrow T = \frac{Z_{//}}{Z} = \frac{R}{1+j\omega RC} \cdot \frac{1+j\omega RC}{(2+j\omega RC)R} = \frac{1}{2+j\omega RC}$

$|T| = \frac{1}{\sqrt{4+\omega^2 R^2 C^2}}$ $\qquad |T(\omega^*)| = \frac{1}{4} \rightarrow 4+\omega^2 R^2 C^2 = 16 \rightarrow \omega^* = \frac{\sqrt{12}}{RC}$

$\varphi(\omega) = \arg[T(\omega)] = -\operatorname{arctg}\left(\frac{\omega RC}{2}\right)$

$\hookrightarrow \varphi(\omega^*) = -\operatorname{arctg}\left(\frac{\sqrt{12}}{2}\right) = -\operatorname{arctg}(\sqrt{3}) = -\frac{\pi}{3}$

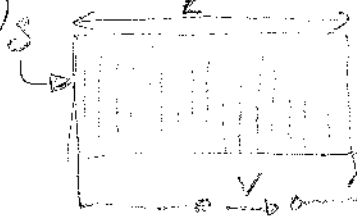
2.a) Réponse analytique

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10

$T(\omega) = \frac{1}{2+j\omega RC}$, $\omega^* = \frac{\sqrt{12}}{RC}$, $\phi(\omega^*) = -\frac{\pi}{3}$ rad

Question 3
Soit un solénoïde idéal (résistivité nulle et champ magnétique uniforme) de section S et de longueur l comportant N spires jointives. Démontre l'expression de l'inductance L de ce solénoïde en fonction de ses paramètres. Démontre ensuite l'expression de l'énergie magnétique W_m stockée dans un inducteur en fonction du courant qui y circule ainsi que l'expression de la densité volumique d'énergie du champ magnétique w_m. Tu seras noté sur la clarté de tes développements.

Synthèse des trois démonstrations :

1) 

$B = \mu_0 J_S = \mu_0 \frac{NI}{l} \rightarrow \Phi_m = \mu_0 \frac{NI}{l} S \times N$

$\hookrightarrow L = \mu_0 \frac{N^2 S}{l}$

2) $V = L \frac{dI}{dt}$ $\rightarrow$ $P = VI = LI \frac{dI}{dt}$ $\rightarrow$ $W_m = \int_0^{I(t)} LI \frac{dI}{dt} dt = \frac{1}{2} L I^2$

3) $B = \mu_0 \frac{NI}{l}$ $\rightarrow$ $I = \frac{lB}{\mu_0 N}$ $\rightarrow$ $W_m = \frac{1}{2} L \frac{l^2 B^2}{\mu_0^2 N^2} = \frac{1}{2} \mu_0 \frac{N^2 S}{l} \times \frac{l^2 B^2}{\mu_0^2 N^2}$

$\hookrightarrow W_m = \frac{1}{2\mu_0} B^2 S l = \frac{1}{2\mu_0} B^2 \text{Volume} = w_m \cdot \text{Volume}$

où $w_m = \frac{1}{2\mu_0} B^2$

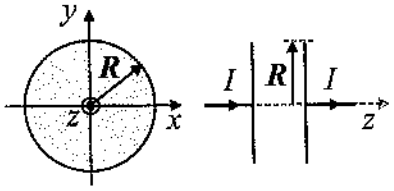
3.a) Réponse analytique

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10

$L = \mu_0 \frac{N^2 S}{l}$, $W_m = \frac{1}{2} L I^2$, $w_m = \frac{1}{2\mu_0} B^2$

Question 4

Au sein d'un condensateur plan vide de plaques circulaires de rayon R = 2,5 cm, règne un champ magnétique donné par l'expression $\vec{B} = -ay\vec{1}_x + ax\vec{1}_y$ où a =3,7 mT/m et x et y sont les coordonnées cartésiennes dans le plan des plaques. Calcule le courant I circulant aux bornes de ce condensateur.



Brève justification :

Ampère - Maxwell : $\vec{\text{rot}}\,\vec{B} = \mu_0(\vec{j} + \vec{j}_D)$ ici $\vec{\text{rot}}\,\vec{B} = \mu_0 \vec{j}_D$

$\hookrightarrow \vec{j}_D = \frac{1}{\mu_0}\vec{\text{rot}}\,\vec{B} = \frac{1}{\mu_0}\begin{vmatrix} \vec{1}_x & \vec{1}_y & \vec{1}_z \\ \partial_x & \partial_y & \partial_z \\ -ay & ax & 0 \end{vmatrix} = \frac{1}{\mu_0} 2a\vec{1}_z$ et $I = j_D \cdot S$

$\hookrightarrow I = \frac{2aS}{\mu_0}$

4.a) Réponse analytique [0] [1] [2] [3] [4] [5]

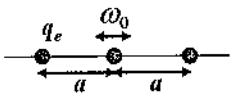
$I = \frac{1}{\mu_0} 2a\pi R^2$

4.b) Réponse numérique [0] [1] [2]

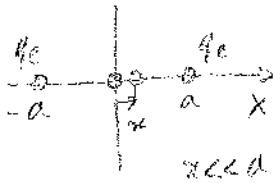
$I = 11{,}56$ A

Question 5

Le schéma ci-contre montre trois protons équidistants situés sur une même ligne droite. Le proton central est libre de se mouvoir sans frottement le long de la ligne horizontale alors que les deux autres protons y sont fixés. Au repos, la distance entre deux protons adjacents est $a = 1,2\,10^{-10}$ m. Calcule, dans la limite des petits mouvements, la pulsation ω_0 des oscillations que le proton central subit lorsqu'il est éloigné de sa position de repos et ensuite relâché.



Brève justification :



$f = \frac{-q_e^2}{4\pi\varepsilon_0(a-x)^2} + \frac{q_e^2}{4\pi\varepsilon_0(a+x)^2} = \frac{-q_e^2}{4\pi\varepsilon_0 a^2}\left[\frac{1}{\left(1-\frac{x}{a}\right)^2} - \frac{1}{\left(1+\frac{x}{a}\right)^2}\right]$

$x \ll a \rightsquigarrow f \simeq \frac{-q_e^2}{4\pi\varepsilon_0 a^2}\left[1 + 2\frac{x}{a} - \left(1 - \frac{2x}{a}\right)\right] = \frac{-q_e^2}{\pi\varepsilon_0 a^3} x = -Kx$

$\omega_0 = \sqrt{\frac{K}{m_p}} = \frac{q_e}{\sqrt{\pi\varepsilon_0 a^3 m_p}}$

5.a) Réponse analytique [0] [1] [2] [3] [4] [5]

$\omega_0 = \frac{q_e}{\sqrt{\pi\varepsilon_0 a^3 m_p}}$

5.b) Réponse numérique [0] [1] [2]

$\omega_0 = 5{,}66\ 10^{14}\ s^{-1}$

Question 6

Soit une corde de longueur $L = 8$ m de masse totale $m = 2{,}5$ kg tendue entre entre ses deux extrémités avec la force de tension $F_T = 300$ N. Une des extrémités est fixe et l'autre est mise en mouvement harmonique à la fréquence $f = 8$ Hz avec une amplitude $A_s = 3$ mm. Calcule l'amplitude maximale A des oscillations engendrées sur la corde.

Brève justification :

A_s ↕ ~~~~

$x(L,t) = A \sin kL \sin \omega t$ où $A = \frac{A_s}{\sin(kL)}$

où $k = \frac{\omega}{v} = \frac{\omega^2}{\sqrt{F_T}}\sqrt{\mu} = 2\pi f\sqrt{\frac{m}{L F_T}}$ $\longrightarrow A = \frac{A_s}{\sin\left(2\pi f\sqrt{\frac{m}{L F_T}}\right)}$

6.a) Réponse analytique [0] [1] [2] [3] [4] [5]

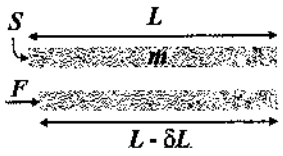
$$A = \frac{A_s}{\sin\left(2\pi f\sqrt{\frac{mL}{F_T}}\right)}$$

6.b) Réponse numérique [0] [1] [2]

$A = 7{,}40$ mm

Question 7

Le schéma ci-contre montre une barre cylindrique de longueur $L = 23$ cm, de section $S = 16$ cm^2 et de masse $m = 754$ g. Lorsque force de compression F de 1500 N est appliquée à une de ses extrémités, la longueur de la barre diminue de $\delta L = 15$ µm. Calcule la vitesse de propagation v du son dans le matériau de la barre.



Brève justification :

$v = \sqrt{\frac{B}{\rho}}$ où $\begin{cases} \frac{F}{S} = B\frac{\delta L}{L} \Rightarrow B = \frac{LF}{S\delta L} \\ \rho = \frac{m}{V} = \frac{m}{SL} \end{cases} \longrightarrow \frac{B}{\rho} = \frac{LF}{S\delta L}\Big/\frac{m}{SL}$

$\hookrightarrow v = L\sqrt{\frac{F}{m\delta L}}$

7.a) Réponse analytique [0] [1] [2] [3] [4] [5]

$$v = L\sqrt{\frac{F}{m\delta L}}$$

7.b) Réponse numérique [0] [1] [2]

$v = 2{,}65$ km/s

Encodez votre matricule ci-dessous :

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9	**NOM**
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9	**PRENOM**
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9	**DATE** 25 / 08 / 2021
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9	
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9	
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9	

PHYS-H-1001 IRCI, PHYS-H-101 IRBI

Examen de Physique de seconde session, premier quadrimestre

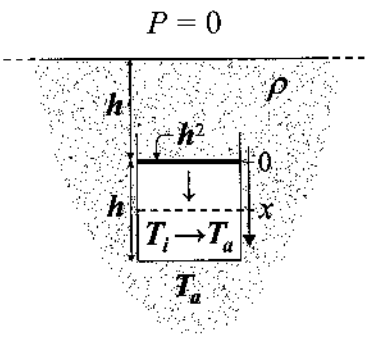
Modalités : CORRIGÉ

- Vérifie que cette brochure comporte 7 pages.
- Indique immédiatement ton matricule, ton nom et ton prénom ci-dessus.
- Maintiens agrafées les feuilles du présent questionnaire et du feuillet de brouillon.
- N'utilise que les feuilles de brouillon que l'on met à ta disposition.
- Les cadres réponses sont destinés aux synthèses de tes développements. Veille à être clair.e et concis.e. Tout résultat indiqué en dehors des cadres sera ignoré.
- Les réponses analytiques doivent être exprimées en utilisant les symboles des variables notés en gras dans les énoncés correspondants. Pour les variables qui ne se trouvent pas dans l'énoncé, le choix du symbole est libre mais il doit être fait avec bon sens (cf. notations du cours).
- Sauf mention contraire, les valeurs numériques doivent être exprimées en notation scientifique avec 3 chiffres significatifs et dans les unités du SI.
- Pour tous les problèmes posés, on négligera les mécanismes de dissipation de l'énergie (frottements).
- Pour les questions de nature purement analytique, les paramètres constituant les données des problèmes sont à considérer comme positifs par défaut.
- Rédige tes réponses au crayon et efface si nécessaire avec une gomme pour éviter toute rature. Seules les grilles d'encodage doivent être remplies à l'encre (cf. matricule et lettres grecques).
- **Les téléphones portables, les calculatrices graphiques et les appareils connectés sont interdits pendant l'examen et doivent être laissés éteints dans ton sac en bas de l'auditoire.**

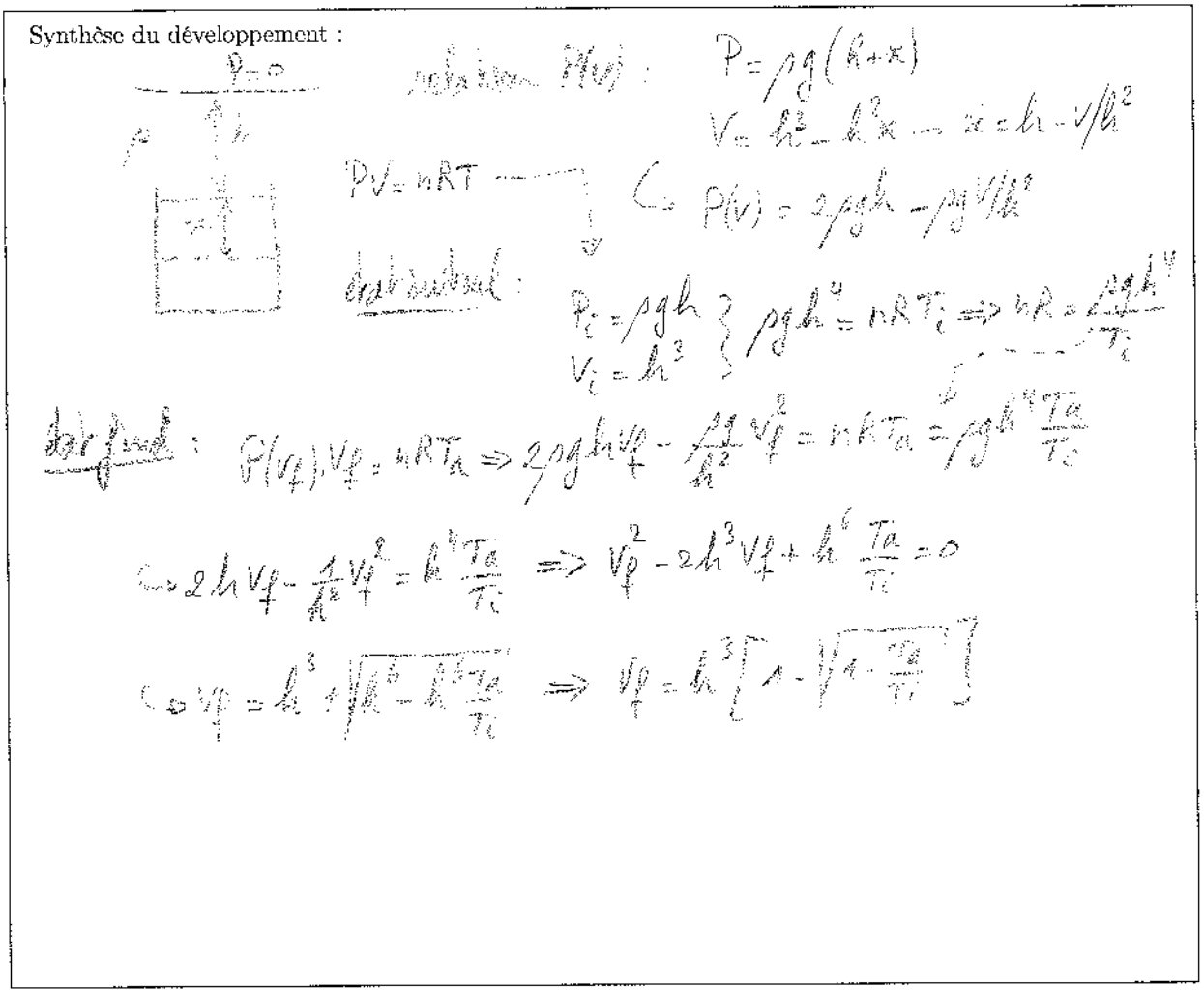
La durée de l'examen est de 2h30.

Question 1

Le schéma ci-contre montre une chambre à piston de section carrée de côté h plongée dans un réservoir de mercure (masse volumique ρ) supposé de dimension infinie au dessus duquel règne une pression nulle (vide). La chambre est remplie d'un gaz parfait occupant initialement le volume cubique h^3. Dans cette situation initiale le piston se situe à une profondeur h sous la surface du mercure et la température du gaz T_i est plus élevée que la température T_a du mercure. La conductivité thermique non nulle des parois de la chambre conduit à la thermalisation de l'ensemble. Calcule le volume V_f que le gaz occupe après thermalisation. Coup de pouce : établis au préalable la relation $P(V)$ existant entre la pression P et le volume V du gaz parfait et résous l'équation du second degré qui se présente.



Synthèse du développement :



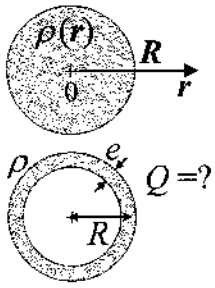
1.a) Réponse analytique

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10

$V_f = h^3\left[1 - \sqrt{1 - \frac{T_a}{T_i}}\right]$

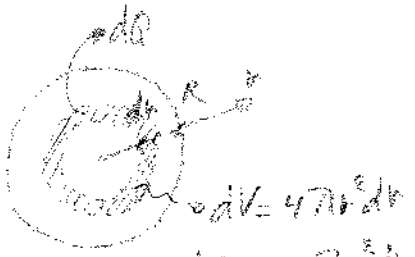
Question 2

Le schéma ci-contre montre une sphère pleine de rayon R chargée avec la densité volumique de charge $\rho(r) = \alpha/r$ où α est une constante et r est la coordonnée radiale mesurée depuis le centre de la sphère. Calcule le champ électrique $\vec{E}(r)$ généré en tout point à l'intérieur de la sphère, soit pour $r < R$, et à l'extérieur de la sphère, soit pour $r > R$. Coup de pouce : il pourrait être aidant de faire le calcul de la charge totale d'une sphère creuse de rayon R et d'épaisseur $e << R$ (c'est-à-dire, supposée infiniment mince) chargée uniformément avec la densité volumique de charge ρ, comme suggéré sur le schéma du bas.



Synthèse du développement :

Gauss : $\oint_{\mathcal{S}} \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{1}{\varepsilon_0} \int_{\mathcal{V}} \rho \, dV = \frac{Q_{int}}{\varepsilon_0}$



$\hookrightarrow dV = 4\pi r^2 dr$

$\hookrightarrow dQ = \rho 4\pi r^2 dr$

coordonnées sphériques : $\vec{E} = E(r)\vec{u}_r$

$\hookrightarrow \oint_{\mathcal{S}_{sphère}} \vec{E} \cdot d\vec{S} = 4\pi r^2 E(r) = \frac{Q_{int}}{\varepsilon_0}$

$r < R$: $Q_{int} = \int_0^r \rho(r) 4\pi r^2 dr = \int_0^r \frac{\alpha}{r} 4\pi r^2 dr = 2\alpha\pi r^2$

$\hookrightarrow 4\pi r^2 E(r) = 2\alpha\pi r^2 \Rightarrow \vec{E}(r) = \frac{\alpha}{2\varepsilon_0} \vec{u}_r$ pour $r < R$

$r > R$: $Q_{int} = \int_0^R \frac{\alpha}{r} 4\pi r^2 dr = 2\alpha\pi R^2$

$\hookrightarrow 4\pi r^2 E(r) = \frac{2\alpha\pi R^2}{\varepsilon_0} \Rightarrow \vec{E}(r) = \frac{\alpha}{2\varepsilon_0} \frac{R^2}{r^2} \vec{u}_r$

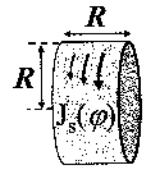
2.a) Réponse analytique

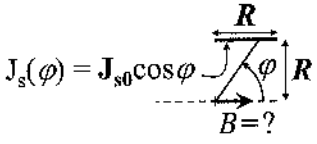
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10

$\vec{E}(r < R) = \frac{\alpha}{2\varepsilon_0} \vec{u}_r$, $\vec{E}(r > R) = \frac{\alpha}{2\varepsilon_0} \frac{R^2}{r^2} \vec{u}_r$

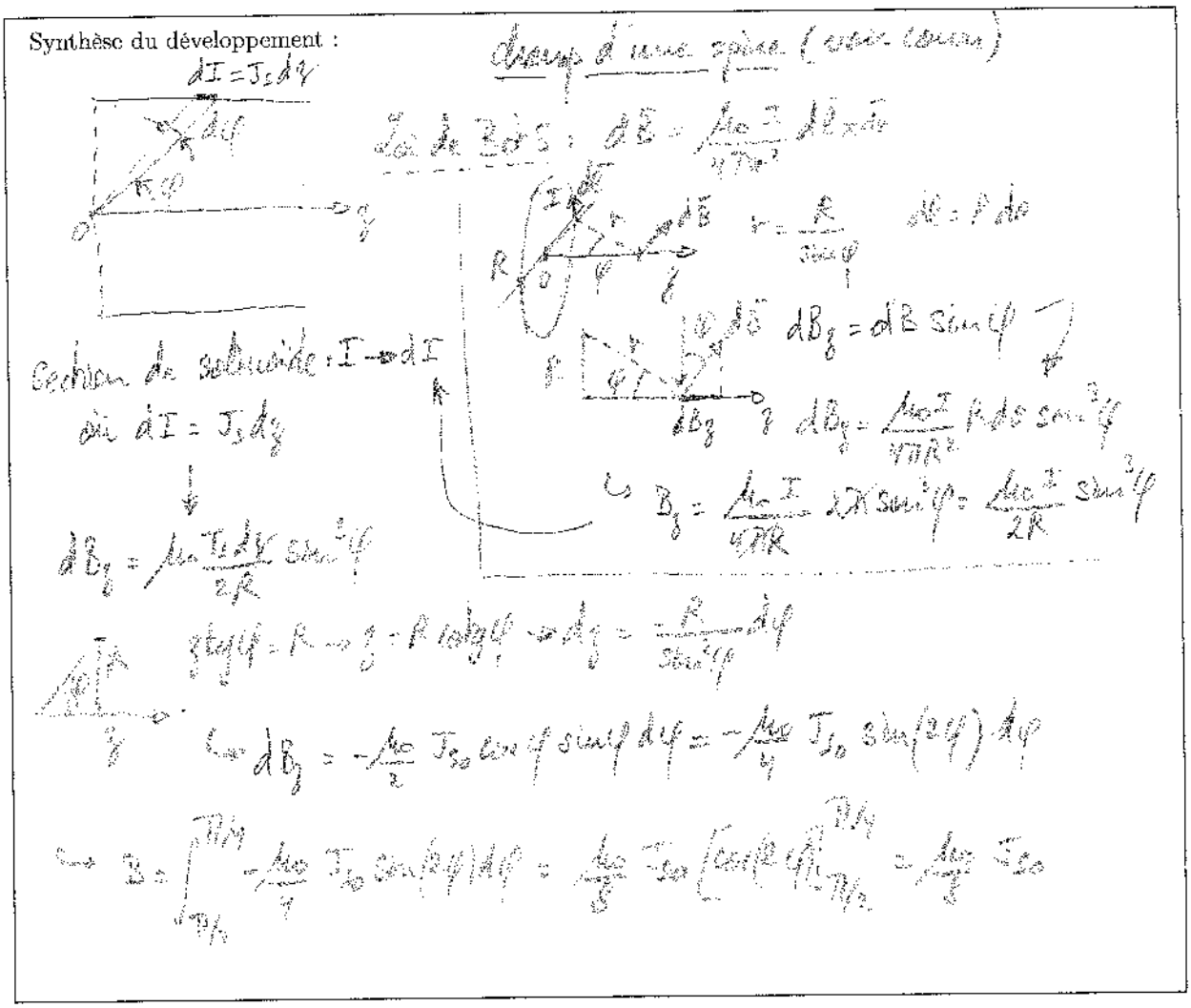
Question 3

Le schéma ci-contre montre en perspective et en coupe un solénoïde à base circulaire de longueur égale à son rayon $\boldsymbol{R}$. La densité de courant de surface J_s qui y circule est dépendante de la position considérée sur le solénoïde. Plus précisément elle vaut $J_s(\phi) = \boldsymbol{J_{s0}}cos(\phi)$ où ϕ est la coordonnée angulaire définie comme étant l'angle formé par l'axe du solénoïde et la droite joignant la position considérée sur le solénoïde et le point de son axe situé à son extrémité gauche (voir schéma du bas). Calcule le module B du champ magnétique généré sur l'axe du solénoïde à son extrémité gauche. Coup de pouce : calcule au préalable le champ sur l'axe d'une spire circulaire unique et inspire-toi ensuite du calcul du champ du solénoïde à nappe de courant uniforme tel que proposé dans le cours.





Synthèse du développement :



3.a) Réponse analytique

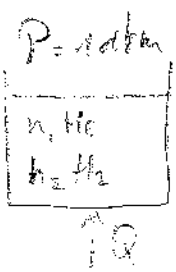
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10

$B = \frac{\mu_0}{8}J_{s0}$

Question 4

Soit une chambre à piston contenant $n_1 = 3$ moles d'hélium et $n_2 = 2$ moles de di-hydrogène à la pression atmosphérique environnante P de 1 atm. Suite à un échauffement à pression constante, le volume de ce mélange gazeux augmente de $\Delta V = 20$ L. Calcule la quantité de chaleur Q nécessaire à cet échauffement. Dans tes expressions mathématiques utilise seulement les valeurs numériques des degrés de libertés des particules du mélange gazeux.

Brève justification :



$Q = \Delta U + W$ où $U = \frac{3}{2} n_1 RT + \frac{7}{2} n_2 RT \Rightarrow \Delta U = \frac{R\Delta T}{2}(3n_1 + 7n_2)$

isobare : $W = P\Delta V = nR\Delta T = (n_1 + n_2) R\Delta T \Rightarrow R\Delta T = \frac{P\Delta V}{n_1 + n_2}$

$\hookrightarrow Q = \frac{1}{2} \frac{3n_1 + 7n_2}{(n_1 + n_2)} P\Delta V + P\Delta V = P\Delta V \left[1 + \frac{1}{2}\left(\frac{3n_1 + 7n_2}{n_1 + n_2}\right)\right]$

4.a) Réponse analytique 0 1 2 3 4 5

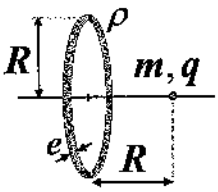
$Q = P\Delta V \left[1 + \frac{1}{2}\left(\frac{3n_1 + 7n_2}{n_1 + n_2}\right)\right]$

4.b) Réponse numérique 0 1 2

$Q = 6{,}69 \cdot 10^3$ J

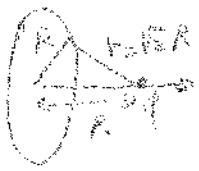
Question 5

Le schéma suivant montre un anneau de rayon $R = 5$ cm réalisé dans un fil de section circulaire de diamètre $e = 2$ mm. Le matériau de ce fil porte la densité volumique de charge uniforme $\rho = 3$ nC/m^3. Un proton est libre de se mouvoir sans frottement le long de l'axe de symétrie de rotation de l'anneau. Sachant que le proton est lâché à vitesse nulle alors qu'il se trouve à la distance R du plan de l'anneau, calcule la vitesse v qu'il atteint une fois arrivé à une distance de l'anneau considérée comme infinie (on considérera que l'anneau est infiniment mince).



Brève justification :

Conv. énergie : $\frac{1}{2}mv^2 = qV$ où V = potentiel (absolu) de l'anneau



$dq = \rho \pi R d\alpha \frac{\pi e^2}{4}$ et $dV = \frac{dq}{4\pi\varepsilon_0 r} = \frac{\rho \pi d\alpha \frac{\pi e^2}{4}}{4\pi\varepsilon_0 \sqrt{2}R}$

$\hookrightarrow dV = \frac{\rho d\alpha e^2}{16\sqrt{2}\varepsilon_0} \rightarrow V = \frac{\rho 2\pi e^2}{16\sqrt{2}\varepsilon_0} = \frac{\sqrt{2}\rho\pi e^2}{16\varepsilon_0}$

$\hookrightarrow \frac{1}{2}mv^2 = \frac{\sqrt{2}\rho\pi e^2 q e}{16\varepsilon_0} \rightarrow v^2 = \frac{\sqrt{2}\rho\pi e^2 q e}{8m\varepsilon_0}$

5.a) Réponse analytique 0 1 2 3 4 5

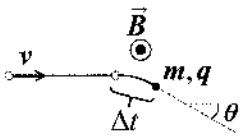
$$v = \sqrt{\frac{\sqrt{2}\rho\pi e^2 q e}{8m\varepsilon_0}}$$

5.b) Réponse numérique 0 1 2

$v = 2{,}69\ 10^{2}$ m/s

Question 6

Le schéma ci-contre montre un proton qui se déplace dans le vide à vitesse constante $v = 5$ km/s dans l'entrefer d'un électro-aimant dont le courant est initialement nul. Grâce à une impulsion de courant, un champ magnétique B de 0,75 mT est établi perpendiculairement à la trajectoire du proton pendant une durée Δt. Calcule le laps de temps Δt durant lequel il faut maintenir le champ pour que la trajectoire du proton soit défléchie d'un angle θ de 30°.



Brève justification :

$R = \frac{mv}{qB}$

$R\Delta\theta = v\Delta t = \frac{mv}{qB}\Delta\theta = v\Delta t$

$\Delta t = \frac{m\Delta\theta}{qB}$

6.a) Réponse analytique [0] [1] [2] [3] [4] [5]

$\Delta t = \frac{m\Delta\theta}{qB}$

6.b) Réponse numérique [0] [1] [2]

$\Delta t = 9{,}2\ \mu s$

+1/1/60+

Encodez votre matricule ci-dessous :

	0 1 2 3 4 5 6 7 8 9	**NOM**
	0 1 2 3 4 5 6 7 8 9	**PRENOM**
	0 1 2 3 4 5 6 7 8 9	**DATE** 25 / 08 / 2021
	0 1 2 3 4 5 6 7 8 9	
	0 1 2 3 4 5 6 7 8 9	
	0 1 2 3 4 5 6 7 8 9	

PHYS-H-1002 IRCI

Examen de Physique de seconde session, deuxième quadrimestre

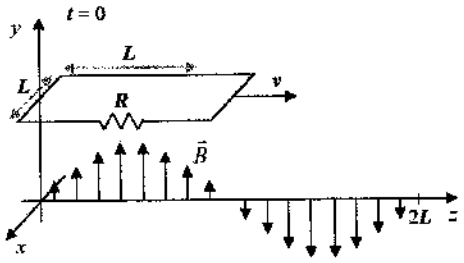
Modalités : CORRIGÉ

- Vérifie que cette brochure comporte 7 pages.
- Indique immédiatement ton matricule, ton nom et ton prénom ci-dessus.
- Maintiens agrafées les feuilles du présent questionnaire et du feuillet de brouillon.
- N'utilise que les feuilles de brouillon que l'on met à ta disposition.
- Les cadres réponses sont destinés aux synthèses de tes développements. Veille à être clair.e et concis.e. Tout résultat indiqué en dehors des cadres sera ignoré.
- Les réponses analytiques doivent être exprimées en utilisant les symboles des variables notés en gras dans les énoncés correspondants. Pour les variables qui ne se trouvent pas dans l'énoncé, le choix du symbole est libre mais il doit être fait avec bon sens (cf. notations du cours).
- Sauf mention contraire, les valeurs numériques doivent être exprimées en notation scientifique avec 3 chiffres significatifs et dans les unités du SI.
- Pour tous les problèmes posés, on négligera les mécanismes de dissipation de l'énergie (frottements).
- Pour les questions de nature purement analytique, les paramètres constituant les données des problèmes sont à considérer comme positifs par défaut.
- Rédige tes réponses au crayon et efface si nécessaire avec une gomme pour éviter toute rature. Seules les grilles d'encodage doivent être remplies à l'encre (cf. matricule et lettres grecques).
- **Les téléphones portables, les calculatrices graphiques et les appareils connectés sont interdits pendant l'examen et doivent être laissés éteints dans ton sac en bas de l'auditoire.**

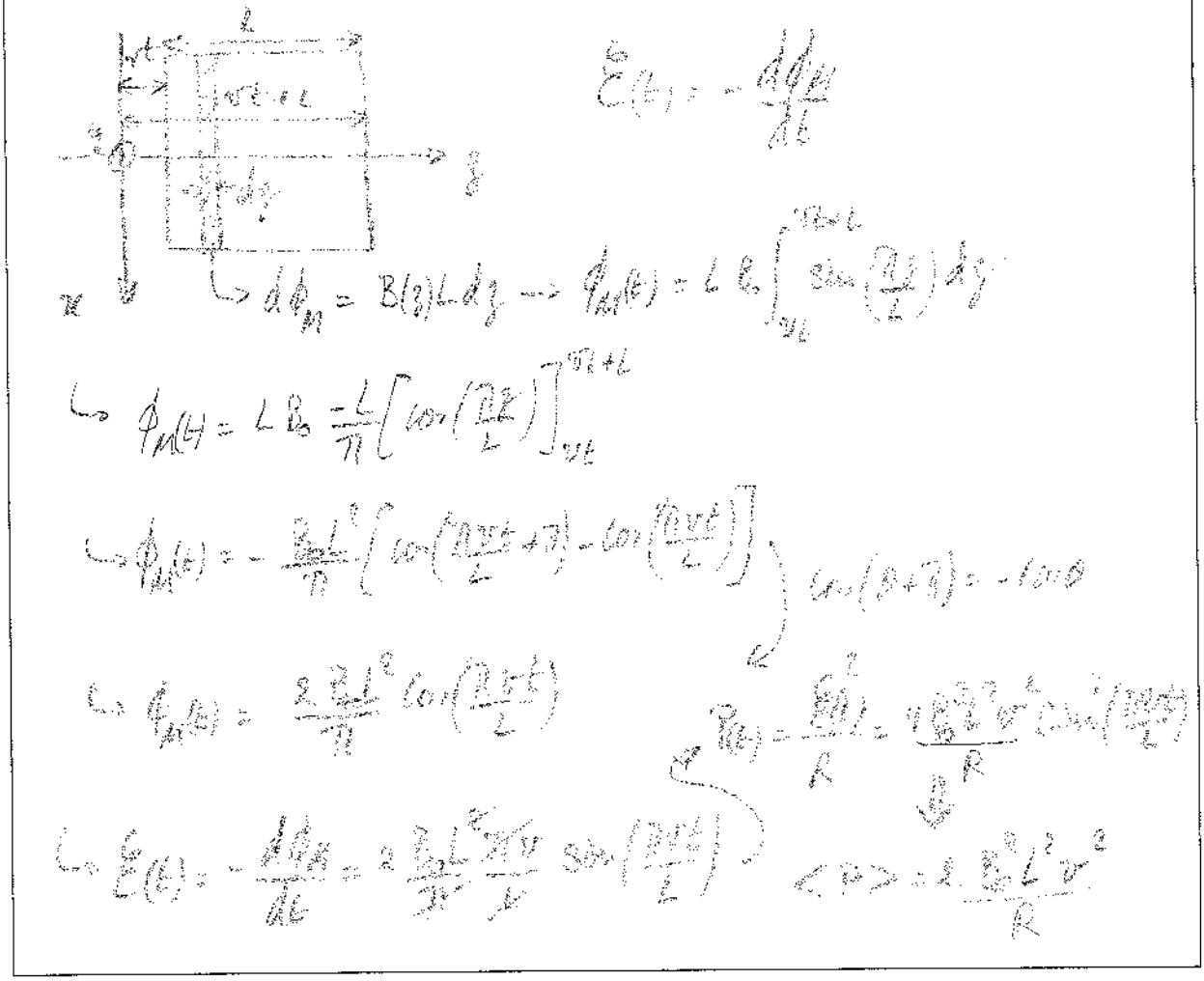
La durée de l'examen est de 2h30.

Question 1

Le schéma ci-contre montre une spire conductrice carrée de côté $\boldsymbol{L}$ se déplaçant à la vitesse $\boldsymbol{v}$ parallèlement au plan (x, z) d'un repère cartésien dans la direction de l'axe z. Sachant que la spire possède une résistance électrique totale $\boldsymbol{R}$ et qu'elle est plongée dans le champ magnétique donné par l'expression $\vec{B} = \boldsymbol{B_0} sin(\pi z/\boldsymbol{L})\vec{1}_y$, calcule pour tout temps $\boldsymbol{t}$ la force électromotrice $\mathcal{E}(\boldsymbol{t})$ de la spire et la puissance électrique moyenne $< P >$ dissipée dans la résistance. On considérera que le côté gauche de la spire se situe en l'origine du repère cartésien au temps $\boldsymbol{t} = 0$ (voir schéma). Coup de pouce : une des façons de répondre à la question nécessite de considérer des bornes d'intégration dépendantes du temps.



Synthèse du développement :



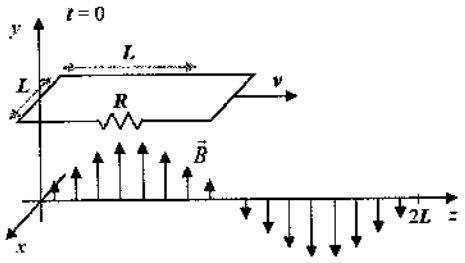
1.a) Réponse analytique

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10

$\mathcal{E}(t) = 2\,B_0 L v \pi \sin\left(\frac{\pi v t}{L}\right)$, $< P >= \frac{2\,B_0^2 L^2 v^2}{R}$

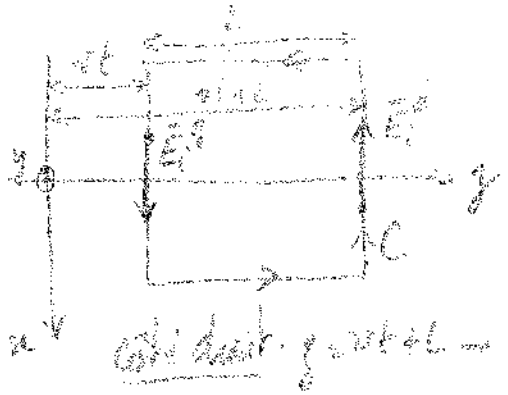
Question 1

Le schéma ci-contre montre une spire conductrice carrée de côté L se déplaçant à la vitesse v parallèlement au plan (x, z) d'un repère cartésien dans la direction de l'axe z. Sachant que la spire possède une résistance électrique totale R et qu'elle est plongée dans le champ magnétique donné par l'expression $\vec{B} = B_0 sin(\pi z/L)\vec{1}_y$, calcule pour tout temps t la force électromotrice $\mathcal{E}(t)$ de la spire et la puissance électrique moyenne $< P >$ dissipée dans la résistance. On considérera que le côté gauche de la spire se situe en l'origine du repère cartésien au temps $t = 0$ (voir schéma). Coup de pouce : une des façons de répondre à la question nécessite de considérer des bornes d'intégration dépendantes du temps.



Synthèse du développement : [Solution alternative]

$\vec{E}_i = \vec{v} \wedge \vec{B}$ avec $\vec{v} = v\,\vec{1}_z$ et $\vec{B} = B(y)\,\vec{1}_y \rightarrow \vec{E}_i = v\,B(y)\,\vec{1}_x$



côté gauche : $y = vt$

$\hookrightarrow \vec{E}_i^g = v\,B(y = vt)\,\vec{1}_x$

$\hookrightarrow \vec{E}_i^g = v\,B_0 \sin\left(\frac{\pi v t}{L}\right)\vec{1}_x$

côté droit : $y = vt + L \rightarrow \vec{E}_i^d = v\,B(y = vt + L)\,\vec{1}_x$

$\hookrightarrow \vec{E}_i^d = v\,B_0 \sin\left(\frac{\pi v t}{L} + \pi\right)\vec{1}_x$

$\hookrightarrow \vec{E}_i^d = -v\,B_0 \sin\left(\frac{\pi v t}{L}\right)\vec{1}_x = -\vec{E}_i^g$

$\hookrightarrow \mathcal{E} = \oint_{\mathcal{C}} \vec{E}_i \cdot d\vec{\ell} = 2Lv\,B_0 \sin\left(\frac{\pi v t}{L}\right)$

$P(t) = \frac{\mathcal{E}^2}{R} = \frac{4L^2 v^2 B_0^2}{R} \sin^2\left(\frac{\pi v t}{L}\right) \rightarrow < P > = \frac{2L^2 v^2 B_0^2}{R}$

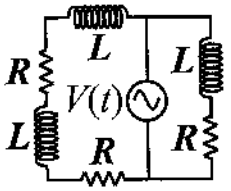
1.a) Réponse analytique

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10

$\mathcal{E}(t) = 2Lv\,B_0 \sin\left(\frac{\pi v t}{L}\right)$, $< P > = \frac{2L^2 v^2 B_0^2}{R}$

Question 2

Le schéma ci-contre montre un circuit électrique constitué de trois résistances $\boldsymbol{R}$ et de trois inducteurs d'inductance $\boldsymbol{L}$. Le circuit est alimenté par une source de tension alternative $V(t) = \boldsymbol{V_m}cos(\boldsymbol{\omega} t)$. Calcule l'amplitude I_m du courant délivré par la source ainsi que le décalage temporel Δt existant entre les oscillations de ce courant et de la tension $V(t)$ (valeur positive si le courant est en avance sur la tension). De même, calcule la puissance moyenne $< P >$ délivrée par la source. Coup de pouce : pense à utiliser la formule trigonométrique $cos(a+b) = cos(a)cos(b) - sin(a)sin(b)$.



Synthèse du développement :

Équivalent

$\frac{1}{Z} = \frac{1}{2(R+i\omega L)} + \frac{1}{R+i\omega L} = \frac{3}{2(R+i\omega L)} \Rightarrow Z = \frac{2}{3}(R+i\omega L)$

$\underline{I} = \underline{V}\frac{3}{2(R+i\omega L)} \Rightarrow I_m = \frac{3}{2}\frac{V_m}{\sqrt{R^2+\omega^2 L^2}}$

$\begin{cases} \underline{V} = V_m \\ \underline{I} = I_m e^{i\varphi_I} \end{cases}$ où $\varphi_I = -\arctan\left(\frac{\omega L}{R}\right)$ $\quad I(t) = I_m \cos\left[\omega t - \arctan\left(\frac{\omega L}{R}\right)\right]$

$\hookrightarrow I(t) = I_m \cos[\omega(t+\Delta t)]$ où $\Delta t = -\frac{1}{\omega}\arctan\left(\frac{\omega L}{R}\right)$

$P(t) = V(t)I(t) = V_m I_m \cos(\omega t)\cos(\omega t + \varphi_I)$

$\hookrightarrow P(t) = V_m I_m \cos(\omega t)[\cos(\omega t)\cos\varphi_I - \sin(\omega t)\sin\varphi_I]$

$\hookrightarrow P(t) = V_m I_m [\cos\varphi_I \cdot \cos^2(\omega t) - \sin\varphi_I \cos(\omega t)\sin(\omega t)]$

$\hookrightarrow < P > = V_m I_m [\cos\varphi_I \frac{1}{2} - \sin\varphi_I \cdot 0]$

$\hookrightarrow < P > = \frac{3}{4}\frac{V_m^2}{\sqrt{R^2+\omega^2 L^2}}\cos\varphi_I$ où $\cos\varphi_I = \frac{R}{\sqrt{R^2+\omega^2 L^2}}$

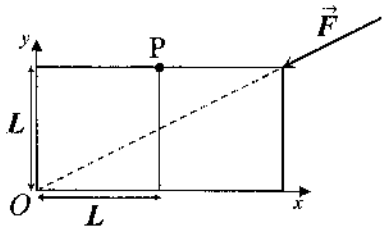
2.a) Réponse analytique

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10

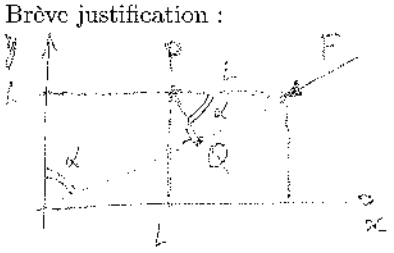
$I_m = \frac{3}{2}\frac{V_m}{\sqrt{R^2+\omega^2 L^2}}$, $\Delta t = -\frac{1}{\omega}\arctan\left(\frac{\omega L}{R}\right)$, $< P > = \frac{3}{4}\frac{V_m^2 R}{(R^2+\omega^2 L^2)}$

Question 3

Question de Connaissances Fondamentales : les deux carrés ci-contre ont des côtés de longueur $\boldsymbol{L} = 5$ cm et la force $\vec{\boldsymbol{F}}$ a pour norme $\boldsymbol{F} = 1,35$ N. Calcule la norme $||\vec{M}_P(\vec{\boldsymbol{F}})||$ du moment de force de $\vec{\boldsymbol{F}}$ par rapport au point P.



Brève justification :



$||\vec{M}_P(\vec{F})|| = ||\vec{F}||_x$ bras de levier $= ||\vec{F}||_x \cdot L \cos\alpha$

or $\alpha = \arctg \frac{2L}{L} = \arctg(2) \Rightarrow \tg\alpha = 2$

$\cos\alpha = \frac{1}{\sqrt{1+\tg^2\alpha}} = \frac{1}{\sqrt{1+4}} = \frac{1}{\sqrt{5}}$

3.a) Réponse analytique [0] [1] [2] [3] [4] [5] [6] [7] [8]

$||\vec{M}_P(\vec{\boldsymbol{F}})|| = \frac{2}{\sqrt{5}} F L$

3.b) Réponse numérique [0] [1] [2]

$||\vec{M}_P(\vec{\boldsymbol{F}})|| = 3,02 \cdot 10^{-2}$ N.m

Question 4

Dans une région de l'espace vide munie d'un repère cartésien, règne le champ magnétique suivant : $\vec{B} = \alpha[(a-y)\vec{1}_x + x\vec{1}_y + a\vec{1}_z]$ où $\alpha = 0,3$ nT/m. Sachant qu'au temps $t = 0$ le champ électrique est rigoureusement nul partout dans cette région, calcule l'expression du champ électrique $\vec{E}$ au temps $t = 10$ s au point $(x_0, y_0, z_0) = (1.5, -0.3, 2)$ [m] (en module uniquement pour la réponse numérique).

Brève justification :

Ampère - Maxwell : $\vec{\text{rot}}\,\vec{B} = \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$

$\hookrightarrow \vec{\text{rot}}\,\vec{B} = \alpha \begin{vmatrix} \vec{1}_x & \partial_x & a-y \\ \vec{1}_y & \partial_y & x \\ \vec{1}_z & \partial_z & a \end{vmatrix} = \alpha(1+1)\vec{1}_z = 2\alpha\vec{1}_z = \mu_0\varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$

$\hookrightarrow \vec{E} = \frac{2\alpha t}{\mu_0\varepsilon_0}\vec{1}_z$

4.a) Réponse analytique ☒ 1 2 3 4 5

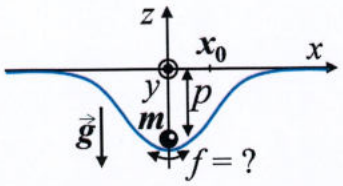
$\vec{E} = \frac{2\alpha t}{\mu_0\varepsilon_0}\vec{1}_z = 2\alpha c^2 t\,\vec{1}_z$

4.b) Réponse numérique ☒ 1 2

$E = 5{,}4 \times 10^3$ V/m

Question 5

Le schéma suivant montre une bille de masse $m = 50$ g située au fond d'un trou dont la profondeur p est donnée par la fonction $p(x, y) = V/(x_0{}^2 + x^2)$ où $V = 1,25\ 10^{-3}$ m^3, $x_0 = 5$ cm et x et y sont les coordonnées horizontales du système d'axes cartésiens représenté sur le schéma. Supposant que l'accélération de la gravitation terrestre g vaut 10 m/s^2, calcule, dans l'approximation des petits mouvements, la fréquence d'oscillation f de la bille au fond du trou.



Brève justification :

$$E_p(x) = -mg\,p(x) = -mg\frac{V}{x_0^2+x^2} = -\frac{mgV}{x_0^2}\frac{1}{1+\left(\frac{x}{x_0}\right)^2}$$

"petits mouvements" : $x \ll x_0 \longrightarrow E_p(x) \simeq -\frac{mgV}{x_0^2}\left[1-\left(\frac{x}{x_0}\right)^2\right]$

$$E_p(x) \simeq \frac{mgV}{x_0^4}x^2 + \text{cte}$$

Parabole de l'OH : $E_p = \frac{1}{2}kx^2 \longrightarrow k = \frac{2mgV}{x_0^4} \longrightarrow \omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{2gV}{x_0^4}}$

5.a) Réponse analytique [0] [1] [2] [3] [4] [5]

$$f = \frac{1}{\pi x_0^2}\sqrt{\frac{gV}{2}}$$

5.b) Réponse numérique [0] [1] [2]

$f = 10$ Hz

Question 6

Question de Connaissances Fondamentales : donne, en termes des unités de base du système international, les unités des grandeurs physiques suivantes : la mobilité électronique μ, la permittivité du vide ϵ_0 et l'inductance L.

Brève justification :

mobilité : $v = \mu E \rightarrow [\mu] = \frac{[v]}{[E]} = \frac{m/s}{N/C} = \frac{\cancel{m}}{s}\frac{s^2 s}{kg\,\cancel{m}} = \frac{A s^2}{kg}$

permittivité : $E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \Rightarrow [\epsilon_0] = \frac{[q]}{[E][r^2]} = \frac{C^2}{N\,m^2} = \frac{C^2 s^2}{kg\,m^3} = \frac{A^2 s^4}{kg\,m^3}$

inductance : $\phi_m = L I \Rightarrow [L] = \frac{[\phi_m]}{[I]} = \frac{T\,m^2}{A} = \frac{N\,m}{A^2} = \frac{kg\,m^2}{A^2 s^2}$

6.a) Réponse analytique

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10

$[\mu] = \frac{A s^2}{kg}$, $[\epsilon_0] = \frac{A^2 s^4}{kg\,m^3}$, $[L] = \frac{kg\,m^2}{A^2 s^2}$

Encodez votre matricule ci-dessous :

	0 1 **2** 3 4 5 6 7 8 9	**NOM** PIETJE
	0 1 2 3 4 5 **6** 7 8 9	**PRENOM** SCRAMOUILLE
	0 1 2 **3** 4 5 6 7 8 9	**DATE** 15 / 01 / 2022
	0 1 2 **3** 4 5 6 7 8 9	
	0 1 2 3 4 5 6 7 **8** 9	
	0 1 2 3 4 **5** 6 7 8 9	

PHYS-H1001 et PHYS-H101

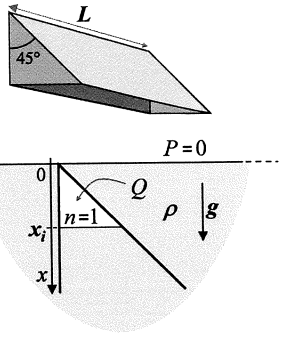
Examen de janvier

Modalités :

- Vérifie que cette brochure comporte 9 pages.
- Indique immédiatement ton matricule, ton nom et ton prénom ci-dessus.
- Maintiens agrafées les feuilles du présent questionnaire et du feuillet de brouillon.
- N'utilise que les feuilles de brouillon que l'on met à ta disposition.
- Une réponse sans justification ne sera pas considérée. Tout résultat indiqué en dehors des cadres sera ignoré.
- Les réponses analytiques doivent être exprimées en utilisant les symboles des variables notés en gras dans les énoncés correspondant. Pour les variables qui ne se trouvent pas dans l'énoncé, le choix du symbole est libre mais il doit être fait avec bon sens (cf. notations du cours).
- Sauf mention contraire, les valeurs numériques doivent être exprimées en notation scientifique avec 3 chiffres significatifs et dans les unités du SI.
- Pour tous les problèmes posés on négligera les mécanismes de dissipation de l'énergie (frottements).
- Rédige tes réponses au crayon et efface si nécessaire avec une gomme pour éviter toute rature. Seules la grille du matricule et la grille des lettres grecques doivent impérativement être remplies à l'encre.
- **Les téléphones portables, les calculatrices graphiques et les appareils connectés sont interdits pendant l'examen et doivent être laissés éteints dans ton sac en bas de l'auditoire.**

La durée de l'examen est de 3h.

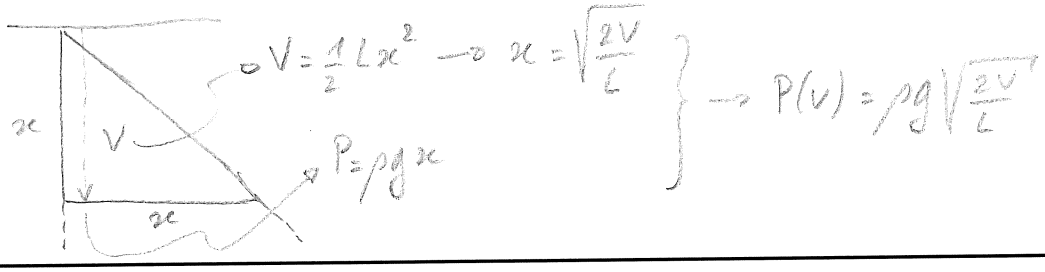
QUESTION 1



Le schéma ci-contre montre en perspective et en coupe un récipient en forme de prisme à base triangulaire (triangle rectangle isocèle). Après avoir été retourné de façon à ce que son ouverture soit orientée vers le bas, le récipient est entièrement immergé dans un bain de mercure de masse volumique $\boldsymbol{\rho}$ de façon à ce que son arête supérieure se trouve au niveau de la surface de mercure sur toute sa longueur $\boldsymbol{L}$. L'expérience est réalisée dans une chambre à vide où règne une pression nulle et une accélération gravitationnelle $\boldsymbol{g}$. Le haut du récipient renversé est toutefois rempli avec une mole de gaz parfait ($n = 1$) sur lequel s'exerce la pression hydrostatique du mercure $P_i = \boldsymbol{\rho g x_i}$ où $\boldsymbol{x_i}$ est la profondeur du niveau de mercure à l'intérieur du récipient (voir schéma). Le gaz est alors chauffé de sorte que la profondeur x du niveau de mercure dans le récipient augmente.

1.a) Établis la relation théorique $P(\boldsymbol{V})$ qui lie la pression P du gaz à son volume $\boldsymbol{V}$. 0 1 2 3 4 5

○ A
○ B
○ C



1.b) Calcule la quantité de chaleur Q qu'il faut apporter au gaz pour doubler la profondeur x du niveau de mercure à l'intérieur du récipient, soit pour atteindre la profondeur $x_f = 2\boldsymbol{x_i}$.

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10

○ A
○ B
○ C
○ D
○ E
○ F

$Q = \Delta U + W = \frac{nd}{2} nR\Delta T + \int_{i \rightarrow f} PdV$ où $P = \rho g x$

et $V = \frac{1}{2} L x^2 \rightarrow dV = Lx dx$

$\hookrightarrow PdV = \rho g L x^2 dx$

$\hookrightarrow W = \int_{x_i}^{2x_i} \rho g L x^2 dx = \frac{1}{3} \rho g L \left(8x_i^3 - x_i^3\right) = \frac{7}{3} \rho g L x_i^3$

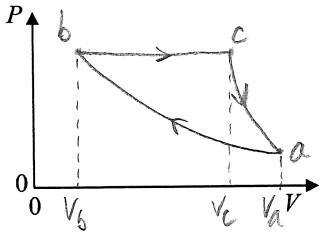
$PV = nRT \Rightarrow \frac{1}{2} \rho g L x^3 = RT \Rightarrow nR\Delta T = \frac{1}{2} \rho g L \left(x_f^3 - x_i^3\right)$

$\hookrightarrow nR\Delta T = \frac{7}{2} \rho g L x_i^3$

$\therefore Q = \left(\frac{nd}{4} + \frac{1}{3}\right) 7 \rho g L x_i^3$

QUESTION 2

Soit un moteur à piston à gaz parfait monoatomique ($n_d = 3$) fonctionnant selon un cycle composé d'une isotherme a-b, d'une isobare b-c et d'une adiabatique c-a. Représente ce cycle de façon qualitative mais aussi précise que possible dans les axes prévus à cet effet ci-contre. Sachant que le moteur a un rapport de compression $\alpha = V_a/V_b = 10$ et qu'il fonctionne avec une mole de gaz, calcule les grandeurs suivantes :



2.a) La variation d'entropie ΔS_{bc} que subit le gaz lors de la transformation b-c.

0 1 2 3 4 5

○ A
○ B
○ C

S fonction d'état : $\Delta S_{ab} + \Delta S_{bc} + \Delta S_{ca} = 0$ où $\Delta S_{ca} = 0$ (adiab.)

↳ $\Delta S_{bc} = -\Delta S_{ab} = \Delta S_{ba} = \int_{b\to a} \frac{dQ}{T} = \frac{1}{T_a} Q_{ba} \overset{\text{isoth.}}{=} \frac{W_{ba}}{T_a} = \frac{1}{T_a}\int_{b\to a} P\,dV = nR\ln\frac{V_a}{V_b}$

$P = \frac{nRT_a}{V}$

$n=1$, $\frac{V_a}{V_b} = \alpha$

Réponse analytique : $\Delta S_{bc} =$ $R\ln\alpha$

Réponse numérique : $\Delta S_{bc} =$ 19,1 J/K

2.b) Le rendement r du moteur.

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15

○ A
○ B
○ C
○ D
○ E
○ F

$r = \frac{W}{Q_H} = 1 - \frac{|Q_B|}{Q_H}$ où $Q_B = Q_{ab} = W_{ab} = nRT_a\ln\left(\frac{V_b}{V_a}\right)$

↳ $|Q_B| = RT_a\ln\alpha$

$Q_H = Q_{bc} \overset{\text{isob.}}{=} \left(\frac{n_d}{2}+1\right)R(T_c - T_b) = \left(\frac{n_d}{2}+1\right)RT_a\left(\frac{T_c}{T_b} - 1\right) \overset{\text{isob.}}{=} \left(\frac{n_d}{2}+1\right)RT_a\left(\frac{V_c}{V_b} - 1\right)$ (isoth.)

adiab. : $P_c V_c^\gamma \overset{\text{isob.}}{=} P_b V_c^\gamma = P_a V_a^\gamma \to V_c = V_a\left(\frac{P_a}{P_b}\right)^{1/\gamma} \overset{\text{isoth}}{=} \alpha V_b\left(\frac{V_b}{V_a}\right)^{1/\gamma} \overset{=1/\alpha}{\Rightarrow} \frac{V_c}{V_b} = \alpha^{1-1/\gamma}$

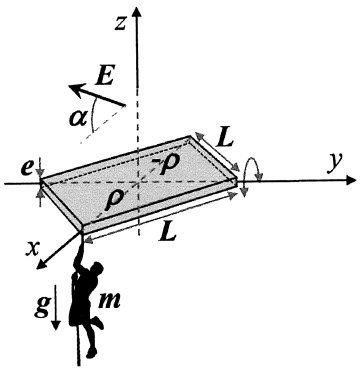
↳ $Q_H = \left(\frac{n_d}{2}+1\right)RT_a\left(\alpha^{1-\frac{1}{\gamma}} - 1\right)$ où $n_d = 3 \to \gamma = \frac{5}{3}$ et $1 - \frac{1}{\gamma} = \frac{2}{5}$

Réponse analytique : $r =$ $1 - \frac{\ln\alpha^{2/5}}{\alpha^{2/5} - 1}$

Réponse numérique : $r =$ 39,1 %

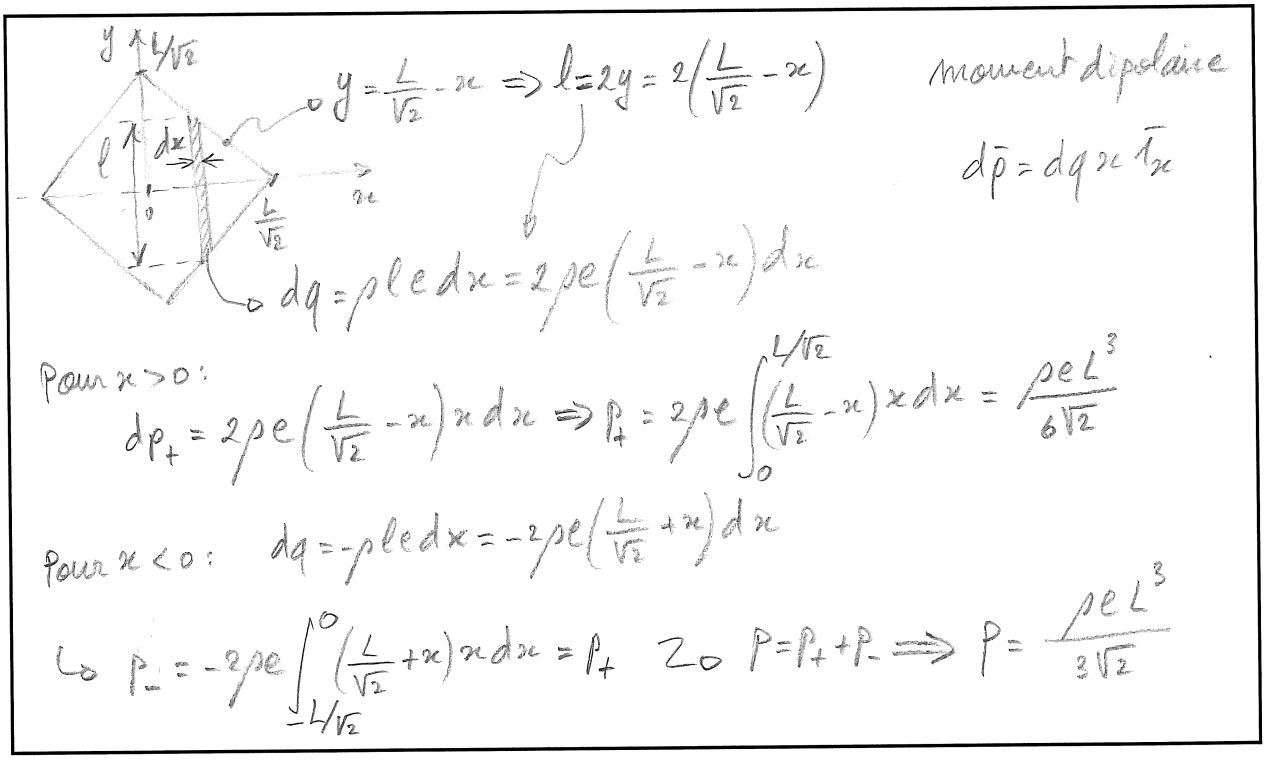
QUESTION 3

Le schéma ci-contre montre dans un repère cartésien une plaque de forme carrée de côté $\boldsymbol{L}$ et d'épaisseur $\boldsymbol{e} << \boldsymbol{L}$ maintenue par ses deux sommets situés sur l'axe y de façon à ce qu'elle puisse tourner sans frottement autour de cet axe. La moitié de la plaque se trouvant dans le demi-plan $x > 0$ est chargée avec la densité volumique de charge positive uniforme $\boldsymbol{\rho}$ alors que l'autre moitié est chargée avec la densité $-\boldsymbol{\rho}$. La plaque est plongée dans un champ électrique uniforme de module E, parallèle au plan (x, z) et incliné d'un angle $\boldsymbol{\alpha}$ par rapport à l'axe x.



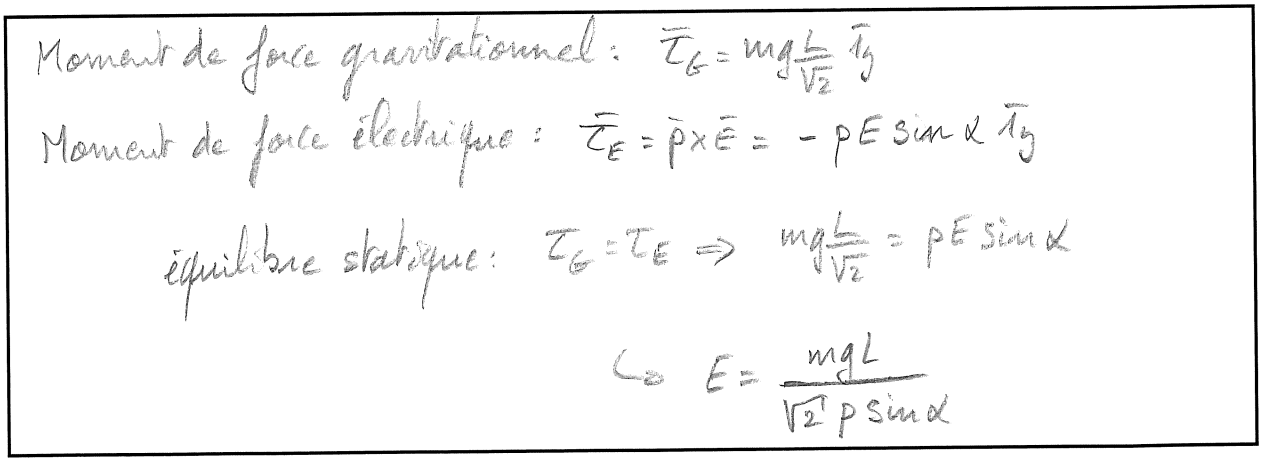
3.a) Calcule le module du moment dipolaire électrique $\boldsymbol{p}$ de cette plaque. 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10

○ A
○ B
○ C
○ D
○ E
○ F



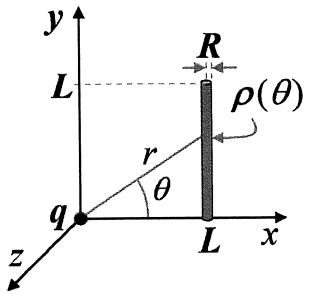
3.b) Calcule la valeur à donner au module E du champ électrique pour que la plaque reste en position horizontale dans le champ gravitationnel terrestre d'accélération $\boldsymbol{g}$ lorsqu'une masse $\boldsymbol{m}$ est suspendue à son sommet situé en $x > 0$. Donne le résultat en fonction de $\boldsymbol{p}$ (noté en gras) et des paramètres nécessaires. 0 1 2 3 4 5

○ A
○ B
○ C



QUESTION 4

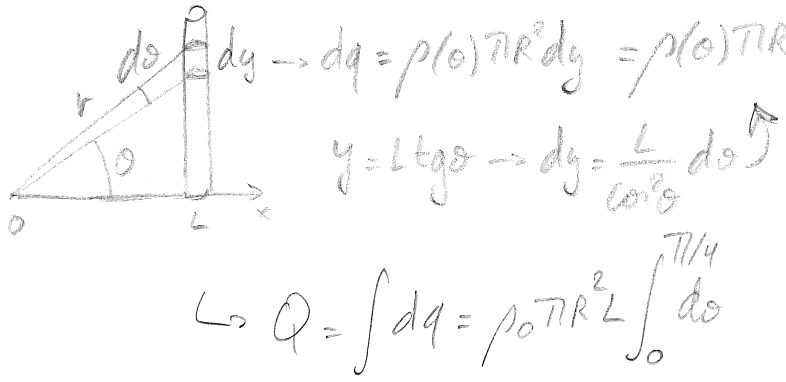
Le schéma ci-contre montre une charge électrique ponctuelle $q = 7,8\mu C$ située à l'origine d'un repère cartésien ainsi qu'une tige cylindrique à base circulaire de rayon $R = 1.5$ mm parallèle à l'axe y, de longueur $L = 5$ cm et située sur l'axe x en $x = L$. La tige, que l'on considérera comme infiniment mince, porte la densité volumique de charge électrique $\rho = \rho_0 \cos^2(\theta)$ où $\rho_0 = 3,2$ mC/m^3 et où θ est l'angle de coordonnée polaire, tel qu'indiqué sur le schéma.



4.a) Calcule la charge électrique totale Q que porte la tige.

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10

○ A
○ B
○ C



$dy \rightarrow dq = \rho(\theta)\pi R^2 dy = \rho(\theta)\pi R^2 \frac{L}{\cos^2\theta} d\theta = \rho_0 \pi R^2 L \, d\theta$

$y = L\tan\theta \rightarrow dy = \frac{L}{\cos^2\theta} d\theta$

$\hookrightarrow Q = \int dq = \rho_0 \pi R^2 L \int_0^{\pi/4} d\theta$

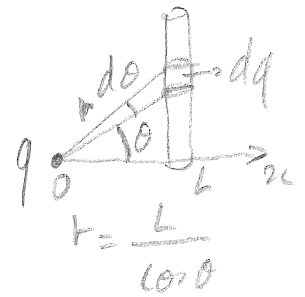
Réponse analytique : $Q = \dfrac{\rho_0 \pi R^2 L}{4}$

Réponse numérique : $Q = 8,88\,10^{-10}$ C

4.b) Calcule le travail W qu'il faut fournir pour amener la tige dans cette position depuis l'infini.

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10

○ A
○ B
○ C
○ D
○ E
○ F



$r = \frac{L}{\cos\theta}$

dq : $dW = V(r)\,dq$ où $V = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 L}\cos\theta$

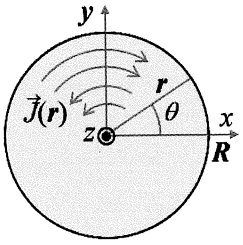
et où $dq = \rho_0 \pi R^2 L \, d\theta$ (cf. 4.a)

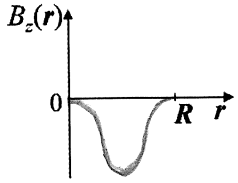
$\hookrightarrow dW = \frac{\rho_0 q \pi R^2 L}{4\pi\varepsilon_0 L}\cos\theta \rightarrow W = \frac{\rho_0 q R^2}{4\varepsilon_0}\int_0^{\pi/4} \cos\theta \, d\theta = \frac{\rho_0 q R^2}{4\varepsilon_0}\left[\sin\theta\right]_0^{\pi/4}$

Réponse analytique : $W = \dfrac{\rho_0 q R^2}{4\sqrt{2}\,\varepsilon_0}$

Réponse numérique : $W = 1,12\,10^{-3}$ J

QUESTION 5





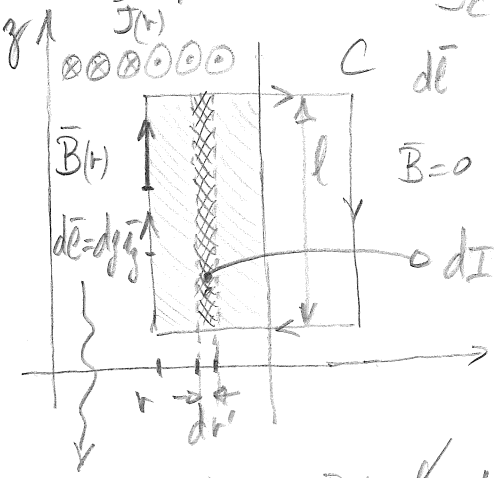
Le schéma ci-contre montre en coupe un cylindre conducteur de longueur infinie à base circulaire de rayon $\boldsymbol{R}$ dont l'axe est confondu avec l'axe z d'un repère cartésien muni des coordonnées cylindriques $(\boldsymbol{r}, \theta, z)$. Dans ce cylindre circule une densité de courant de direction polaire dépendante de la coordonnée radiale $\boldsymbol{r}$ selon la fonction $\vec{J}(\boldsymbol{r}) = \boldsymbol{J_0} \sin(2\pi \boldsymbol{r}/\boldsymbol{R})\vec{1}_\theta$. Calcule l'expression du champ magnétique $\vec{B}(\boldsymbol{r})$ généré par cette configuration de courant pour toute valeur de $\boldsymbol{r}$. De même, dans les axes prévus à cet effet ci-contre, dessine de façon qualitative mais aussi précise que possible le graphe de la composante en z du champ magnétique $B_z(\boldsymbol{r})$ pour toute valeur de $\boldsymbol{r}$. Coup de pouce : rappelle-toi que le champ est nul à l'extérieur d'un solénoïde.

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15

Cylindre vu comme une superposition de solénoïdes :

↳ principe de superposition : le champ est nul pour $r > R$

Loi d'Ampère : $\oint_{\mathcal{C}} \vec{B}\cdot d\vec{\ell} = \mu_0 \int_{S_C} \vec{J}\cdot d\vec{S}$



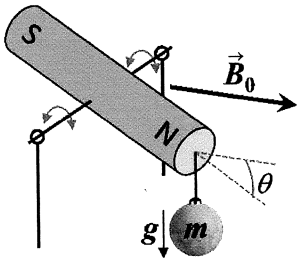
$\vec{B}\cdot d\vec{\ell} = B_z\,dy \rightarrow B_z(r)\ell = \mu_0 \int_r^R J(r')\ell\,dr'$

↳ $B_z(r) = \mu_0 \int_r^R J_0 \sin\left(\frac{2\pi r}{R}\right) dr = -\mu_0 J_0 \frac{R}{2\pi}\left[\cos\left(\frac{2\pi r}{R}\right)\right]_r^R$

$\vec{B}\,(r < R) = \frac{\mu_0 J_0 R}{2\pi}\left[\cos\frac{2\pi r}{R} - 1\right]$ $\qquad$ $\vec{B}\,(r \geq R) = 0$

- ○ A
- ○ B
- ○ C
- ○ D
- ○ E
- ○ F

QUESTION 6



Le schéma ci-contre montre un aimant cylindrique de section circulaire de rayon $\boldsymbol{R} = 1$ cm et de longueur $\boldsymbol{L} = 20$ cm maintenu en son milieu par une tige horizontale perpendiculaire à son axe. La tige elle-même est libre de tourner sur son support de façon à constituer un axe de rotation pour l'aimant. Une masse $\boldsymbol{m} = 5,5$ kg est fixée à l'extrémité Nord de l'aimant, comme indiqué sur le schéma. Le tout est plongé dans un champ magnétique uniforme horizontal de module $\boldsymbol{B_0} = 0,7$ T et perpendiculaire à l'axe de rotation de l'aimant. Sachant que le champ magnétique généré par l'aimant au centre de ses faces circulaires vaut $\boldsymbol{B} = 0,3$ T, effectue le calcul des grandeurs suivantes :

6.a) La densité de courant de surface J_s circulant à la surface de l'aimant. [0] [1] [2] [3] [4] [5]

○ A
○ B
○ C

$B = B_{face} = \mu_0 \frac{J_s}{2}$ (cf cours) $\Rightarrow J_s = \frac{2B}{\mu_0}$

Réponse analytique : $J_s = 2B/\mu_0$ Réponse numérique : $J_s = 0,477\,10^6$ A/m

6.b) Le module $\boldsymbol{m_M}$ du moment magnétique dipolaire de l'aimant. [0] [1] [2] [3] [4] [5]

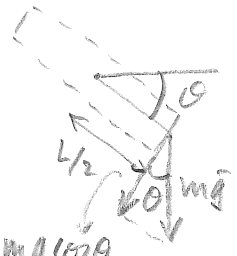
○ A
○ B
○ C

$m_M = IS = J_s L \pi R^2$

Réponse analytique : $\boldsymbol{m_M} = \frac{2BL\pi R^2}{\mu_0}$ Réponse numérique : $\boldsymbol{m_M} = 30$ Am^2

6.c) L'angle θ que fait l'axe de l'aimant avec l'horizontale ($\boldsymbol{g} = 9,81$ m/s^2). Donne le résultat en fonction de $\boldsymbol{m_M}$ (noté en gras) et des paramètres nécessaires. [0] [1] [2] [3] [4] [5] [6] [7] [8] [9] [10]

○ A
○ B
○ C
○ D
○ E
○ F



$\tau_G = mg\frac{L}{2}\cos\theta$ $\vec{\tau}_M = \vec{m}_M \times \vec{B}_0$

$\Rightarrow \tau_M = m_M B_0 \sin\theta$

équilibre statique : $mg\cos\theta\frac{L}{2} = m_M B_0 \sin\theta$

$\Rightarrow \operatorname{tg}\theta = \frac{mgL}{2m_M B_0}$

Réponse analytique : $\theta = \operatorname{arctg}\left[\frac{mgL}{2m_M B_0}\right]$ Réponse numérique : $\theta = 14,4°$

QUESTION 7

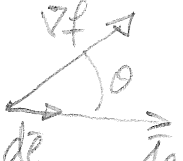
À partir de l'expression de la différentielle totale d'une fonction de trois variables $f(x,y,z)$ en termes de ses dérivées partielles par rapport à x, y et z, démontre les assertions suivantes :

7.a) Le vecteur gradient $\vec{\nabla} f$ en un point donné (x,y,z) est orienté dans la direction de plus grande variation (ou « dérivée directionnelle ») de la fonction f en ce point. 0 1 2 3 4 5

○ A
○ B
○ C

$df = \frac{\partial f}{\partial x} dx + \frac{\partial f}{\partial y} dy + \frac{\partial f}{\partial z} dz$ soit $\begin{cases} d\vec{\ell} = dx\,\vec{i}_x + dy\,\vec{i}_y + dz\,\vec{i}_z \\ \vec{\nabla} f = \frac{\partial f}{\partial x}\vec{i}_x + \frac{\partial f}{\partial y}\vec{i}_y + \frac{\partial f}{\partial z}\vec{i}_z \end{cases}$

↳ $df = \vec{\nabla} f \cdot d\vec{\ell}$



↳ $\frac{df}{d\ell} = \vec{\nabla} f \cdot \vec{i}_\ell$

$\frac{df}{d\ell} = \|\vec{\nabla} f\| \cdot \cos\theta$ → si $\theta = 0$: $\cos\theta = 1$

alors $\frac{df}{d\ell} = \|\vec{\nabla} f\| = \left.\frac{df}{d\ell}\right|_{max}$: pente maximale

7.b) Le champ électrique vaut l'opposé du gradient du potentiel électrique. 0 1 2 3 4 5

○ A
○ B
○ C

$V = \int dV = -\int_{i \to f} \vec{E} \cdot d\vec{\ell}$

or $dV = \vec{\nabla} V \cdot d\vec{\ell}$

$dV = -\vec{E} \cdot d\vec{\ell}$ → $dV = \vec{\nabla} V \cdot d\vec{\ell} = -\vec{E} \cdot d\vec{\ell}$ $\forall d\vec{\ell}$

↳ $\vec{E} = -\vec{\nabla} V$

7.c) Une équation différentielle (aux dérivées partielles) lie le potentiel électrique en un point donné à la densité de charge électrique en ce point. Formule cette équation. 0 1 2 3 4 5

○ A
○ B
○ C

Loi de Gauss locale : $\operatorname{div} \vec{E} = \rho/\varepsilon_0$ ou $\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \rho/\varepsilon_0$

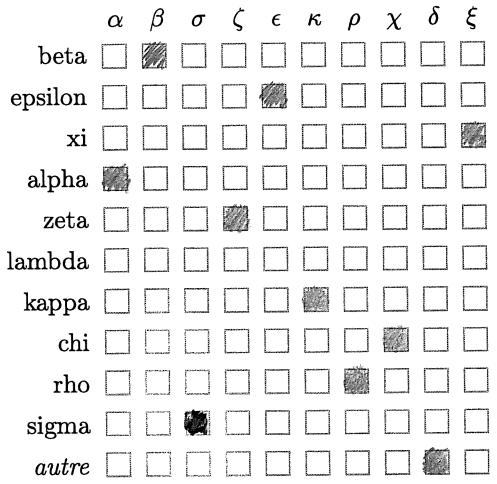
or $\vec{E} = -\vec{\nabla} V$ → $\vec{\nabla} \cdot (\vec{\nabla} V) = -\rho/\varepsilon_0$ $\vec{\nabla} V = \frac{\partial V}{\partial x}\vec{i}_x + \frac{\partial V}{\partial y}\vec{i}_y + \frac{\partial V}{\partial z}\vec{i}_z$

↳ $\vec{\nabla} \cdot (\vec{\nabla} V) = \frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} = -\rho/\varepsilon_0$ → $\Delta V = -\rho/\varepsilon_0$

équation de Poisson

Question 8 (bonus 10 points)

Pour chaque lettre grecque, noircis la case de la grille qui se trouve à l'intersection de la ligne et de la colonne correspondant à ses représentations phonétique et symbolique. Il est impératif de ne noircir, au plus, qu'une seule case par ligne (sauf pour la dernière ligne intitulée "autre" qui permet de signaler les symboles qui n'ont pas de correspondant). Dès lors, chaque colonne devra impérativement compter une et une seule case noire.



Encodez votre matricule ci-dessous :

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

NOM _____

PRENOM _____

DATE 04 / 06 / 2022

PHYS-H101 : Examen de rattrapage/juin

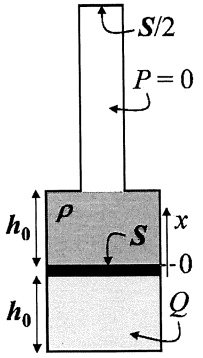
Modalités :

- Vérifie que cette brochure comporte 9 pages.
- Indique immédiatement ton matricule, ton nom et ton prénom ci-dessus.
- Maintiens agrafées les feuilles du présent questionnaire et du feuillet de brouillon.
- N'utilise que les feuilles de brouillon que l'on met à ta disposition.
- Une réponse sans justification ne sera pas considérée. Tout résultat indiqué en dehors des cadres sera ignoré.
- Les réponses analytiques doivent être exprimées en utilisant les symboles des variables notés en gras dans les énoncés correspondant. Pour les variables qui ne se trouvent pas dans l'énoncé, le choix du symbole est libre mais il doit être fait avec bon sens (cf. notations du cours).
- Sauf mention contraire, les valeurs numériques doivent être exprimées en notation scientifique avec 3 chiffres significatifs et dans les unités du SI.
- Pour tous les problèmes posés on négligera les mécanismes de dissipation de l'énergie (frottements).
- Rédige tes réponses au crayon et efface si nécessaire avec une gomme pour éviter toute rature. Seules la grille du matricule et la grille des lettres grecques doivent impérativement être remplies à l'encre.
- **Les téléphones portables, les calculatrices graphiques et les appareils connectés sont interdits pendant l'examen et doivent être laissés éteints dans ton sac en bas de l'auditoire.**

La durée de l'examen est de 2h30.

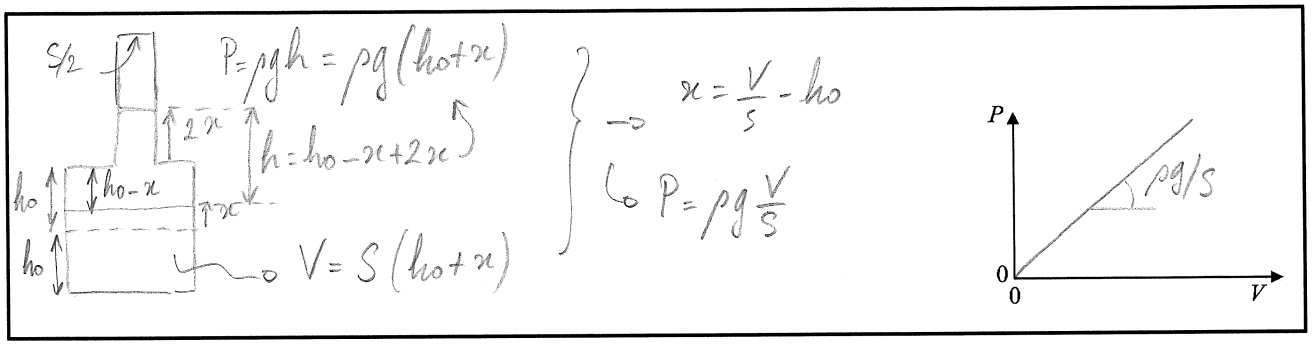
QUESTION 1

Le schéma ci-contre montre une chambre à piston de section S contenant n moles de gaz parfait dans sa partie inférieure. Le piston supporte un volume de mercure égal au volume initial de gaz, $V_i = Sh_0$ où h_0 est la hauteur initiale du piston. La paroi supérieure de la chambre présente une ouverture qui permet au mercure de monter dans un tube de section $S/2$ initialement vide, c'est-à-dire, dans lequel règne une pression nulle. Lorsque le gaz est chauffé, le piston monte de la hauteur x et le mercure est expulsé vers le tube.



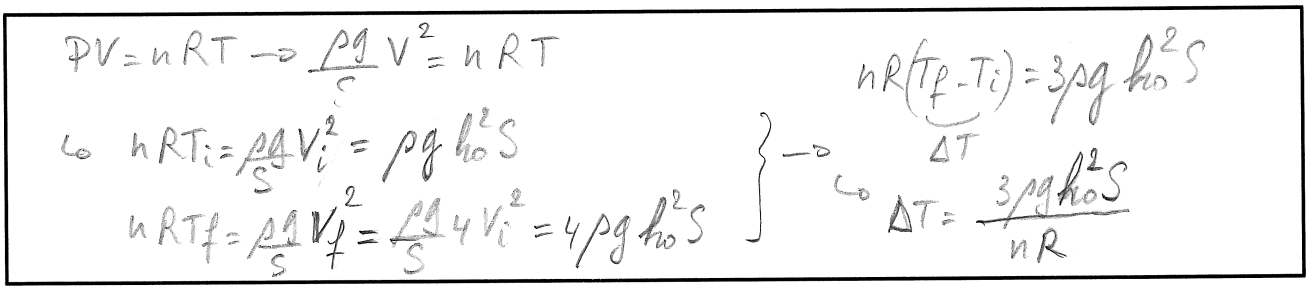
1.a) Établis la relation $P(V)$ qui lie la pression P du gaz à son volume V. Représente de façon qualitative mais aussi précise que possible le graphe de $P(V)$ dans les axes prévus à cet effet. [0] [1] [2] [3] [4] [5]

○ A
○ B
○ C



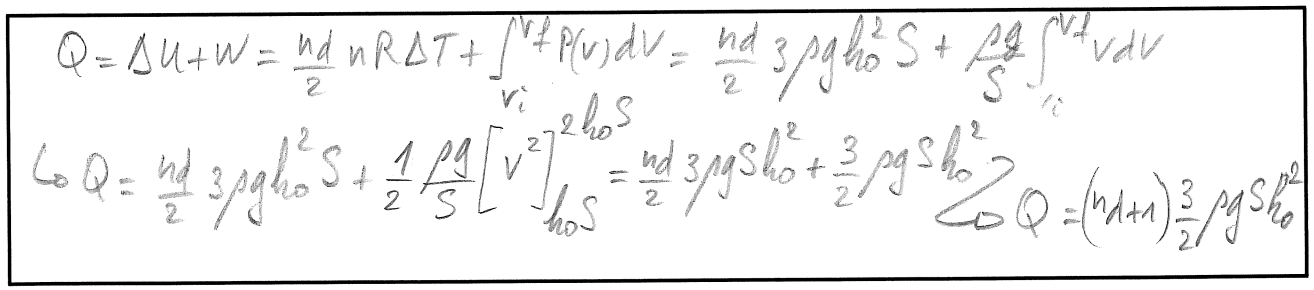
1.b) Calcule l'élévation de température ΔT qu'il faut atteindre pour évacuer la totalité du mercure dans le tube, c'est-à-dire, pour que le piston monte de la hauteur $x = h_0$. [0] [1] [2] [3] [4] [5]

○ A
○ B
○ C



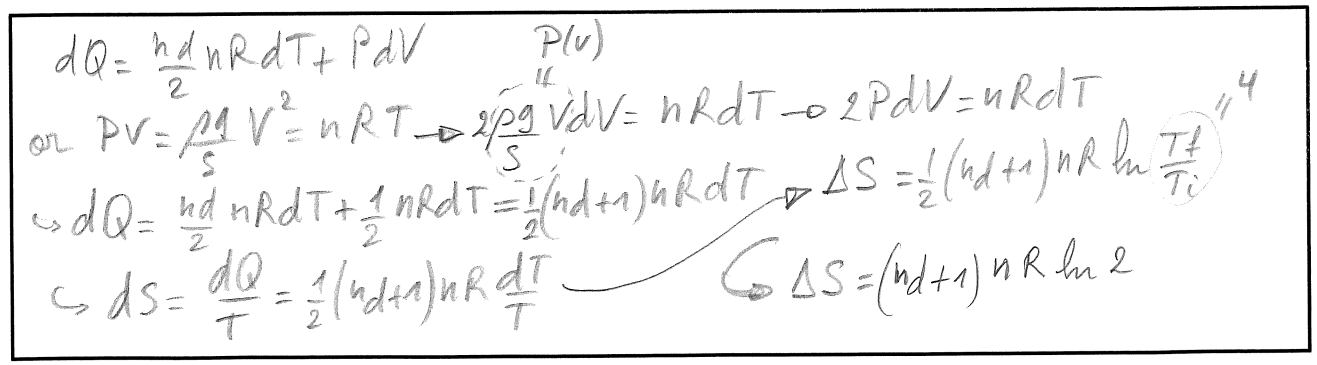
1.c) Calcule la quantité de chaleur Q qu'il faut apporter au gaz lors de cette opération. [0] [1] [2] [3] [4] [5]

○ A
○ B
○ C



1.d) Calcule la production d'entropie ΔS liée à cette opération. [0] [1] [2] [3] [4] [5]

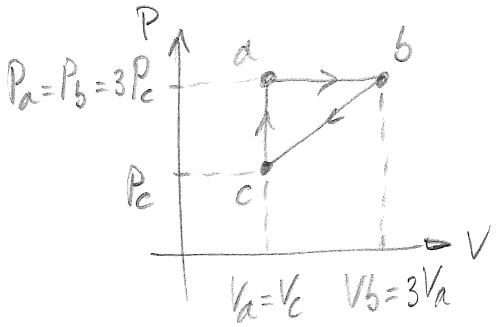
○ A
○ B
○ C



QUESTION 2

Un moteur thermique à gaz parfait fonctionne selon un cycle thermodynamique formant un triangle dans le diagramme P-V. Ce cycle relie trois états a, b, et c tels que $P_a = 3P_c$, $P_a = P_b$, $V_b = 3V_a$ et $V_a = V_c$. Calcule le rendement r de ce cycle en fonction du nombre de degrés de liberté n_d des particules du gaz. Simplifie au maximum ton résultat.

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10



$r = \frac{W}{Q_H}$ où $W = \frac{1}{2}(P_a - P_c)(V_b - V_a)$ ($P_a - P_c = 2P_c$, $V_b - V_a = 2V_a$)

↳ $W = 2P_cV_a = \frac{2}{3}P_aV_a$

$Q_H = Q_{ab} + Q_{ca}$

$Q_{ab} = \left(\frac{n_d}{2} + 1\right) nR(T_b - T_a)$ isobare

↳ $Q_{ab} = \left(\frac{n_d}{2} + 1\right) nRT_a\left(\frac{T_b}{T_a} - 1\right)$ où $\frac{T_b}{T_a} = \frac{V_b}{V_a} = 3$

↳ $Q_{ab} = \left(\frac{n_d}{2} + 1\right) 2P_aV_a = (n_d + 2)P_aV_a$

$Q_{ca} = \frac{n_d}{2} nR(T_a - T_c) = \frac{n_d}{2} nRT_a\left(1 - \frac{T_c}{T_a}\right) = \frac{n_d}{2} P_aV_a\left(1 - \frac{P_c}{P_a}\right) = \frac{n_d}{3} P_aV_a$

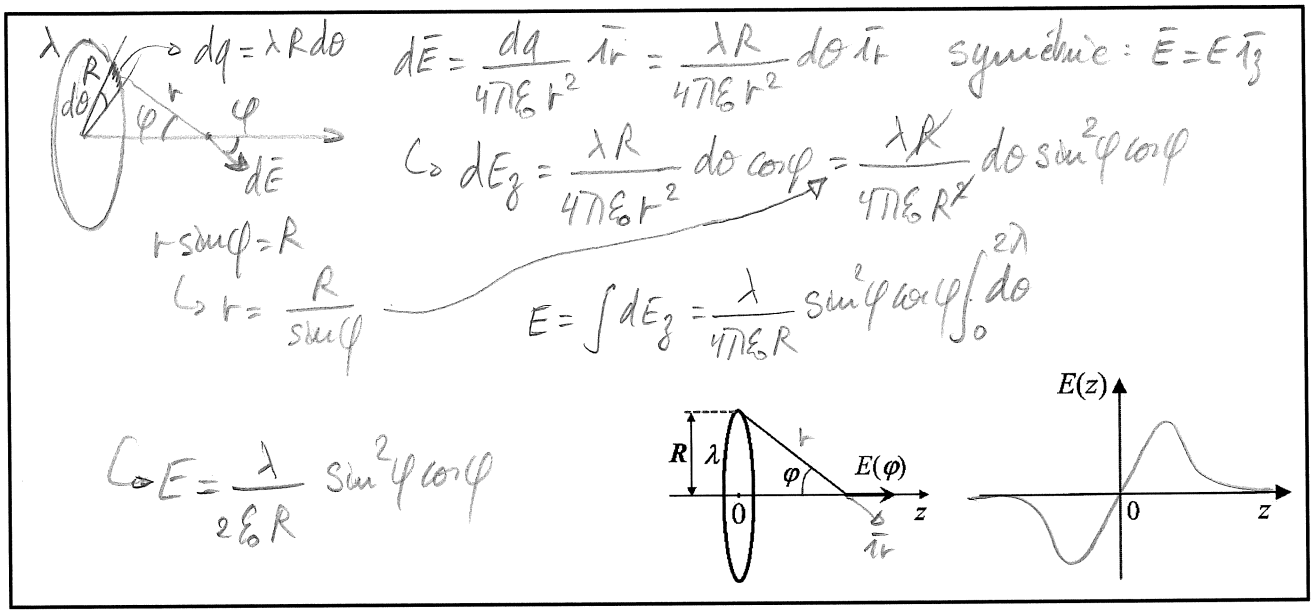
↳ $r = \frac{\frac{2}{3}P_aV_a}{(n_d + 2)P_aV_a + \frac{n_d}{3}P_aV_a} = \frac{2}{3(n_d + 2) + n_d} = \frac{1}{3 + 2n_d}$

- ○ A
- ○ B
- ○ C
- ○ D
- ○ E
- ○ F

QUESTION 3

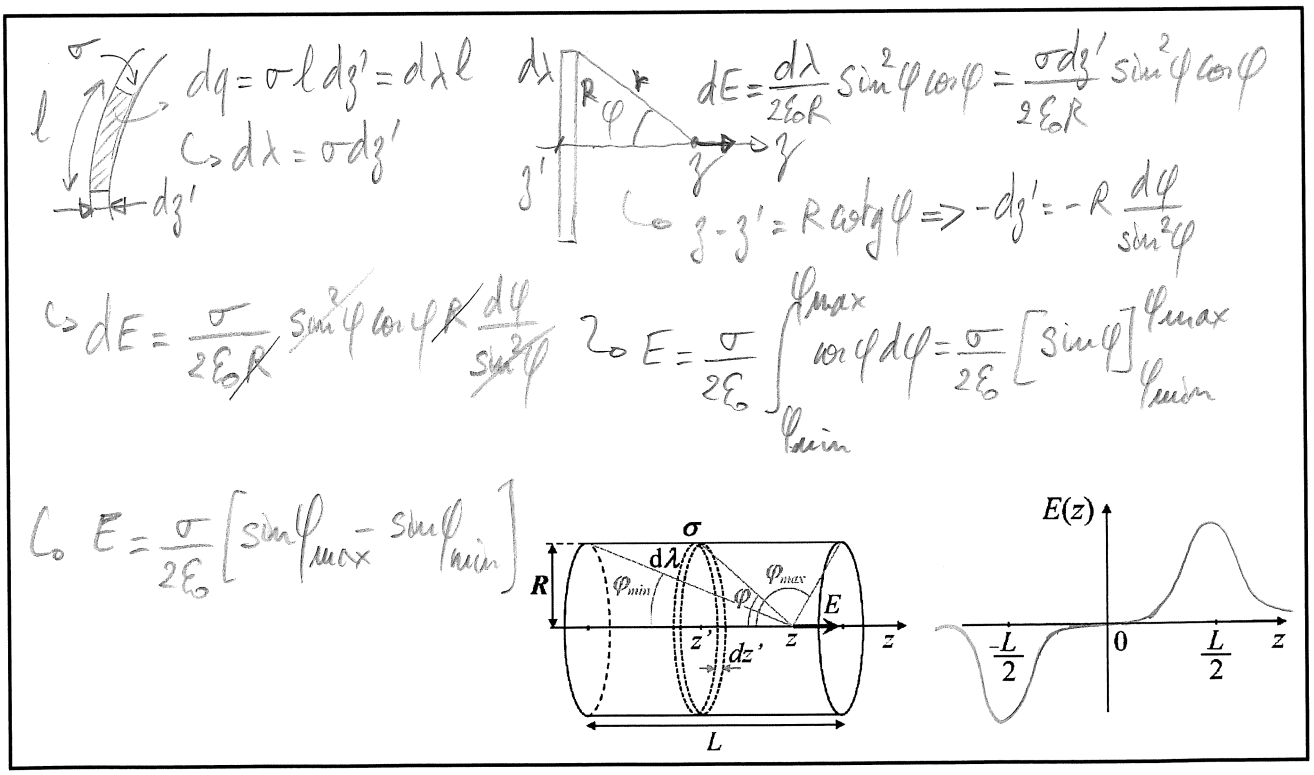
3.a) Le schéma ci-dessous montre un anneau circulaire infiniment mince de rayon $\boldsymbol{R}$ portant la densité linéique de charge $\boldsymbol{\lambda}$. L'axe z sur le schéma représente l'axe de symétrie de révolution de l'anneau. Calcule $E(\varphi)$, la composante en z du champ généré par cet anneau sur l'axe z en fonction de l'angle φ représentant l'ouverture de l'anneau par rapport au point de calcul du champ, tel qu'indiqué sur le schéma. Dessine qualitativement mais aussi précisément que possible le graphe de $E(z)$. 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10

○ A
○ B
○ C
○ D
○ E
○ F



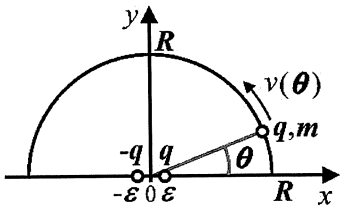
3.b) Le schéma ci-dessous montre un cylindre de longueur L à base circulaire de rayon $\boldsymbol{R}$ portant la densité surfacique de charge électrique $\boldsymbol{\sigma}$. Après avoir considéré l'expression de la densité linéique infinitésimale $d\lambda$ d'une portion infinitésimale de longueur dz' du cylindre, calcule en tout point de l'axe du cylindre (axe z) la composante en z du champ électrique en fonction des angles $\boldsymbol{\varphi_{min}}$ et $\boldsymbol{\varphi_{max}}$ indiqués sur le schéma. Représente qualitativement mais aussi précisément que possible le graphe de $E(z)$. 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10

○ A
○ B
○ C
○ D
○ E
○ F



QUESTION 4

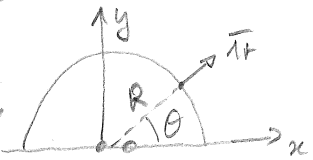
Le schéma ci-contre montre un système de trois charges électriques de même valeur absolue q et de masse m. Les deux charges opposées $\pm q$ sont disposées sur l'axe x en $x = \pm\varepsilon$, comme indiqué sur le schéma. La troisième charge q est libre de se mouvoir sans frottement sur un demi-cercle de rayon $R \gg \varepsilon$ centré sur l'origine. Sa position est repérée par l'angle polaire θ et elle est initialement disposée sur l'axe x.



4.a) Dans l'approximation dipolaire du potentiel, calcule en fonction de θ, le potentiel électrique $V(\theta)$ que la paire de charges opposées génère en tout point du cercle de rayon R. 0 1 2 3 4 5

○ A
○ B
○ C

Approximation dipolaire : $V = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r} + \frac{\vec{p}\cdot\vec{1}_r}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$ ici $Q = 0$



$\vec{p} = 2q\varepsilon\,\vec{1}_x$ et $\vec{1}_r = \cos\theta\,\vec{1}_x + \sin\theta\,\vec{1}_y$

$\hookrightarrow \vec{p}\cdot\vec{1}_r = 2q\varepsilon\cos\theta$

et $r = R$ $\hookrightarrow V(\theta) = \frac{q\varepsilon}{2\pi\varepsilon_0 R^2}\cos\theta$

4.b) Exploite le résultat du point (a) pour calculer la vitesse $v(\theta)$ que prend la charge mobile lorsqu'elle quitte l'axe x avec une vitesse initiale nulle, soit $v(0) = 0$. 0 1 2 3 4 5

○ A
○ B
○ C

Conservation de l'énergie. $E^{tot} = E_p(0) + 0 = E_p(\theta) + \frac{1}{2}m v^2(\theta)$

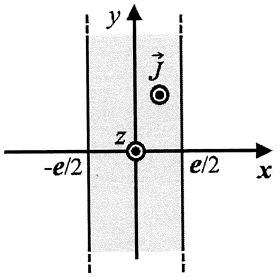
où $E_p = qV$ $\hookrightarrow \frac{1}{2}m v^2(\theta) = qV(0) - qV(\theta)$

$= \frac{q^2\varepsilon}{2\pi\varepsilon_0 R^2}(1 - \cos\theta)$

$\hookrightarrow v(\theta) = \left[\frac{\varepsilon q^2}{\pi\varepsilon_0 R^2 m}(1 - \cos\theta)\right]^{1/2}$

QUESTION 5

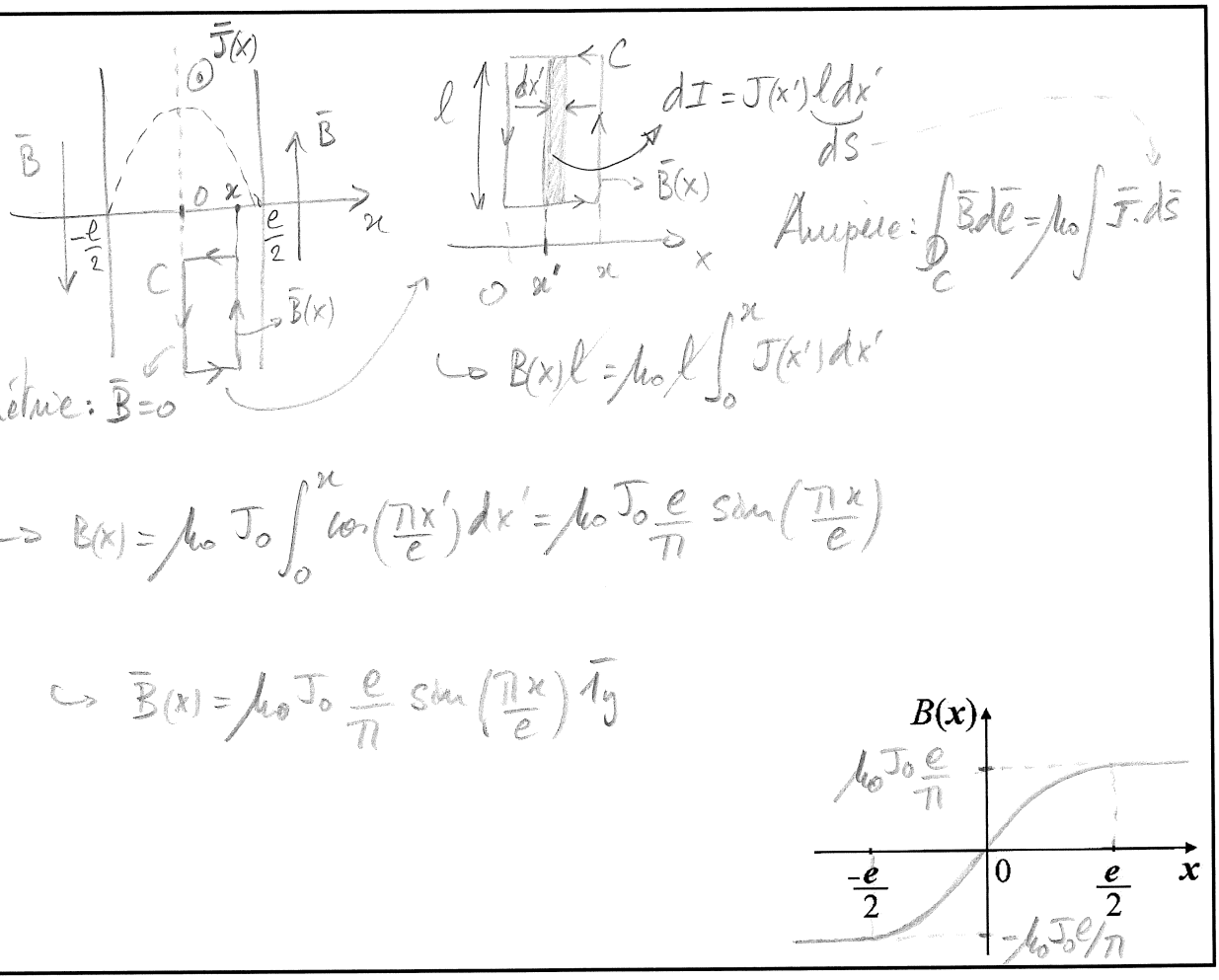
Le schéma ci-contre montre en coupe une plaque de matériau conducteur d'épaisseur e et d'extension infinie dans les directions y et z d'un repère cartésien orthonormé. La plaque est perpendiculaire à l'axe x de ce repère et est centrée sur l'origine. Elle véhicule une densité de courant $\vec{J}(x) = J_0 \cos(\pi x/e)\vec{1}_x$.



5.a) Calcule le champ magnétique $\vec{B}(x)$ en tout point intérieur à la plaque et dessine le graphe de sa composante en y de façon qualitative mais aussi précise que possible (y compris pour $|x| > e/2$).

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10

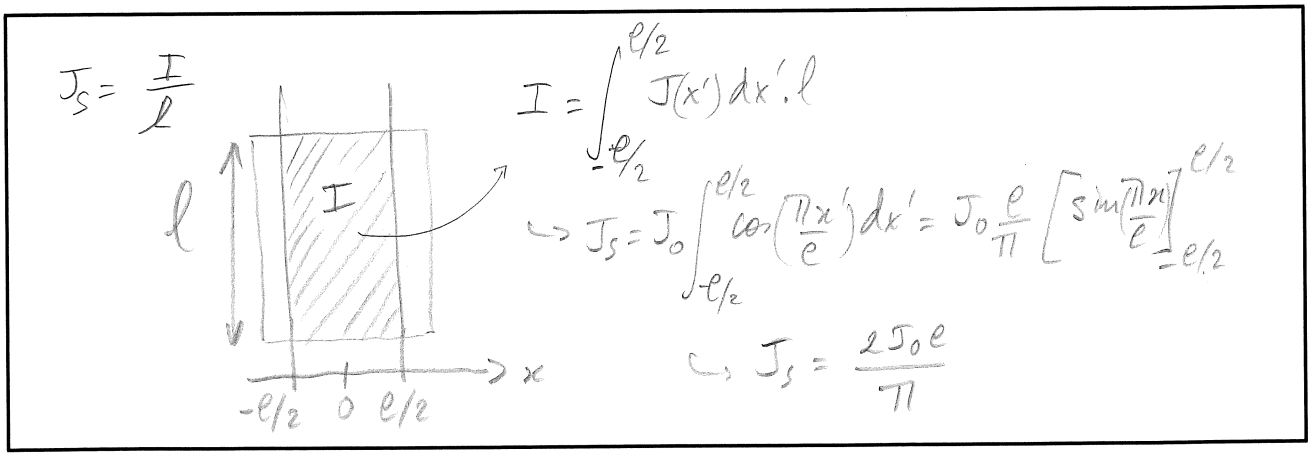
○ A
○ B
○ C
○ D
○ E
○ F



5.b) Calcule le module J_s de la densité de courant de surface que véhicule cette plaque.

0 1 2 3 4 5

○ A
○ B
○ C

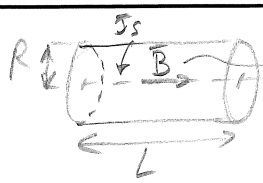


QUESTION 6

Soit un aimant cylindrique de section circulaire de rayon $\boldsymbol{R}$ et de longueur $\boldsymbol{L} \gg \boldsymbol{R}$ générant en son sein un champ magnétique de module $\boldsymbol{B}$ parallèle à son axe. Les atomes constituant l'aimant forment une maille cubique de côté $\boldsymbol{a}$. On supposera que le ferromagnétisme de ce matériau est dû au seul mouvement orbital de l'électron de valence non apparié que possèdent ses atomes.

6.a) Calcule le module J_s de la densité de courant de surface de cet aimant. [0] [1] [2]

○ A
○ B
○ C



$B = \mu_0 J_s \rightarrow J_s = B/\mu_0$

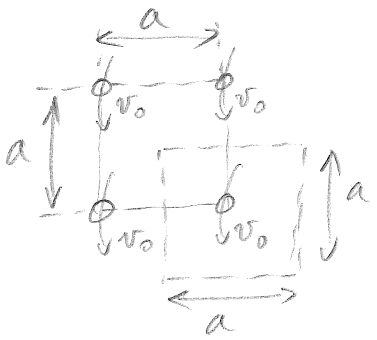
6.b) Calcule le courant total I véhiculé à la surface de cet aimant. [0] [1] [2]

○ A
○ B
○ C

$I = J_s L = \dfrac{B}{\mu_0} L$

6.c) Calcule le module v_o de la vitesse orbitale des électrons de valence non appariés.
[0] [1] [2] [3] [4] [5] [6] [7] [8]

○ A
○ B
○ C
○ D



$J_s = \eta_s q_e v_0$

où $\eta_s = \dfrac{\Delta N}{\Delta S} = \dfrac{1}{a^2} \rightarrow v_0 = \dfrac{J_s}{q_e \eta_s} = \dfrac{J_s}{q_e} a^2$

$\hookrightarrow v_0 = \dfrac{B a^2}{\mu_0 q_e}$

6.d) Calcule le module m_M du moment magnétique dipolaire de l'aimant. [0] [1] [2] [3]

○ A
○ B
○ C

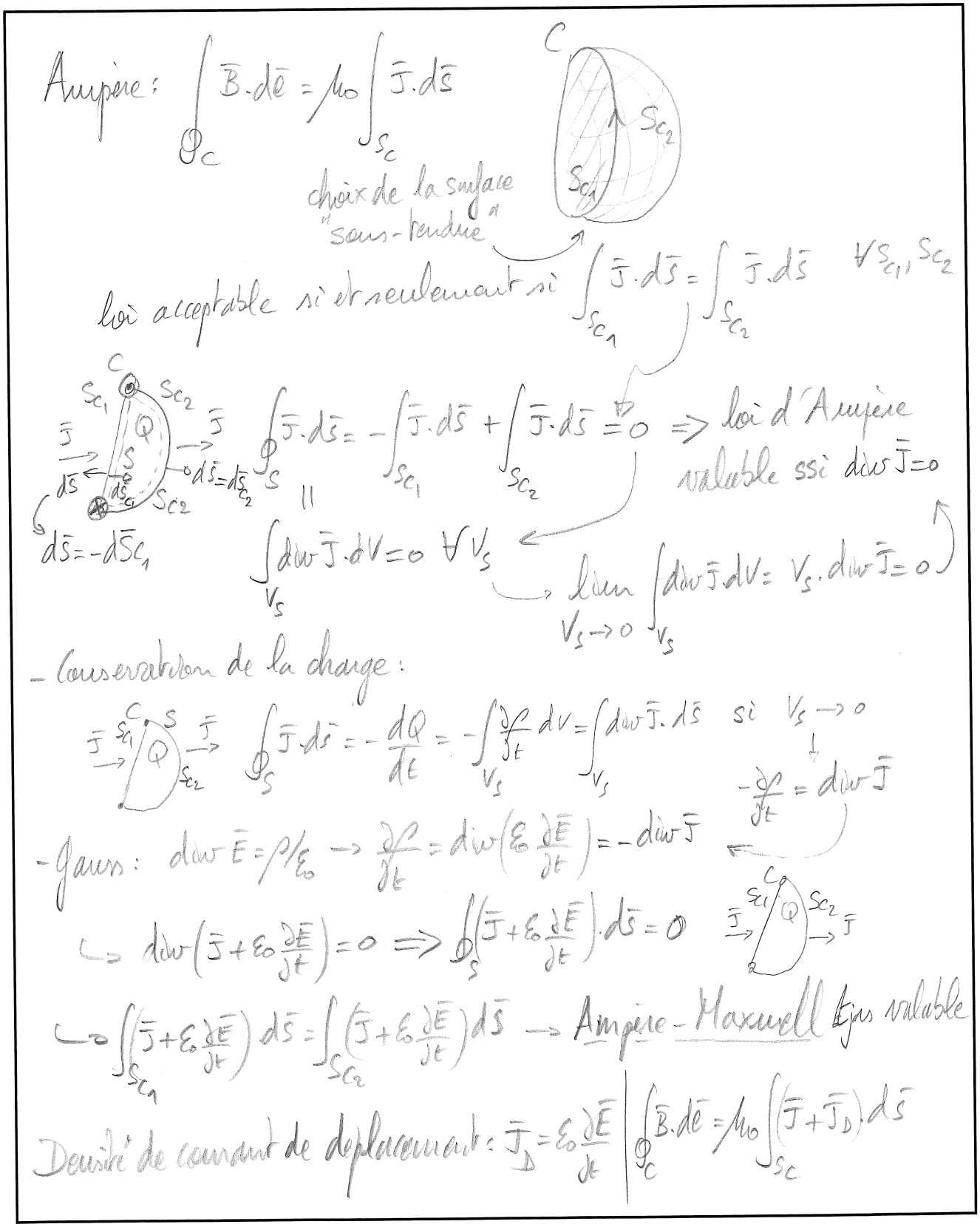
$\vec{m}_M = I S \vec{1}_s$ où $S = \pi R^2$

$\hookrightarrow m_M = \dfrac{BL}{\mu_0} \cdot \pi R^2$

QUESTION 7

Après une brève description de la problématique liée à la loi d'Ampère, expose la démarche qui a mené Maxwell à sa modification. Profites-en pour définir la densité de courant de déplacement.

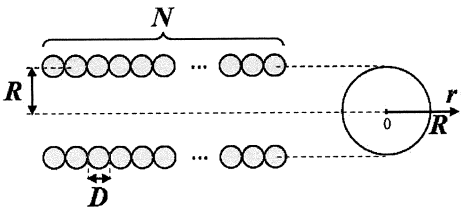
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15



- A
- B
- C
- D
- E
- F
- G
- H

QUESTION 8

Le schéma ci-contre montre, en coupes longitudinale et transversale, un solénoïde idéal à base circulaire de rayon R comportant N spires jointives. Le fil conducteur dans lequel est fabriqué ce solénoïde a une section circulaire de diamètre $D \ll R$. Au temps $t = 0$, le solénoïde est connecté à une source de tension électrique continue V.



8.a) Sur base de l'expression du champ magnétique du solénoïde idéal, calcule l'expression de l'inductance $\mathcal{L}$ du solénoïde en fonction de ses paramètres géométriques. [0] [1] [2] [3] [4] [5]

○ A
○ B
○ C

$B = \mu_0 J_s = \mu_0 \frac{I}{D} \rightarrow \Phi_m = \mu_0 \frac{I}{D} S = \mu_0 \frac{I}{D} \pi R^2$

$V = -\mathcal{E} = N \frac{d\Phi_m}{dt} = \mathcal{L} \frac{dI}{dt} \rightarrow \mathcal{L} I = N \Phi_m \rightarrow \mathcal{L} = \mu_0 \frac{N \pi R^2}{D}$

8.b) Calcule le module $B(t)$ du champ magnétique généré au sein de ce solénoïde au cours du temps. [0] [1] [2] [3] [4] [5]

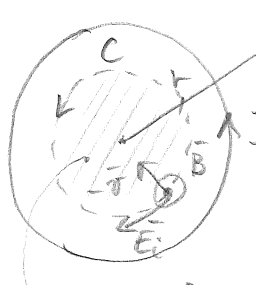
○ A
○ B
○ C

$V = \mathcal{L} \frac{dI}{dt} \Rightarrow I = \frac{V}{\mathcal{L}} t \Rightarrow B = \mu_0 \frac{I}{D} = \mu_0 \frac{Vt}{\mathcal{L} D}$

$\hookrightarrow B = \mu_0 \frac{V}{\cancel{D}\, \mu_0 N \pi R^2} \cancel{D}\, t$ $\qquad B = \frac{V}{N \pi R^2} t$

8.c) Sur base de la loi de Faraday appliquée avec un contour approprié, calcule le module du champ électrique induit $E_i(r)$ en fonction de la distance à l'axe du solénoïde r. [0] [1] [2] [3] [4] [5]

○ A
○ B
○ C



$\oint_C \vec{E}_i \cdot d\vec{\ell} = -\frac{d}{dt} \int_{S_C} \vec{B} \cdot d\vec{S}$

$2\pi r E_i(t) = -\frac{d}{dt} \left[\frac{V}{N \pi R^2} t \pi r^2 \right]$

$S_C = \pi r^2$

$E_i(t) = \frac{V}{2\pi N R^2} \cdot r$